



Études expérimentales de la dynamique et de l'émission sismique des instabilités gravitaires

Maxime Farin

► To cite this version:

Maxime Farin. Études expérimentales de la dynamique et de l'émission sismique des instabilités gravitaires. Géophysique [physics.geo-ph]. Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), France, 2015. Français. NNT: . tel-01153209

HAL Id: tel-01153209

<https://theses.hal.science/tel-01153209>

Submitted on 19 May 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright



UNIVERSITÉ SORBONNE PARIS CITÉ



Thèse préparée
à l'INSTITUT DE PHYSIQUE DU GLOBE DE PARIS
École doctorale STEP'UP – ED N°560
IPGP – Équipe de Sismologie

Études expérimentales de la dynamique et de l'émission sismique des instabilités gravitaires

par
Maxime Farin

présentée et soutenue publiquement le
26 mars 2015

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'environnement
dirigée par Anne Mangeney

devant un jury composé de :

Éric Larose Chargé de recherche (Université de Grenoble)	Rapporteur
Alexandre Valance Directeur de recherche (Université de Rennes I)	Rapporteur
Éric Falcon Directeur de recherche (Université Paris Diderot)	Membre
Yoël Forterre Directeur de recherche (Université d'Aix-Marseille)	Membre
Alexandre Schubnel Chargé de recherche (ENS, Paris)	Membre
Anne Mangeney Professeur (Université Paris Diderot)	Directrice de thèse
Julien de Rosny Directeur de recherche (ESPCI)	Invité
Renaud Toussaint Directeur de recherche (Université de Strasbourg)	Invité

Remerciements

C'est bien connu, les remerciements représentent la partie la plus importante du manuscrit de thèse car c'est souvent la seule qui est lue. C'est donc celle qui est la plus difficile à écrire ! Ce manuscrit symbolise trois ans et demi de recherche sur les écoulements granulaires et sur le signal sismique associé, mais pour moi, c'est surtout la consécration de huit ans et demi d'études supérieures ! Je voudrais donc en profiter pour remercier toutes les personnes que j'ai rencontrées et appréciées pendant ces années. Allons-y et j'espère que je n'oublie personne.

Je voudrais commencer par remercier les membres de mon jury d'avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse. J'ai été très honoré d'avoir un tel jury et j'ai vraiment eu beaucoup de plaisir à discuter avec vous pendant ma soutenance.

Ma deuxième pensée va à mes encadrants Anne Mangeney, Renaud Toussaint et Julien de Rosny. Merci à Anne de m'avoir permis de faire autant de voyages (La Réunion, Montserrat aux Antilles !), d'assister à autant de conférences (Wien, San Francisco, Udine, Cargèse !) et de travailler dans autant de labos (Clermont-Ferrand, Strasbourg, Paris !). C'était très stimulant de travailler avec toi. Merci à Renaud pour m'avoir accordé une confiance et une autonomie totales pour mettre en place mes manip à Strasbourg. Ton très bon accueil et celui de tes thésards m'a fait me sentir chez moi même loin de la maison. Merci à Julien pour m'avoir sorti d'impasses calculatoires à de nombreuses reprises et toujours dans la bonne humeur ! Je ressortais toujours des discussions avec toi avec le moral remonté à bloc !

Merci aux autres chercheurs avec qui j'ai pu collaborer : Olivier Roche, qui était toujours plus fasciné que moi par les résultats de mes expériences d'écoulements granulaires à Clermont-Ferrand en M2 et en thèse ; Paul Cupillard, pour son invitation à Nancy et pour s'être cassé la tête à maintes reprises pour que l'on arrive à simuler un impact avec le code RegSem (on y arrivera la prochaine fois ;-)) ; Patrick Richard, pour ses retours très rapides lorsque j'étais bloqué avec son code aux éléments discrets ModyGS ; Thomas Dewez, pour ses retours moins rapides mais néanmoins très utiles sur les données d'éboulements à Tahiti. Enfin, merci aux chercheurs qui m'ont aidé à un moment ou à un autre pendant ma thèse, V. Farra, J.P. Montagner, E. Stutzmann, E. Falcon, A. Schubnel et C. Prada.

Je tiens à remercier les thésards et les chercheurs du Laboratoire Magmas et Volcans de Clermont-Ferrand, ceux de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg, ceux de l'Institut Langevin et bien sûr ceux de l'Institut de Physique du Globe de Paris pour leur excellent accueil pendant mes séjours dans leurs labos. Merci aux anciens de l'IPGP : Laurent, Clara, Clément, Aurélien, Lucia, Christian pour m'avoir montré la voie et aidé à anticiper ce qui m'attendait en dernière année ;-)) Merci à ceux que j'ai cotoyés pendant ma thèse, surtout à la cafétéria : Léonard, Maria, Thomas, Matthieu, Virginie, Lise, Amandine, Guillaume et les petits nouveaux Hélène et mon disciple Vincent, qui considère déjà ma thèse comme sa bible ! Courage les gars !

Merci à Geneviève pour son aide en LaTeX qui a rendu ce manuscrit vraiment plus lisible.

Merci à Frédéric, Olivier et à Pascalou pour la super ambiance lors des TPs de Physique à P7 qui m'ont bien changé les idées !

Merci à Thu pour le travail phénoménal accompli pendant ton stage de M2. Tu m'as fait gagner des mois de travail et sans toi il y aurait eu un chapitre de moins dans ma thèse !

Special thanks to William. Travailler dans la joie et la bonne humeur (et en musique !) dans le même bureau que toi pendant 5 ans a été un réel plaisir. J'espère qu'on aura encore l'occasion de se recroiser dans un labo quelconque quand on sera chercheurs !

Big up à mes amis de la Dream Team MP : Shrek, X, Indiana (ce n'est pas un surnom), Dieu et Henri ; du Magistère de Calcul d'Orsay : JF, AlexisetGaelle (c'est une seule personne), Agnès et Faustine (aussi), Nicolas et JP et à Aurélie pour être toujours disponible pour ne pas parler boulot (pauses Smash/Mario Kart) et pour les bonnes bouffes, pestougnèses et autres nouilles bourrines. Mes années de prépa à Limoges et de L3/M1 à Orsay avec vous ont été les meilleures ! Je regrette juste de ne pas vous avoir vus davantage pendant ma/nos thèse(s) !

Petit clin d'oeil à mes profs de physique et de maths du lycée d'Aubusson, M. Martin, M. Pascaud et M. Bouchard : c'est sans aucun doute vous qui m'avez fait découvrir et donné le goût des sciences. Je ne serais jamais arrivé jusque là si j'étais parti en L !

Enfin, je voudrais bien sûr remercier mes parents et ma famille pour m'avoir toujours aidé et encouragé dans mes études, depuis la maternelle (ça compte aussi !). Ça m'a fait vraiment plaisir de vous voir à ma soutenance ! Merci aussi à Caroline : les étés passés à Rospez ont été les périodes les plus productives de ma thèse !

Ma dernière pensée va à Cloé qui m'a soutenu à 100% pendant ma thèse. Tu avais souvent plus de mal à supporter ma thèse que moi mais tu as toujours été là pour me remonter le moral dans les moments les plus difficiles. Je suis sûr que ça se passera bien quand "on" sera en post-doc ;-)

Résumé

Les glissements de terrain et les éboulements sont des phénomènes naturels extrêmes. Ils représentent un aléa naturel majeur dans les régions à fort relief. Cependant, les processus physiques qui jouent sur la dynamique des instabilités gravitaires, comme l'érosion basale et la présence de fluide interstitiel, sont encore mal compris. Les observations directes de ces événements sont rares car ils sont imprévisibles, dangereux et se déroulent sur de très courtes durées. Les expériences de laboratoire d'écoulements granulaires sont alors un moyen unique pour contraindre les paramètres clés qui contrôlent leur dynamique.

J'ai donc choisi d'adopter une approche expérimentale au cours de ma thèse, en me focalisant dans un premier temps sur la dynamique et les processus d'érosion des écoulements granulaires. Il a été observé précédemment qu'il existe un angle de pente critique au-delà duquel une phase de propagation lente apparaît à la fin de la décélération des écoulements granulaires. J'ai montré que la durée de la phase de propagation lente d'un écoulement granulaire est une observable clé pour nous renseigner sur la dynamique et sur le potentiel érosif de celui-ci. En effet, lorsque la phase de propagation lente se développe, les lois d'échelle classiques établies pour les écoulements granulaires à l'horizontale ne sont plus valides. De plus, à fortes pentes, la distance parcourue par un écoulement sur un lit érodable augmente significativement pendant les phases de décélération et de propagation lente par rapport au même écoulement sur un lit non érodable (jusqu'à 50%). Par ailleurs, l'augmentation de la distance parcourue est plus importante lorsque la durée de la phase de propagation lente et la durée d'érosion augmentent.

Dans un second temps, je me suis intéressé au signal sismique généré par les glissements de terrain, qui peut nous fournir des informations quantitatives sur leur dynamique et sur leur ampleur. J'ai d'abord établi des lois d'échelle analytiques qui permettent de retrouver la masse et la vitesse d'un objet entrant en collision avec une surface à partir de l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques et du contenu spectral du signal sismique émis. J'ai appliqué ces lois à des expériences d'impacts en laboratoire. Les masses et les vitesses déduites du signal lors des expériences sont de l'ordre de grandeur de leurs valeurs réelles, et ce même pour des impacts de graviers sur des surfaces rugueuses. J'ai tenté d'appliquer cette approche pour des impacts de blocs rocheux en site naturel mais le signal sismique associé avait été enregistré avec une fréquence d'échantillonnage trop faible. J'ai malgré cela pu observer que l'énergie élastique rayonnée lors de ces impacts est proportionnelle au produit de la masse du bloc par la racine carrée de la vitesse d'impact.

Pour des écoulements granulaires à l'horizontale, j'ai montré qu'il est possible de distinguer les phases d'accélération et de décélération de l'écoulement dans le signal sismique émis. En effet, l'enveloppe du signal est symétrique par rapport à son maximum, qui sépare l'accélération de la décélération. Lorsque l'angle de la pente augmente, j'ai observé que l'enveloppe du signal perd sa symétrie : elle reste inchangée pendant l'accélération mais s'allonge considérablement pendant la décélération. D'autre part, j'ai proposé une loi d'échelle empirique pour décrire l'augmentation de l'énergie élastique rayonnée par un écoulement granulaire lorsque l'angle de la pente augmente. L'ajustement de cette loi à mes mesures sismiques m'a permis de retrouver l'angle de friction du matériau granulaire, un paramètre crucial pour nous renseigner sur la rhéologie d'un écoulement.

Enfin, j'ai montré que le rapport de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie potentielle perdue des écoulements granulaires, i.e. leur efficacité sismique, augmente lorsque le diamètre des grains de l'écoulement augmente et lorsque la masse totale de l'écoulement diminue. Lors d'expériences de lâchers de blocs rocheux sur le terrain, j'ai aussi observé que l'efficacité sismique est en moyenne un ordre de grandeur plus élevée pour des impacts sur de la roche affleurante (10^{-2}) que pour des impacts sur de la terre meuble (10^{-3}). Ces résultats expliquent la dispersion sur plusieurs ordres de grandeur de l'efficacité sismique des glissements de terrain, de 10^{-5} à 10^{-3} .

Abstract

Landslides and rockfalls are extreme natural phenomena. They represent a major natural hazard in steep areas. However, the physical processes that play a role on the dynamics of gravitational instabilities, such as the basal erosion or the presence of fluids, are still not well understood. Direct observations of these events are rare because they are unpredictable, dangerous and occur over very short durations. Laboratory experiments of granular flows are then a unique way to get insight into the key parameters that control their dynamics.

I therefore chose to adopt an experimental approach during my PhD, focusing first on the dynamics and erosion processes of granular flows. It has been previously observed that there is a critical slope angle over which a slow propagation phase appears at the end of the deceleration of granular flows. I showed that the duration of the slow propagation phase is a key observable to get information on the dynamics and on the erosive potential of the flow. Indeed, when the slow propagation phase develops, the classical scaling laws established for horizontal granular flows are not valid any more. Moreover, on steep slopes, the flow runout distance increases significantly on an erodible bed during the phases of deceleration and of slow propagation with respect to the runout distance of the same flow over a non-erodible bed (up to 50%). Furthermore, the increase of the runout distance is greater when the duration of the slow propagation phase increases and when the erosion duration increases.

Secondly, I focused on the seismic signal generated by landslides, that can give quantitative information on the flows dynamics and magnitude. I first established analytical scaling laws that allow to retrieve the mass and the speed of an object impacting a surface from the energy radiated in the form of elastic waves and the spectral content of the emitted seismic signal. I applied these laws to laboratory experiments of impacts. The masses and the speeds deduced from the seismic signal during the experiments are of the order of magnitude of their real values, even for gravels impacts on rough surfaces. I tempted to apply this approach for impacts of rock boulders in a natural site but the associated seismic signal had been recorded with an insufficient sampling frequency. Still, I observed that the elastic energy radiated during these impacts is proportional to the product of the boulder mass with the square root of the impact speed.

For horizontal granular flows, I showed that it is possible to distinguish the phases of acceleration and deceleration of the flow in the emitted seismic signal. Indeed, the signal envelope is symmetrical with respect to its maximum, separating the acceleration from the deceleration. When the slope angle increases, I observed that the signal envelope loses its symmetry : It stays unchanged during the acceleration but it is significantly extended during the deceleration. In addition, I proposed a scaling law to describe the increase of the elastic energy radiated by a granular flow when the slope angle increases. The fit of this law with my seismic data allowed me to retrieve the friction angle of the granular material, which is a crucial rheological parameter.

Finally, I showed that the ratio of the radiated elastic energy over the potential energy lost of granular flows, i.e. their seismic efficiency, increases when the diameter of the flow grains increases and when the total mass of the flow decreases. During field scale experiments of boulders impacts, I also observed that the seismic efficiency is, in average, one order of magnitude greater for impacts on outcropping rock (10^{-2}) than for impacts on loose soil (10^{-3}). These results explain the dispersion over several orders of magnitude of the seismic efficiency of landslides, from 10^{-5} to 10^{-3} .

Table des matières

Chapitre 1 : Introduction générale	1
1 Contexte	4
1.1 Dynamique des écoulements granulaires et processus d'érosion	4
1.2 Signaux sismiques émis par les instabilités gravitaires	7
2 Présentation de la thèse	8
 Chapitre 2 : Dynamique des écoulements granulaires et processus d'érosion	 12
1 Dynamique, dépôt et processus d'érosion des écoulements granulaires	17
1 Introduction	20
2 Experimental Design	22
3 Theoretical Model for Granular Flow Dynamics	25
4 Granular Flow over an Inclined Rigid Bed	26
4.1 Scaling Laws for Runout Distance	26
4.2 Temporal Evolution	27
5 Flow over an Inclined Erodible Bed	31
5.1 Critical Angle and Runout Distance	31
5.2 Influence of the bed compaction on the runout distance	35
5.3 Entrainment versus Mass Addition	35
5.4 Effect of an Erodible Bed on Flow Dynamics and Deposition	38
5.5 Insight into Erosion Processes	45
5.6 Erosion Waves	48
6 Discussion	50
6.1 Critical Slope Angle and Different Flow Regimes	50
6.2 Crucial Role of the Duration of the Slow Propagation Phase	51
6.3 Erosion Processes and Runout Distance	51
6.4 Influence of Bed Compaction and Channel Width	53
6.5 Erosion Waves	53
7 Conclusions	55
 2 Perspective de ces expériences : la modélisation numérique	 57
 3 Conclusions du chapitre	 61
 Chapitre 3 : Caractérisation sismique d'un impact individuel	 65
1 La génération acoustique par un impact sur une surface rigide	69
1 La théorie de Hertz	69
2 Pertes d'énergie pendant un impact	71
2.1 Pertes sous forme d'ondes élastiques	72

2.2	Pertes par dissipation visqueuse	73
2.3	Pertes par déformation plastique	73
3	Ondes élastiques émises lors d'un impact	74
3.1	Équation d'ondes	74
3.2	Fonction de Green dans un demi-espace infini	75
3.3	Fonction de Green dans une plaque fine infinie	78
4	Caractérisation des matériaux utilisés dans les expériences	83
4.1	Coefficients élastiques et relations de dispersion	84
4.2	Atténuation de l'énergie	85
2	Estimation de l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact	93
1	Introduction	95
2	Elastic Energy Estimation	97
2.1	Thin plates	97
2.2	Thick blocks	101
3	Experimental test	106
3.1	Setup	106
3.2	Validation of the "thin plate" and "thick block" approximations	107
3.3	Determination of the dispersion relation	108
3.4	Description of the measured signals	109
3.5	Estimation of elastic energy	113
3.6	Elastic transfer efficiency	115
4	Discussion	115
4.1	Comparison with Hertz's model of elastic impact	115
4.2	Inelastic energy dissipation	118
4.3	Comparison between the different methods	120
5	Conclusions	121
3	Caractérisation des impacts à partir du signal sismique	123
1	Introduction	126
2	Theoretical background: relating seismic characteristics to impact parameters	128
2.1	Impact models	129
2.2	Green's functions	132
2.3	Characteristic frequencies	132
2.4	Energy budget and coefficient of restitution	133
3	Experimental Setup	137
4	Experimental Results	140
4.1	Estimation of the radiated elastic energy	140
4.2	Comparison with synthetic signals	143
4.3	Characteristics frequencies	143
4.4	Radiated elastic energy	144
4.5	Lost Energy and Energy Budget	144
4.6	Influence of the impactor shape on the energy budget	154
4.7	Influence of the slope angle on the radiated elastic energy	154
5	Discussion	158
5.1	Discrepancy from Hertz's model	158
5.2	Estimating impact properties from the seismic signal	160
6	Conclusions	163
4	Conclusions du chapitre	165

Chapitre 4 : Application aux éboulements naturels	168
1 Introduction	172
2 Dynamique des blocs	173
3 Signal sismique généré	176
3.1 Pointé des signaux	176
3.2 Contenu fréquentiel	181
3.3 Énergie élastique rayonnée	181
4 Comparaison quantitative avec le modèle d'impact de Hertz	182
5 Relations entre les paramètres dynamiques et sismiques	184
5.1 Énergie élastique rayonnée	184
5.2 Fréquences caractéristiques	186
6 Conclusions	187
 Chapitre 5 : Caractérisation sismique d'un écoulement granulaire	 189
1 Introduction	192
2 Dispositif expérimental	194
2.1 Colonnes granulaires maintenues par un aimant	195
2.2 Colonnes granulaires contenues dans un réservoir	195
3 Estimation des paramètres dynamiques et sismiques	198
3.1 Paramètres dynamiques	198
3.2 Paramètres sismiques	199
4 Résultats expérimentaux	202
4.1 Lien entre la dynamique et le signal sismique généré	202
4.2 Lois d'échelle	207
5 Conclusions	213
 Conclusions et perspectives	 215
 Annexes	 224
A Étude dimensionnelle pour l'impact de Hertz	227
B Comment mesurer l'énergie totale perdue lors d'un impact ?	229
C Introduction of an attenuation factor to model viscoelastic dissipation	231
D Detailed calculation of coefficient β	233
E Cumulative distribution of energy	235
F Énergie élastique rayonnée lors d'un étalement de colonne granulaire	237
Bibliographie	239

Chapitre 1 : Introduction générale

Les glissements de terrain, les éboulements, les écoulements pyroclastiques sur les volcans et les avalanches de neige ont des comportements qui s'apparentent des écoulements granulaires. Ce sont des événements extrêmes qui se produisent lorsqu'une masse de débris rocheux ou de neige se déstabilise et s'effondre sur une pente sous l'effet de la gravité. Après une phase d'accélération, la masse décélère et s'arrête quand la pente diminue ou quand la force de friction devient dominante. Ces instabilités gravitaires peuvent être générées à la suite de précipitations (fortes pluies, tempêtes,...), de tremblements de terre ou d'une augmentation de l'angle de la pente consécutif à l'érosion ou aux activités humaines. Les glissements de terrain les plus destructeurs peuvent atteindre des vitesses de plusieurs dizaines de mètres par seconde et impliquer des volumes de plusieurs kilomètres cubes. Les blocs qui les constituent ont un diamètre de quelques millimètres à quelques mètres et le dépôt formé à la fin de la propagation s'étend de quelques dizaines de mètres à quelques dizaines de kilomètres.

Les instabilités gravitaires représentent un aléa naturel majeur pour les populations résidant dans les régions à fort relief, sur les flancs des montagnes et des volcans et le long des côtes, et elles peuvent causer des dégâts importants. On peut citer le cas récent du glissement de terrain qui a enseveli le village d'Aab Bareek en Afghanistan en causant la mort de plus de 300 personnes (Figure 1a).

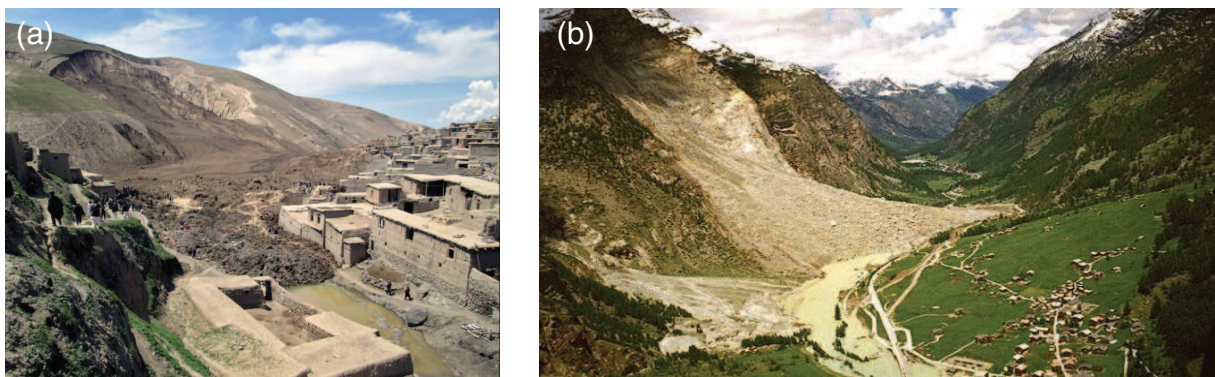


FIGURE 1 : (a) Glissement de terrain du 2 mai 2014 à Aab Bareek en Afghanistan. (b) Éboulement d'avril 1991 dans la vallée du village de Randa en Suisse qui a conduit à la formation d'un lac.

Les glissements de terrain peuvent aussi être la cause indirecte d'autres catastrophes naturelles comme les inondations, les tsunamis ou les éruptions volcaniques. L'exemple le plus célèbre est celui du 18 mai 1980 au Mont Saint Helens. L'effondrement du flanc nord du volcan a provoqué une avalanche de débris de 2 km^3 , en exposant les roches en fusion à des pressions basses. L'éruption volcanique qui en a résulté est la plus dévastatrice enregistrée au siècle dernier aux États-Unis, du point de vue du volume de matière éjecté et des pertes humaines et économiques [Lipman and Mullineaux, 1981]. À moindre échelle, en avril 1991, un éboulement de 22 millions de mètres cubes dans les Alpes suisses a créé un lac en bouchant l'écoulement de la rivière au fond de la vallée, ce qui a inondé la partie basse du village de Randa (Figure 1b).

Ces quelques exemples soulignent bien l'enjeu pour la recherche actuelle de comprendre la dynamique des instabilités gravitaires au sens large et les processus physiques qui la contrôlent, afin de mieux gérer les risques liés à ces événements. Actuellement, l'effet de la topographie [Favreau et al., 2010; Allstadt, 2013; Hibert et al., 2014a; Lévy et al., 2015; Moretti et al., 2015; Yamada et al., 2015], des processus d'érosion/déposition [e.g. Sovilla et al., 2006; Mangeney et al., 2007b; Bouchut et al., 2008; Mangeney et al., 2010; Iverson et al., 2010] ou du volume sur la mobilité des glissements de terrain [Lucas et al., 2014] sont encore mal compris. Cela est en partie dû au fait que les données quantitatives sur la dynamique des instabilités gravitaires sont rares. En effet, les glissements de terrain et les éboulements sont très difficiles à observer en raison

de leur caractère imprévisible et soudain. De plus, ils ont lieu sur des échelles de temps très courtes, de quelques dizaines à quelques centaines de secondes, ce qui nécessite la mise en place d'un dispositif de surveillance visuelle permanent des zones à risques pour espérer obtenir des informations sur leur propagation.

Au cours de ces 20 dernières années, grâce au développement de réseaux d'observations sismologiques globaux et régionaux, les chercheurs se sont de plus en plus intéressés aux signaux sismiques générés par les processus de surface difficiles à observer dans la nature, comme les glissements de terrain et les éboulements [e.g. Kanamori and Given, 1982; Suriñach et al., 2005; Deparis et al., 2008; Favreau et al., 2010; Dammeier et al., 2011; Hibert et al., 2011; Moretti et al., 2012; Lévy et al., 2015], mais aussi le charriage dans les rivières [e.g. Tsai et al., 2012] ou la création et le développement de fractures dans les milieux granulaires [e.g. Michlmayr et al., 2012]. L'écoute sismique s'est rapidement imposée comme une technique prometteuse, complémentaire des observations directes, pour obtenir des informations sur l'évolution spatio-temporelle ou l'ampleur de ces événements. Cependant, notre méconnaissance des processus complexes mis en jeu lors des glissements de terrain et le manque d'observations disponibles sur leur dynamique font qu'il est délicat d'établir des relations quantitatives entre les caractéristiques physiques de l'événement et celles du signal sismique qu'il génère.

Les expériences de laboratoire et les simulations numériques d'écoulements granulaires sont alors un moyen unique pour quantifier l'effet des différentes conditions initiales et aux limites sur leur dynamique et leur dépôt. D'autre part, elles peuvent aussi nous aider à interpréter le signal sismique émis par les instabilités gravitaires. Les simulations numériques sont nécessaires pour prendre en compte la topographie complexe qui est déterminante sur la dynamique de ces événements et sur le signal sismique [Favreau et al., 2010; Allstadt, 2013; Hibert et al., 2014a; Moretti et al., 2015; Lévy et al., 2015; Yamada et al., 2015]. Les expériences de laboratoire, même simples, fournissent alors des données quantitatives pour valider ces modèles et établir des lois d'échelle qui décrivent les propriétés des écoulements granulaires. Nous nous focaliserons dans cette thèse sur l'approche expérimentale, avec deux axes de recherche principaux : d'une part, la dynamique et les processus d'érosion des écoulements granulaires et, d'autre part, l'émission sismique des instabilités gravitaires.

1. Contexte

1.1. Dynamique des écoulements granulaires et processus d'érosion

Les instabilités gravitaires jouent un rôle très important dans la dynamique des paysages en déplaçant de grands volumes de matériaux (Figure 2a). Plusieurs cas répertoriés par Hungr and Evans [2004] et Hungr et al. [2005] montrent qu'un glissement de terrain peut également entraîner des dépôts pré-existants sur la pente en se propageant. Dans certains cas, le volume entraîné est bien supérieur au volume initial, ce qui augmente alors significativement la mobilité et l'étendue du glissement de terrain [e.g. Sovilla et al., 2006; Mangeney et al., 2007b, 2010; Iverson et al., 2010]. La prise en compte de l'entraînement dans les simulations numériques de glissements de terrain peut dans certains cas permettre de mieux reproduire la dynamique et les dépôts [Moretti et al., 2012].

Cependant, il est quasiment impossible d'observer l'érosion en temps réel sur le terrain car elle a lieu à la base de l'avalanche. Les seules informations directes que l'on peut obtenir sur une avalanche ou un éboulement proviennent généralement de leur dépôt mais les traces d'érosion sont souvent recouvertes par les dépôts de glissements ultérieurs (Figure 2a). L'analyse des dépôts

successifs d’avalanches de débris de matériaux différents montre que l’interface entre les couches n’est pas toujours claire, ce qui met en évidence l’entraînement de dépôts pré-existants par une avalanche sus-jacente (Figure 2b). L’ampleur de l’érosion et son influence sur la dynamique du glissement restent cependant difficile à quantifier à partir de ces seules observations [Sovilla et al., 2006; Mangeney et al., 2007b; Bouchut et al., 2008; Berger et al., 2011; Schurch et al., 2011; McCoy et al., 2013].

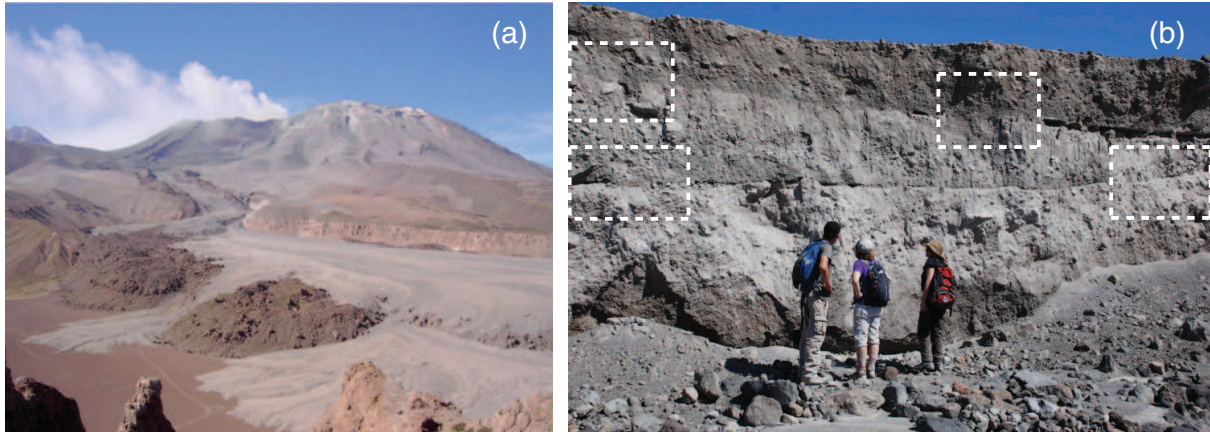


FIGURE 2 : (a) Coulées pyroclastiques de l’éruption de 1993 du volcan Lascar au Chili. Ces coulées recouvrent les dépôts des avalanches de débris précédentes [d’après Mangeney, 2011]. (b) Coupe montrant les dépôts successifs d’avalanches de débris à la Soufrière Hills sur l’île de Montserrat dans les Petites Antilles (photo personnelle prise lors d’une campagne de terrain en mai 2012). Les cadres en tirets indiquent les zones où l’interface entre les couches n’est pas clairement identifiable.

De nombreuses expériences d’écoulements granulaires ont été menées en laboratoire ces dernières années pour reproduire à petite échelle les glissements de terrain naturels et ainsi tenter de mieux comprendre leur dynamique, leur rhéologie et les paramètres qui contrôlent la distance qu’ils parcourent [pour des références sur le sujet, lire, e.g. GdR Midi, 2004; Andreotti et al., 2013]. À partir d’expériences d’effondrements de colonnes granulaires à l’horizontale, des lois d’échelle empiriques ont été établies pour relier les paramètres initiaux de la colonne granulaire (hauteur, largeur, rapport d’aspect, i.e. hauteur sur largeur) aux dimensions du dépôt de l’écoulement [Balmforth and Kerswell, 2005; Lajeunesse et al., 2004, 2005; Lube et al., 2004, 2005; Siavoshi and Kudrolli, 2005; Lacaze and Kerswell, 2009]. Des modèles numériques et des solutions analytiques ont permis, d’une part, de mieux contraindre les paramètres empiriques de ces lois et, d’autre part, de décrire la dépendance de la distance parcourue à l’angle de la pente et à l’angle de friction du matériau granulaire (Figure 3a) [Kerswell, 2005; Mangeney-Castelnau et al., 2005; Staron and Hinch, 2005; Zenit, 2005; Mangeney et al., 2010].

Récemment, des expériences d’écoulements granulaires sur un lit érodable dans un canal à l’horizontale ou incliné ont permis de quantifier les processus d’érosion [Mangeney et al., 2010; Iverson et al., 2010; Dufresne, 2012; Roche et al., 2013]. Les expériences de Mangeney et al. [2010] montrent que la présence d’un lit érodable sur la base du canal n’affecte la distance parcourue par un écoulement granulaire qu’à partir d’un certain angle de pente, qui est environ la moitié de l’angle de friction. Au-delà de cet angle critique, l’augmentation de la distance parcourue par un écoulement sur un lit érodable par rapport au même écoulement sur un lit rigide (i.e. non érodable) est plus importante lorsque l’angle de la pente et l’épaisseur du lit augmentent. Les auteurs ont identifié trois phases différentes pendant la propagation d’un écoulement granulaire : une phase d’accélération initiale, une décélération et une phase de propagation lente. Cette dernière phase apparaît à partir d’un angle de pente critique ou pour une épaisseur donnée du lit érodable (Figure 3b). La phase d’accélération et la vitesse maximale de l’écoulement granulaire

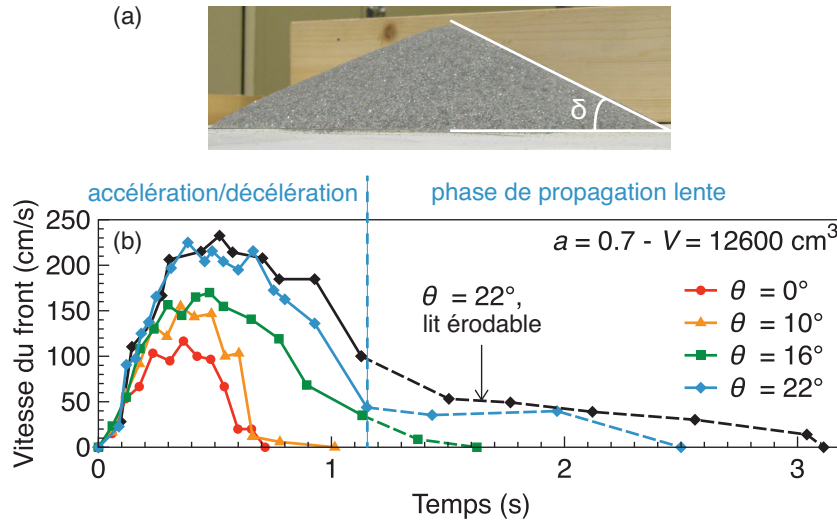


FIGURE 3 : (a) Illustration de l'angle de friction statique d'un matériau granulaire, formé par une pile de ce matériau au repos. (b) Vitesse du front de l'avalanche créée par l'effondrement d'une colonne granulaire de rapport d'aspect $a = 0.7$ et de volume $V = 12600 \text{ cm}^3$ dans un canal incliné à différentes pentes θ sans lit érodable (différentes couleurs) et pour $\theta = 22^\circ$ sur un lit érodable d'épaisseur 3 mm. On identifie trois phases : l'accélération, la décélération et une phase de propagation lente (tirets) qui apparaît pour les fortes pentes avec une vitesse quasi-constante $\sim 50 \text{ m s}^{-1}$ [adapté de Farin et al., 2014].

ne sont pas affectées par la présence d'un lit érodable. Cependant, pendant la décélération et la phase de propagation lente, la vitesse du front et la durée de l'écoulement sont plus grandes sur un lit érodable que sur un lit rigide (Figure 3b). L'écoulement parcourt par conséquent une plus grande distance sur un lit érodable que sur un lit rigide. La phase de propagation lente semble donc jouer un rôle crucial sur l'érosion à la base d'une avalanche et sur l'augmentation de la distance parcourue par les écoulements granulaires.

Les expériences de Mangeney et al. [2010] n'ont cependant été réalisées que pour un seul rapport d'aspect et un seul volume de la colonne relâchée. Plusieurs questions se posent alors, notamment :

- Les lois d'échelle établies pour des écoulements granulaires à l'horizontale sont-elles toujours valides lorsque la pente du canal augmente, ou sur un lit érodable ?
- L'angle de pente critique pour lequel la phase de propagation lente apparaît et la durée de cette phase dépendent-ils de la géométrie et du volume de la colonne granulaire relâchée, de la largeur du canal ou de la compacité du lit érodable ?
- Quels paramètres contrôlent l'augmentation de la distance parcourue sur un lit érodable : la profondeur ou la durée de mise en mouvement du lit érodable ? Est-ce-que cette augmentation est uniquement due à un ajout de masse dans le volume en mouvement ? Auquel cas, pourrait-on reproduire la même distance parcourue sur un lit rigide en ajoutant le volume entraîné au volume initial ?

Le premier objectif de ma thèse est de tenter de répondre à ces questions.

1.2. Signaux sismiques émis par les instabilités gravitaires

La signature sismique des glissements de terrain est différente de celle d'autres sources sismiques comme les tremblements de terre ou les trémors volcaniques [e.g. [Suriñach et al., 2005](#); [Hibert et al., 2011, 2014b](#)]. En effet, les signaux sismiques des écoulements granulaires sont émergents et leur spectrogramme a une forme caractéristique allongée, alors que ceux émis par des tremblements de terre ont une arrivée soudaine avec un spectrogramme de forme triangulaire (Figure 4). De plus, les signaux sismiques générés par les glissements de terrain sont principalement constitués d'ondes de surface [e.g. [Rousseau, 1999](#); [Dammeier et al., 2011](#); [Lévy et al., 2015](#)]. Ainsi, l'enregistrement du bruit sismique en continu par les réseaux sismologiques rend possible la détection des instabilités gravitaires, et donc leur localisation, de façon automatique [[Leprettre et al., 1998](#); [Hibert et al., 2014b](#)].

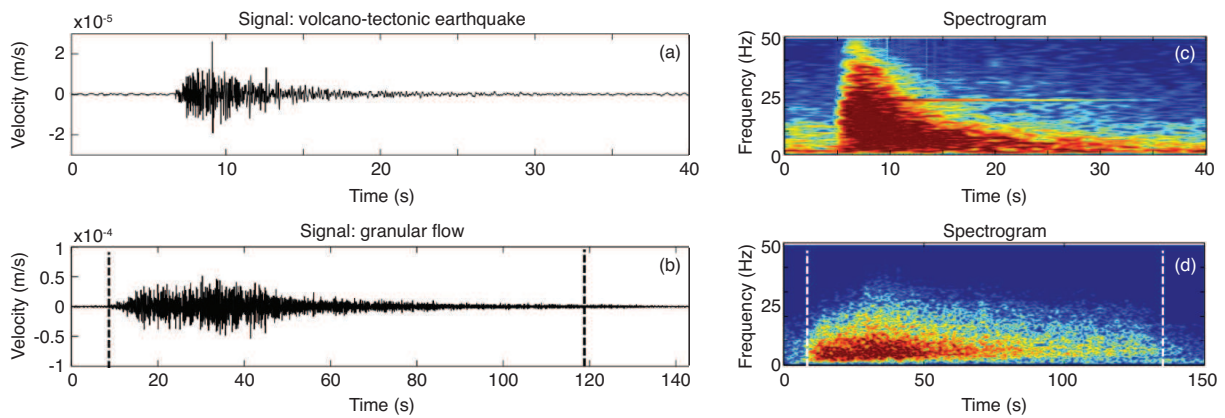


FIGURE 4 : (a) et (b) Signal sismique émis par (a) un tremblement de terre d'origine volcano-tectonique et (b) un éboulement de roche observés au Piton de la Fournaise sur l'île de la Réunion. (c) et (d) Spectrogrammes associés aux signaux de (a) et (b), respectivement. La couleur rouge représente une énergie sismique plus importante (normalisée). Les pointillés en (b) et (d) indiquent le début et la fin du glissement [adapté de [Hibert et al., 2011](#)].

L'enjeu majeur pour la gestion des risques liés aux glissements de terrain est maintenant d'être capable de déterminer leurs caractéristiques, comme leur volume, leur vitesse ou la distance qu'ils ont parcouru à partir du signal sismique émis. Essentiellement, deux approches complémentaires ont été adoptées dans la littérature avec cet objectif pour des instabilités gravitaires de toutes tailles :

- La première approche consiste à retrouver l'histoire des forces appliquées par le glissement de terrain sur la surface à partir du contenu longue période du signal sismique émis (> 1 s). Les longues périodes du signal sont émises par les fluctuations de contraintes générées par l'accélération et la décélération de la masse sur la pente. La connaissance des forces appliquées permet alors d'identifier les différentes phases de la propagation du glissement (accélération, décélération, arrêt) [e.g. [Moretti et al., 2012, 2015](#); [Allstadt, 2013](#); [Yamada et al., 2013](#); [Hibert et al., 2014a](#)], de retrouver sa trajectoire [e.g. [Favreau et al., 2010](#); [Moretti et al., 2012, 2015](#); [Allstadt, 2013](#); [Hibert et al., 2014a](#)] mais également de déduire sa masse, ses propriétés rhéologiques ou la distance parcourue [e.g. [Brodsky, 2003](#); [Favreau et al., 2010](#); [Moretti et al., 2012, 2015](#); [Allstadt, 2013](#); [Ekström and Stark, 2013](#); [Yamada et al., 2013](#); [Hibert et al., 2014a](#); [Zhao et al., 2014](#)].
- La seconde approche se base au contraire sur le contenu haute fréquence du signal sismique (> 1 Hz), généré par des impacts individuels de blocs. Des relations empiriques ont été

établies entre les caractéristiques physiques de glissements de terrain ou d'éboulements (volume, énergie potentielle perdue, durée,...) et celles du signal sismique (énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques, fréquences, durée,...) [e.g. Norris, 1994; Rousseau, 1999; Deparis et al., 2008; Vilajosana et al., 2008; Dammeier et al., 2011; Hibert et al., 2011, 2014b; Yamada et al., 2012; Lévy et al., 2015].

Cependant, les signaux sismiques générés par les glissements de terrain sont parfois difficiles à interpréter à cause des effets de la topographie (virages, rupture de pente,...) [Favreau et al., 2010; Allstadt, 2013; Hibert et al., 2014a; Moretti et al., 2015; Yamada et al., 2015] ou des effets de site et de la forte atténuation des ondes sismiques dans les milieux hétérogènes [Aki and Richards, 1980]. De plus, très peu de sites sont aujourd'hui instrumentés pour permettre des enregistrements visuels et sismiques simultanés des glissements de terrain [e.g. Hibert et al., 2014b].

Dans ce contexte, nous nous proposons de réaliser des expériences de laboratoire d'écoulements granulaires en observant de façon systématique l'effet des conditions initiales sur le signal sismique émis. De telles expériences n'ont pour l'instant jamais été mises en place dans la littérature. Les signaux sismiques générés par les écoulements granulaires étant délicats à interpréter, nous allons d'abord nous focaliser sur la génération d'ondes élastiques par un impact individuel.

Mon travail de doctorat s'est déroulé dans le cadre des projets ANR LANDQUAKES et ERC SLIDEQUAKES impliquant des installations de stations sismiques dans les zones à risques gravitaires, de la modélisation numérique de glissements de terrain, des signaux sismiques associés et des processus d'érosion/déposition et des expériences de laboratoire. J'étais pour ma part chargé de la partie expérimentale, avec deux objectifs principaux : (1) Observer et quantifier les variations de la dynamique, du dépôt et des processus d'érosion des écoulements granulaires lorsque la pente augmente, pour différentes conditions initiales et aux limites. (2) Établir théoriquement et tester expérimentalement des lois d'échelles qui permettent de retrouver les propriétés d'un impact individuel et d'un écoulement granulaire à partir du signal sismique associé. La finalité étant de pouvoir exporter ces relations dans un contexte naturel.

2. Présentation de la thèse

Tout au long de cette thèse, nous adoptons essentiellement une approche expérimentale, avec des allers-retours ponctuels avec des modèles théoriques simples, des observations de terrain et des simulations numériques.

L'objectif est dans un premier temps d'étudier la dynamique et le dépôt d'étalements de colonnes granulaires dans un canal incliné, dont la surface est recouverte ou non d'un lit érodable constitué du même matériau (Figure 5). Ces expériences sont présentées au **chapitre 2** sous la forme d'un article publié dans *Journal of Geophysical Research : Earth Surface* [Farin et al., 2014]. En voici les résultats principaux. Il a été observé précédemment qu'une phase de propagation lente apparaît à la fin de la décélération pour des angles de pentes supérieurs à un angle critique [Mangeney et al., 2010] (voir Figure 3b). Nous montrons que l'augmentation de la durée de cette phase a un effet crucial sur la dynamique et le dépôt des écoulements granulaires, que ce soit sur un lit rigide ou sur un lit érodable. Quand la phase de propagation lente se développe sur un lit rigide, la distance parcourue par l'écoulement ne dépend plus uniquement de la hauteur initiale de la colonne granulaire relâchée, comme c'est le cas à l'horizontale, mais dépend aussi de sa largeur le long de la pente. De plus, sur un lit érodable à fortes pentes, la distance

parcourue augmente (jusqu'à 50%) par rapport au même écoulement sur un lit rigide pendant les phases de décélération et de propagation lente. L'augmentation de la distance parcourue est plus importante lorsque la durée de la phase de propagation lente augmente. Nous identifions les conditions initiales et les conditions aux limites qui contribuent à augmenter la durée de la phase de propagation lente. La durée de cette phase augmente (i) lorsque l'angle de la pente, le volume de la colonne, l'inclinaison de l'angle de la porte qui retient la colonne par rapport à la pente et la largeur du canal augmentent ; (ii) lorsque le rapport d'aspect (le rapport de la hauteur sur la largeur initiale) de la colonne diminue ; (iii) en présence d'un lit érodable et lorsque la compacité du lit érodable diminue. De plus, en mesurant la position de l'interface entre les grains statiques et mobiles lors des écoulements granulaires sur un lit érodable, nous montrons que l'augmentation de la distance parcourue est plus importante lorsque la durée de l'érosion augmente. En revanche, nous n'observons aucune relation entre l'augmentation de distance parcourue et la profondeur maximale d'érosion ou la vitesse maximale de l'écoulement.



FIGURE 5 : Dispositif expérimental utilisé pour réaliser des écoulements granulaires. Une colonne granulaire est initialement contenue dans un réservoir en amont du canal et s'écoule lorsque nous ouvrons la porte. L'écoulement granulaire est filmé par une caméra rapide.

Le **chapitre 3** présente la caractérisation des signaux sismiques émis par un impact individuel. Nous rappelons d'abord le modèle analytique d'impact élastique de [Hertz \[1882\]](#) qui donne l'expression de la force d'impact d'une sphère sur une surface plane. À partir de cette force, nous montrons comment obtenir une expression analytique du signal sismique émis par un impact sur une plaque fine ou sur un bloc épais. Nous cherchons ensuite à estimer l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact dans un contexte expérimental. Pour ce faire, nous utilisons trois méthodes complémentaires, dont on montre à l'aide d'expériences de laboratoire qu'elles donnent des résultats proches. Les différences entre les méthodes et l'erreur commise par chaque méthode sont quantifiées. Ces estimations d'énergie constituent le contenu d'un article soumis dans un journal international d'acoustique. Des lois d'échelle analytiques sont ensuite développées à partir du modèle de [Hertz \[1882\]](#) pour exprimer l'énergie élastique rayonnée et les fréquences caractéristiques du signal émis par un impact en fonction de la masse et de la vitesse de l'impacteur et des propriétés élastiques des matériaux en jeu. À l'aide d'expériences de laboratoire d'impacts de billes et de graviers sur différents supports, nous montrons qu'il est possible de déduire l'ordre de grandeur de la masse et de la vitesse de l'impacteur à partir du signal émis. Lors de ces expériences, l'énergie élastique rayonnée est estimée avec les méthodes présentées précédemment. Un budget énergétique des impacts est établi pour quantifier l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques et celle dissipée par des processus inélastiques. Nous

montrons que ce budget est très différent pour des impacts sur des plaques fines et sur des blocs épais. Les lois d'échelle et les expériences d'impacts sont présentées sous la forme d'un article en cours de rédaction.

Au **chapitre 4**, nous décrivons des expériences de lâchers de blocs rocheux sur une pente, au cours desquelles le signal sismique émis par les impacts des blocs a été mesuré. Lors de ces expériences, nous constatons que les données sismiques ont été échantillonnées à trop basse fréquence (100 Hz) pour nous permettre de déduire la masse et la vitesse des blocs, comme nous l'avons fait précédemment en laboratoire. Malgré cela, nous montrons que l'énergie élastique rayonnée par des impacts sur de la roche affleurante est en moyenne un ordre de grandeur plus élevée que pour des impacts sur de la terre meuble ou de l'herbe. De plus, l'énergie élastique rayonnée lors des impacts des blocs semble être proportionnelle au produit de la masse du bloc par la racine carrée de sa vitesse.

Enfin, au **chapitre 5**, des expériences d'effondrements de colonnes granulaires sont réalisées en filmant l'étalement et en mesurant la vibration sismique émise (Figure 6). Au cours de ces expériences, le rapport d'aspect, le volume et le diamètre des grains de la colonne granulaire et l'angle de la pente sont modifiés à tour de rôle en conservant les autres paramètres constants. Nous montrons que les phases d'accélération et de décélération d'un écoulement granulaire à l'horizontale peuvent être identifiées dans le signal émis. En effet, l'enveloppe du signal est symétrique par rapport à son maximum, qui sépare l'accélération de la décélération. Ceci n'est plus vrai lorsque l'angle de la pente augmente car l'enveloppe reste inchangée pendant l'accélération mais s'allonge significativement pendant la décélération. Ensuite, nous établissons des lois d'échelle empiriques entre les paramètres initiaux de l'étalement granulaire et l'énergie élastique rayonnée et les fréquences caractéristiques du signal émis. En particulier, nous observons que le rapport de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie potentielle totale perdue lors de l'écoulement, usuellement mesuré sur le terrain, augmente lorsque le diamètre des billes augmente et lorsque la masse totale de l'écoulement diminue. D'autre part, une loi d'échelle est développée pour décrire l'augmentation de l'énergie élastique rayonnée par un écoulement granulaire lorsque l'angle de la pente augmente. En ajustant cette loi aux mesures sismiques, nous parvenons à retrouver l'angle de friction du matériau granulaire.

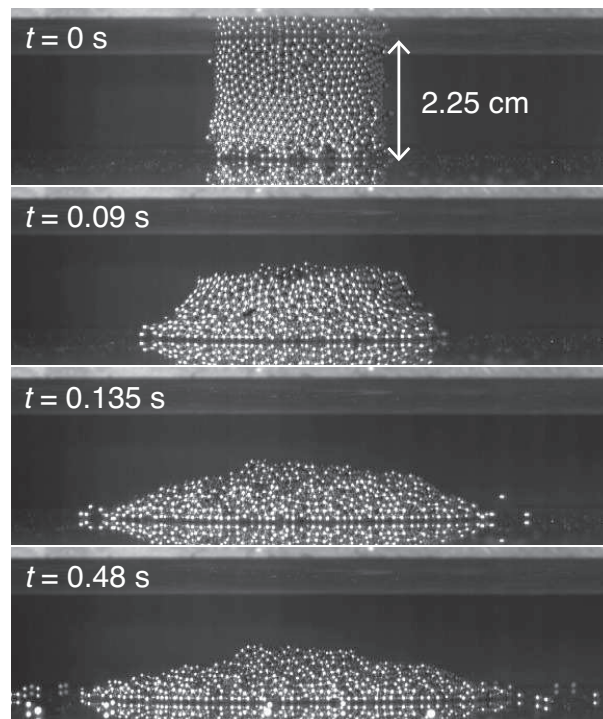


FIGURE 6 : Images successives de l'effondrement d'une colonne granulaire constituée de billes d'acier sur une plaque de verre.

Chapitre 2 : Dynamique des écoulements granulaires et processus d'érosion

Résumé du chapitre

Avant de nous intéresser au signal acoustique généré par les écoulements granulaires, nous allons chercher à identifier les processus et les paramètres clés qui contrôlent leur dynamique. Des études récentes montrent que l'entraînement des dépôts pré-existants par les avalanches peut augmenter significativement la distance qu'elles parcourent, surtout à fortes pentes [e.g. [Sovilla et al., 2006](#); [Mangeney et al., 2007b, 2010](#); [Iverson et al., 2010](#)]. Cependant, la dynamique des avalanches et les processus d'érosion/déposition sont très difficiles à observer et à quantifier dans la nature [[Berger et al., 2011](#); [Schurch et al., 2011](#); [McCoy et al., 2013](#)].

Dans ce chapitre, une série d'expériences d'écoulements granulaires a été réalisée, en présence ou non d'un lit érodable constitué du même matériau granulaire, pour reproduire à l'échelle du laboratoire les écoulements granulaires et les processus d'érosion et ainsi tenter de mieux comprendre ces phénomènes complexes. Le principe de ces expériences est simple : une colonne granulaire est initialement contenue dans un réservoir puis relâchée soudainement dans un canal incliné. Après une phase d'accélération initiale, le front de l'écoulement granulaire atteint une vitesse maximale puis décélère sous l'effet de la force de friction avant de s'arrêter sur la pente. À l'aide d'une caméra rapide située sur le côté du canal, nous pouvons suivre l'évolution temporelle de la vitesse du front, du profil d'épaisseur de l'écoulement granulaire et identifier l'interface entre les grains statiques et mobiles à l'intérieur de l'écoulement au cours du temps. La distance parcourue par l'écoulement est mesurée à la fin de chaque expérience. Pour différents angles de pente du canal variant de l'horizontale jusqu'à l'angle de friction du matériau granulaire ($\sim 24^\circ$), nous faisons varier systématiquement les conditions initiales (le rapport d'aspect – le rapport de la hauteur sur la longueur de la colonne –, le volume et la forme de la colonne) et les conditions aux limites (la présence d'un lit érodable, l'épaisseur du lit et sa compacité et la largeur du canal). L'influence de ces différents paramètres sur la dynamique (distance parcourue, dépôt), et des processus d'érosion (profondeur et durée d'érosion) est quantifiée lorsque la pente du canal augmente. Les résultats de ces expériences sont présentés sous la forme d'un article publié dans le *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*.

En perspective de ce travail, nous montrons que les expériences de laboratoire fournissent des données quantitatives pour évaluer la capacité d'un modèle viscoplastique 1D à reproduire l'interface entre les grains statiques et mobiles et les profils de vitesse dans les écoulements granulaires, depuis la mise en mouvement jusqu'à l'arrêt de la masse [[Bouchut et al., 2014](#); [Lusso et al., 2014](#)]. De tels modèles sont importants pour obtenir une description théorique des processus d'érosion / déposition.

1. Étude expérimentale de la dynamique, du dépôt et des processus d'érosion des écoulements granulaires à fortes pentes

Titre original : Fundamental changes of granular flow dynamics, deposition and erosion processes at high slope angles : insights from laboratory experiments
publié en ligne le 13 mars 2014 dans le Journal of Geophysical Research, Earth Surface

Auteurs : Maxime Farin¹, Anne Mangeney^{1,3}, Olivier Roche³

1 - Institut de Physique du Globe de Paris, Equipe Sismologie, CNRS-UMR 7154, Université Paris-Diderot 7, PRES Sorbonne Paris Cité

2 - Laboratoire Magmas et Volcans, Université Blaise Pascal-CNRS-IRD

3 - ANGE team, INRIA, CETMEF, Lab. J. Louis Lions

Résumé en français

L'entraînement de matériaux sous-jacents par les glissements de terrain peut significativement augmenter la distance qu'ils parcourent [e.g. [Sovilla et al., 2006](#); [Mangeney et al., 2007b, 2010](#); [Iverson et al., 2010](#)]. Un des enjeux de la recherche actuelle sur les glissements de terrain est de donner une description théorique des processus d'érosion. Cependant, la dynamique des instabilités gravitaires et les lois de comportement rhéologique qui les gouvernent sont encore mal comprises.

Les expériences d'écoulements granulaires sont alors un moyen unique d'obtenir des informations quantitatives sur leur dynamique et sur les mécanismes physiques qui la contrôlent [lire e.g. [GdR Midi, 2004](#); [Andreotti et al., 2013](#)]. Notamment, des expériences d'étalements de colonnes granulaires à l'horizontale ont montré que la distance parcourue par un écoulement granulaire est proportionnelle à la hauteur initiale de la colonne relâchée, pour des rapports d'aspects initiaux (i.e., hauteur sur largeur initiales) inférieurs à 2 [[Lajeunesse et al., 2004](#); [Lube et al., 2004](#); [Balmforth and Kerswell, 2005](#); [Lajeunesse et al., 2005](#); [Lube et al., 2005](#)]. D'autre part, [Pouliquen \[1999\]](#) a mis en évidence l'existence d'écoulements stationnaires et uniformes, d'épaisseur constante, dans une gamme d'angles de pente entre 20° et 28° (pour des billes de verre). Ces écoulements se propagent sans s'arrêter tant que l'alimentation en amont n'est pas coupée. [Pouliquen \[1999\]](#) a proposé une loi d'échelle empirique reliant la vitesse à l'épaisseur de ces écoulements. [Mangeney et al. \[2010\]](#) ont réalisé des étalements de colonnes granulaires sur un

lit érodable. Leurs expériences ont montré qu'il existe un angle de pente critique θ_c – environ la moitié de l'angle de friction statique du matériau granulaire – au-delà duquel la distance parcourue par un écoulement granulaire sur un lit érodable augmente par rapport au même écoulement sans lit érodable (lit rigide). L'augmentation de la distance parcourue est plus importante lorsque l'angle de la pente et l'épaisseur du lit augmentent. Pour les angles de pente supérieurs à l'angle critique θ_c , les auteurs ont observé le développement d'une phase de propagation lente à la fin de la décélération. Cette phase prolonge significativement la durée de l'écoulement (voir Figure 3b de l'introduction). [Mangeney et al. \[2010\]](#) ont également mesuré la profondeur de l'interface entre les grains statiques et mobiles dans un lit érodable. Lorsque le front de l'écoulement granulaire atteint la position de la mesure le long du canal, l'interface statique/mobile atteint rapidement une profondeur maximale, puis remonte lentement vers la surface libre lorsque le front de l'écoulement s'éloigne. Enfin, des vaguelettes de particules du lit érodable entraînées par l'écoulement ont été observées à l'interface entre l'écoulement et le lit sous-jacent.

À l'issue de ces expériences, plusieurs questions se posent. L'angle de pente critique θ_c dépend-il des conditions initiales (volume, rapport d'aspect, forme de la colonne,...) ? Les lois d'échelle établies à l'horizontale pour la distance parcourue sont-elles encore valables à fortes pentes ? L'augmentation de la distance parcourue sur un lit érodable pour $\theta > \theta_c$ est-elle uniquement due à un ajout de masse par entraînement dans le volume en mouvement ? Quel est le lien entre l'augmentation de la distance parcourue et la profondeur d'érosion ou l'amplitude des vagues d'érosion observées par [Mangeney et al. \[2010\]](#) ? Enfin, quels sont les paramètres qui contrôlent l'apparition de la phase de propagation lente ?

Dans cet article, nous montrons que la dynamique, le dépôt et les processus d'érosion des écoulements granulaires changent fondamentalement pour les angles de pente θ supérieurs à l'angle de pente critique θ_c , que ce soit sur un lit rigide ou sur un lit érodable. Dans nos expériences, l'angle θ_c est entre 10° et 16° , indépendamment des conditions initiales.

- Pour les angles de pente $\theta < \theta_c$, les lois d'échelle établies à l'horizontale dans la littérature sont valides : la distance parcourue par l'écoulement granulaire est proportionnelle la hauteur initiale de la colonne relâchée. L'angle que forme le front du dépôt de l'écoulement est faible par rapport à la pente. De plus, la présence d'un lit érodable n'affecte pas la distance parcourue par les écoulements granulaires. Le régime de propagation des écoulements est alors similaire à celui observé à l'horizontale, avec une accélération aussi longue que la décélération.
- Au contraire, pour les angles de pente $\theta > \theta_c$, les lois d'échelles établies à l'horizontale ne sont plus valides car la distance parcourue dépend également de la longueur de la colonne le long de la pente. Le front du dépôt forme un angle important avec la pente ("steep front"). De plus, la distance parcourue par un écoulement sur un lit érodable augmente par rapport au même écoulement sur un lit rigide (jusqu'à 50% d'augmentation).

Nous démontrons que l'augmentation de la distance parcourue sur un lit érodable n'est pas uniquement due à une augmentation du volume en mouvement. En effet, nous estimons grossièrement le volume V_m mis en mouvement lors d'un écoulement sur un lit érodable et nous ajoutons ce volume au volume initial V_i relâché. Ce nouveau volume $V_m + V_i$ est ensuite relâché sur le lit rigide du canal. Les résultats montrent que la distance parcourue par l'écoulement de plus grand volume sur un lit rigide est toujours plus faible que celle sur le lit érodable.

Les changements observés à fortes pentes, pour $\theta > \theta_c$, semblent liés à l'apparition et au développement de la phase de propagation lente. En effet, ces changements sont plus marqués lorsque la durée de la phase de propagation lente augmente. Par exemple, l'augmentation de la

distance parcourue sur un lit érodable est plus importante. La phase de propagation lente est un régime de propagation fondamentalement différent de celui observé à faibles pentes. Nous montrons que cette phase a des caractéristiques similaires à celles des écoulements stationnaires et uniformes observés par Pouliquen [1999], avec une épaisseur et une vitesse quasi-constantes et un “steep front”. Par ailleurs, lorsque la phase de propagation lente dure suffisamment longtemps (> 1 seconde), sa vitesse et son épaisseur moyennes suivent la loi d’échelle proposée par Pouliquen [1999] pour les écoulements stationnaires et uniformes. Nous identifions les conditions initiales ou aux limites qui contribuent à développer la phase de propagation lente. La durée de cette phase augmente lorsque (i) l’angle de la pente, le volume de la colonne granulaire relachée, l’angle de la porte du réservoir qui contient la colonne par rapport à la pente, et la largeur du canal augmentent, (ii) lorsque le rapport d’aspect initial de la colonne diminue et (iii) en présence d’un lit érodable.

Enfin, une série d’expériences d’écoulements granulaires sur un lit érodable est réalisée en mesurant la position de l’interface entre les grains statiques et mobiles dans le lit érodable. Nous regardons également comment la profondeur maximale et la durée d’érosion du lit érodable, ainsi que l’amplitude et la durée des vagues d’érosion à l’interface entre le lit et l’écoulement, varient lorsque les conditions initiales changent¹. Ces expériences révèlent trois résultats importants :

- L’érosion du lit érodable n’est pas uniforme pendant l’écoulement. En effet, pendant la phase d’accélération, le lit est érodé en profondeur mais pendant un cours instant. Au contraire, pendant la décélération et la phase de propagation lente, le lit est érodé moins profondément mais pendant une durée plus longue.
- L’augmentation de la distance parcourue par un écoulement granulaire sur un lit érodable est plus importante quand la durée d’érosion du lit et la durée des vagues d’érosion augmentent. En revanche, l’augmentation de la distance parcourue ne dépend pas de la profondeur maximale d’érosion ni de l’amplitude des vagues d’érosion.
- L’érosion dépend de la compacité du lit érodable : l’augmentation de la distance parcourue et la profondeur et la durée d’érosion augmentent lorsque la compacité du lit diminue.

¹Une vidéo des vagues d’érosion est disponible en ligne dans les “supplementary materials” de l’article [Farin et al., 2014]

Abstract

Entrainment of underlying debris by geophysical flows can significantly increase the flow deposit extent. To study this phenomenon, analog laboratory experiments have been conducted on granular column collapse over an inclined channel with and without an erodible bed made of similar granular material. Results show that for slope angles below a critical value θ_c , between 10° and 16° , the runout distance r_f depends only on the initial column height h_0 and is unaffected by the presence of an erodible bed. On steeper slopes, the flow dynamics change fundamentally, with a slow propagation phase developing after flow front deceleration, significantly extending the flow duration. This phase has characteristics similar to those of steady uniform flows. Its duration increases with increasing slope angle, column volume, column inclination with respect to the slope and channel width, decreasing column aspect ratio (height over length) and in the presence of an erodible bed. It is independent, however, of the maximum front velocity. The increase in the duration of the slow propagation phase has a crucial effect on flows dynamics and deposition. Over a rigid bed, the development of this phase leads to runout distances r_f that depend on both the initial column height h_0 and length r_0 . Over an erodible bed, as the duration of the slow propagation phase increases, the duration of bed excavation increases, leading to a greater increase in the runout distance compared with that over a rigid bed (up to 50%). This effect is even more pronounced as bed compaction decreases.

1. Introduction

Landslides, debris flows, pyroclastic flows and snow or rock avalanches are examples of geophysical granular flows that commonly occur on steep terrain where they represent significant natural hazards to life and property. After destabilization, a granular mass tends to accelerate as gravity pulls it downslope before decelerating on gentler slopes where interaction forces dissipating energy overcome the driving force. Despite the increasing number of experimental, field and numerical studies of landslide and granular flow dynamics, the quantification of the physical processes involved and the corresponding rheological behavior of both experimental and natural flows are still open questions.

A major issue is to understand and quantify the entrainment of material on the landslide path. Indeed, material entrainment (i.e. erosion) can significantly change both deposit extent and flow dynamics, with strong implications for hazard assessment [e.g. [Sovilla et al., 2006](#); [Mangeney et al., 2007b, 2010](#); [Iverson et al., 2010](#)]. Geophysical granular flows interact with their substrate in various ways depending on flow characteristics and the mechanical properties of the underlying material. Granular substrates, resulting from deposition of earlier flows or various geological events, are commonly eroded by granular avalanches [[Hungr and Evans, 2004](#)]. The properties of these substrates (compaction, cohesion, etc.) vary significantly depending on the materials involved and their degree of cementation after weathering. The substrate can be faulted, folded or strongly distorted, which suggests strong shear coupling at the flow base [e.g. Figure 1 of [Dufresne, 2012](#), and references therein]. Erosion occurs preferentially on steep slopes [e.g. [Conway et al., 2010](#)] but is observed as well along sub-horizontal substrates. Evidence includes entrained blocks and erosional features such as striae, furrows and impact marks [[Roche et al., 2013](#)]. Particles from the substrate can also be entrained by the flow and are typically found mingled within its deposit [[Bernard and Van Wyk de Vries, 2011](#)]. However, direct measurement of material entrainment in nature and of its link with flow dynamics is very difficult [[Sovilla et al., 2006](#); [Berger et al., 2011](#); [Schurch et al., 2011](#); [McCoy et al., 2013](#)].

Attempts have been made to incorporate entrainment processes in numerical models to simulate the propagation of granular flows over erodible beds [e.g. [Mangeney et al., 2007b](#); [Bouchut et al.,](#)

2008; Crosta et al., 2009a,b; Iverson, 2012; Moretti et al., 2012]. However, given the very few observations available to constrain the models, a theoretical understanding of the entrainment processes in granular flows remains a major challenge.

In this context, laboratory experiments of granular flows are a unique way to gain insight into the erosion processes and their link with flow dynamics. Essentially, two types of analog laboratory experiments have been performed extensively over the last 15 years to investigate the behavior of geophysical granular flows. They involve: (i) the collapse of granular columns over horizontal rigid beds and (ii) steady uniform flows of granular material over inclined rigid beds generated by a constant supply upslope. By varying systematically the nature, volume, dimension and shape of the initially released mass and the substrate characteristics, granular collapse experiments over horizontal beds have made it possible to establish robust scaling laws relating the characteristics of the deposit to the initial dimensions of the granular column (initial height, radius and aspect ratio, i.e. height over width) [Balmforth and Kerswell, 2005; Lajeunesse et al., 2004, 2005; Lube et al., 2004, 2005; Siavoshi and Kudrolli, 2005; Lacaze and Kerswell, 2009]. Numerical and analytical modeling of granular collapse, using thin layer models based on empirical friction laws involving a constant friction coefficient, has been able to reproduce the deposits with their associated thin front as well as the scaling laws observed experimentally. Analytical solutions have provided insight into the empirical parameters involved in these scaling laws and have made it possible to extend them to granular collapse over inclined beds [Kerswell, 2005; Mangeney-Castelnau et al., 2005; Mangeney et al., 2010]. Several granular collapse experiments have also been performed over inclined beds without trying to reproduce the scaling laws obtained on horizontal planes [Hogg, 2007; Mangeney et al., 2010; Lube et al., 2011]. Furthermore, the pioneering experiments of Pouliquen [1999] followed by many others have shown the existence of slow, thin, steady uniform flows with steep fronts over a range of slope inclination angles (about 20° to 28° for glass beads). Simulation of these experiments is only possible when using a friction law whose friction coefficient depends both on flow velocity and thickness [Pouliquen, 1999; Pouliquen and Forterre, 2002; Mangeney et al., 2007a]. Reconciling these two end-member types of experiments ((i) and (ii)) remains a challenge.

Experiments on granular collapse over horizontal and inclined erodible beds have been performed recently to investigate and quantify erosion processes [Mangeney et al., 2007a, 2010; Iverson et al., 2010; Dufresne, 2012; Roche et al., 2013]. Mangeney et al. [2010] have shown that erosion processes affect the flow behavior above a critical slope angle θ_c that is about half the repose angle θ_r of the granular material ($\theta_c \simeq 12^\circ \simeq \theta_r/2$). At a given slope angle $\theta > \theta_c$, the runout distance in their experiments increased linearly as a function of the bed thickness, up to about 40% for inclinations close to the repose angle of the granular material involved. Three phases of flow propagation were observed: (i) an initial acceleration phase, (ii) a rapid deceleration phase and (iii) a final phase of slow propagation that appeared only at sufficiently high slope angles and/or bed thicknesses and for which the duration increased with the slope angle. The presence of an erodible bed did not affect the acceleration phase and the maximum front velocity, but it significantly increased the front velocity during the deceleration and slow propagation phases, thereby increasing the flow duration and the runout distance compared to that of collapse over a rigid bed. The experiments also showed that the penetration depth of the interface separating the flowing and static grains in the erodible bed first increased rapidly behind the flow front, reached a maximum value and finally decreased to a value that depended on the slope angle. At the interface between the erodible bed and the flow, waves of grains from the erodible bed, traveling downstream, were observed behind the flow front. How these waves affect the efficiency of erosion processes is still unclear.

Because the experiments of Mangeney et al. [2010] were conducted only for a rectangular granular column of aspect ratio $a = 0.7$ and volume $V = 2800 \text{ cm}^3$, a channel of width $W = 10 \text{ cm}$ and loosely-packed beds of thickness h_i up to only 6 mm, several questions remain unresolved. Does

the value of the critical angle θ_c depend on the characteristics of the released mass, the channel width and the nature of the erodible bed ? Does the runout distance still increase linearly with the thickness of the erodible bed whatever the nature and thickness of the substrate and the characteristics of the released mass ? What controls the increase in runout distance due to material entrainment (maximum penetration depth and/or duration of excavation, amplitude and/or duration of the waves, etc.) ? Is this increase in runout distance only due to the addition of mass, i.e. would it also be obtained simply by adding this eroded mass to the initial column mass ? How do the properties of the released mass (volume, aspect ratio, shape) impact on the efficiency of erosion processes and the appearance and duration of the slow propagation phase ? Whatever the origin of this slow propagation phase, its strong impact on flow dynamics suggests that it represents a flow regime substantially different from the spreading regime observed for granular collapse on slopes $\theta < \theta_c$. As a result, an important question is whether the well established scaling laws observed for granular collapse over horizontal planes are still valid for flows that include a slow propagation phase. Furthermore, how does this phase compare with steady uniform flows observed over inclined planes ?

To address these questions, we here investigate experimentally how, when varying initial and boundary conditions, the granular flow dynamics and erosion and deposition processes are affected by the: (i) initial aspect ratio, volume and shape of the granular column released, (ii) slope angle of the channel, (iii) channel width and (iv) thickness and degree of compaction of the erodible bed. More specifically, we investigate how runout distance, flow front velocity, duration of the slow propagation phase, deposit shape, critical slope angle θ_c , depth and duration of excavation within a flow and amplitude and duration of erosion waves vary as a function of these experimental combinations.

Section 2 describes the experimental design. After briefly presenting theoretical concepts in section 3, we test general scaling laws for granular flow runout distances in section 4 and we show the effects of various parameters on flow dynamics and deposition processes over a rigid (non-erodible) inclined bed. Section 5 deals with flows over an erodible bed and provides insights into the influence of the control parameters on flow dynamics, runout distance and erosion efficiency. Results are discussed in section 6.

2. Experimental Design

The experimental setup consisted of a 3-m-long channel bordered by smooth Plexiglass walls (Figure 7). A granular column of glass beads was released from rest at the upper end of the channel with an inclination that could be varied from 0° to about 35° (Figure 7b). The reservoir length r_0 could be varied from 10 cm to 30 cm, making it possible to release columns with different aspect ratios $a = h_0/r_0$ and volumes $V = h_0 r_0 W$, where h_0 is the height of the granular column (up to 30 cm) and W is the channel width ($W = 10$ or 20 cm).

Once released, the granular material flowed down the channel. In some experiments, the channel base was covered with a thin bed of glass beads of thickness h_i (Figure 7b). The control parameters in the apparatus were the slope angle θ , granular column aspect ratio a and volume V , as well as the thickness h_i and degree of compaction of the erodible bed. The glass beads in both the flow and erodible bed were subspherical, cohesionless and highly rigid (see Table 1 for characteristics).

The channel base was roughened by gluing a layer of the same beads on its surface. The erodible bed above that base was built using three different methods that led to an increasing degree of compaction, as described below:

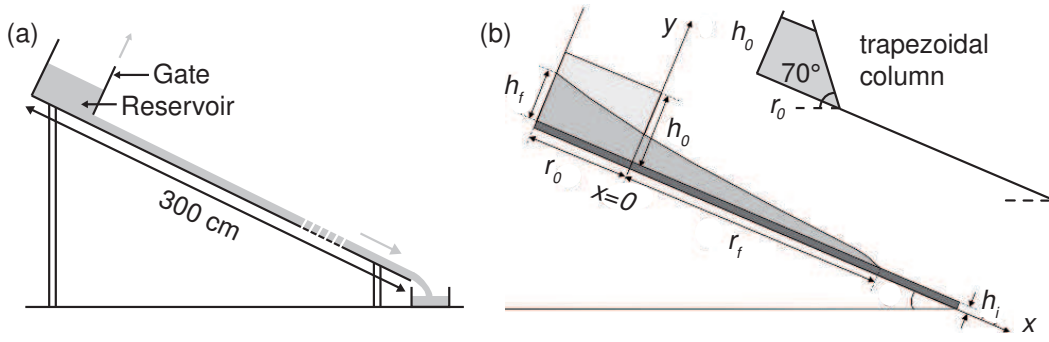


Figure 7 : (a) Experimental design used to build an erodible bed over an inclined rough channel base (based on the Pouliquen [1999] method for the study of steady uniform flows). (b) Morphometric and control parameters measured in the experiments and characteristics of a column with trapezoidal cross section. The initial granular column is contained in a reservoir of dimensions h_0 and r_0 (light gray). The erodible bed initially covering the rough channel base has a thickness h_i (dark gray). The deposit length r_f and final maximum height h_f (gray) were measured after each experiment [adapted from Mangeney et al., 2010].

Table 1 : Characteristics of the glass beads used in the experiments.

diameter	density	repose angle	avalanche angle
d (μm)	ρ_b (kg m^{-3})	θ_r ($^\circ$)	θ_a ($^\circ$)
600-800	2500	23 ± 0.5	25 ± 0.5

1. Like Mangeney et al. [2010], we used the method proposed by Pouliquen [1999] for the study of steady uniform flows propagating from a reservoir down a rough plane at different slope angles. By suddenly cutting the mass supply from the reservoir, a uniform thin deposit of thickness $h_s(\theta)$ was left on the rough base, forming an erodible bed (Figure 7a). In our case, for a channel width $W = 20$ cm, such deposits were observed for θ from 24.4° to 31° (Figure 8). Below 24.4° , the thickness of the deposit decreased in the downstream direction. On the other hand, for $\theta > 31^\circ$, the flows did not form deposits, but instead left the channel. Therefore, for slope angles between 24.4° and 31° , this method generated loosely-packed beds of thickness $h_i = 1$ to 6 mm (Figure 8) with a measured volume fraction $\nu_{\text{Pouliquen}} = 0.47 \pm 0.08$ (see below). Note that a channel width $W = 10$ cm leads to thicker deposits, i.e. up to 8 mm (Figure 8). As a result, a layer of same thickness h_i is more stable on the narrow channel than on the wider channel.
2. A second method used to generate an erodible bed consisted of using a sliding board to level a layer of beads initially poured on a horizontal rough plane, then slowly increasing the slope angle. This process compacted only the free surface of the layer with a thickness of ~ 8 to 12 grain diameters (i.e. ~ 5 to 8 mm) whereas the lower layer remained relatively uncompacted, thereby leading to beds of mean volume fraction $\nu_{\text{board}} = 0.65 \pm 0.08$, which decreased with increasing bed thickness.
3. A third method used to create erodible beds generated the highest degree of compaction ($\nu_{\text{vib}} = 0.74 \pm 0.03$). After the bed was leveled with a board as in the second method, it was vibrated by gently tapping each side of the channel 10 times to compact the beads.

The solid volume fraction ν of each erodible bed was measured by removing and weighing a section of length l and thickness h_i from each bed. The volume $h_i l W$ of this bed slice was compared to the volume of grains m/ρ_b , where m and ρ_b are respectively the mass of material

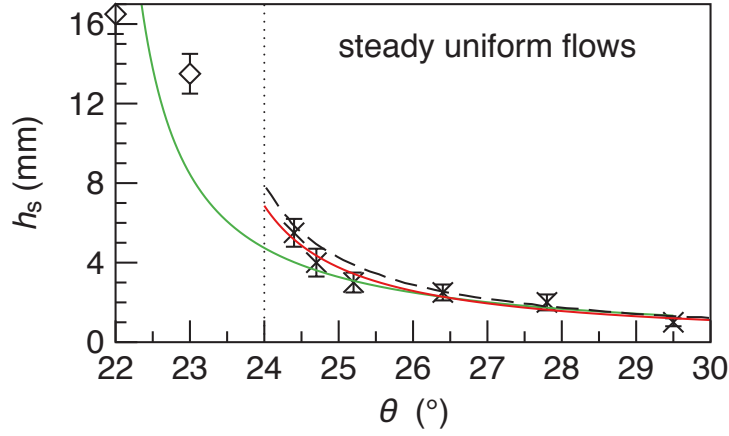


Figure 8 : Thickness of the deposit h_s left on the rough base of inclination θ by a steady uniform flow after the mass supply from the reservoir has been cut (crosses, for $\theta > 24^\circ$). The maximum values of the mean thickness h_{dmean} of the deposits by the quasi-uniform flows from granular column collapses for $\theta = 22^\circ$ and $\theta = 23^\circ$ are also shown (empty diamonds, see Figures 22b and 22c and text in section 6.1). The red curve represents the best fit to the data for steady uniform flows and the green line is the best fit to all the data, using equation (1) proposed by Mangeney et al. [2010] for both fits. The black dashed line is the best fit to the data of Mangeney et al. [2010] with the 10-cm-wide channel.

and density of the individual beads in the slice. The solid volume fraction is then given by $\nu = m/(h_i l W \rho_b)$.

We performed a series of experiments in which the length of the deposit r_f from the gate at $x = 0$ (the runout distance), the final thickness of the deposit at the upper wall h_f and the time t_f at which the front stopped (Figure 7b) were measured systematically, except for cases in which the granular flow did not stop on the plane and left the channel. Runout distances of flows over erodible beds were reproducible to within 3 cm, corresponding to a variation of at most 8% of the runout distance. The thickness $h(x, t)$ and front velocity $V_f(t)$ of the flow were determined from high-speed videos. In all experiments, the gate was removed rapidly (at $\sim 2 \text{ m s}^{-1}$) over a time scale much shorter than the flow duration. Thus, our experiments were equivalent to an instantaneous dam-break process.

Experiments were first carried out on a rigid, rough channel for slope angles ranging from $\theta = 0^\circ$ to 24° and volumes from $V = 1400 \text{ cm}^3$ to 12600 cm^3 . Aspect ratios a ranged from $a = 0.3$ to 1.24, consistent with many geophysical flows [Mangeney et al., 2012]. Most experiments were performed in a 20-cm-wide channel but some experiments were also conducted in a 10-cm-wide channel to quantify the influence of the channel width on our results (Experiments **E'** in Table 2). Experiments were then repeated with the same initial and boundary conditions, but with the channel covered by a thin erodible bed of variable thickness $h_i = 1$ to 25 mm (Table 2). In natural cases, the initial shape of a destabilized mass is generally not rectangular. Therefore, trapezoidal reservoirs, with the gate inclined at 70° with respect to the horizontal (Figure 7b), were considered in addition to rectangular reservoirs with the gate perpendicular to the channel base. For the same volume V , the initial column height h_0 and the initial column length r_0 were both greater for a trapezoidal reservoir than for the rectangular reservoir. However, to compare results between reservoir shapes, we also defined the aspect ratio a of the trapezoidal column as the ratio of h_0 to r_0 (Figure 7b). The trapezoidal reservoirs allowed us to release columns of volume $V = 12600 \text{ cm}^3$ and aspect ratio $a = 0.7$ onto slopes having angles between 0° and 24° with respect to the horizontal (Experiments **E^t** in Table 2).

In order to observe velocity profiles on one side of the flow (through the transparent channel

Table 2 : Characteristics of the different experiments: slope angle θ , aspect ratio a (for $V = 5600 \text{ cm}^3$), volume V (for $a = 0.7$), bed thickness h_i and compaction method. Experiments **E'** were carried out in a 10-cm-wide inclined channel. Experiments **E^t** were conducted with a trapezoidal column. The letters **W**, **K** and **G** indicate the type of beads used for the experiments: respectively white, black (colored) and gray (mixture of white and black beads). The last line shows the method used to create the erodible bed: Pouliquen [1999] (*P*), board (*B*) or vibrated deposit (*V*) method.

	θ (°)	a -	V (cm ³)	h_i (mm)	compaction -
E-W	$0 \leq \theta \leq 24$	$0.3 \leq a \leq 1.24$	$1400 \leq V \leq 12600$	$0 \leq h_i \leq 25$	<i>P, B, V</i>
E'-W	$0 \leq \theta \leq 22$	0.7	6300	$0 \leq h_i \leq 5$	<i>B</i>
E^t-W	$0 \leq \theta \leq 24$	0.7	12600	$0 \leq h_i \leq 5$	<i>B</i>
E22-K	22	$0.45 \leq a \leq 1.24$	$1400 \leq V \leq 12600$	7	<i>B</i>
E24-K	24.5	0.7	12600	4	<i>B</i>
E-G	$0 \leq \theta \leq 24$	$0.3 \leq a \leq 1.24$	$1400 \leq V \leq 12600$	$0 \leq h_i \leq 20$	<i>P, B, V</i>

wall) and estimate the evolving interface separating flowing and static grains, we used black beads as tracers at a volume fraction of about 50%. Black beads had a slightly higher repose angle ($\theta_{rb} \simeq 25^\circ$) than the regular beads ($\theta_r \simeq 23^\circ$), possibly due to slight cohesion effects caused by the ink used to color the beads. To investigate how the amplitude and duration of erosion waves varied as a function of the aspect ratio a and volume V , we performed experiments with an erodible bed made of colored black beads. To obtain sufficient accuracy, it was necessary to work at high slope angles close to the friction angle of the glass beads, typically $\theta \geq 19^\circ$. At such angles, the wave amplitude and the excavation depth in the erodible bed were expected to be maximized.

3. Theoretical Model for Granular Flow Dynamics

To provide a basis for interpreting our experimental results, we review a theoretical framework describing the behavior of dry granular flows. The dynamics of granular flow result from a complex balance between inertia, gravity, friction and pressure gradients. Savage and Hutter [1989] described granular flows using a hydrodynamic approximation by averaging the 3D equations of mass and momentum conservation throughout the flow depth, assuming that the flow has a length much greater than its thickness. This is the case for most geophysical flows that are a few meters thick and travel distances of several hundred meters to several kilometers. The flow is also assumed to be incompressible and of constant density ρ . In this so-called shallow layer approximation, the flow is described by its local thickness $h(x, y, t)$ and its depth-averaged downslope velocity $\mathbf{u}(x, y, t) = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$, where x and y are the downslope coordinates in the reference frame of the slope (Figure 7b) and t is time. Assuming 2D flow, the equations of conservation of mass and momentum are:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial hu^2}{\partial x} \right) = \rho gh \cos \theta (\tan \theta - \mu(h, u) - K \nabla \cdot h), \quad (2)$$

where g is gravitational acceleration, θ the slope angle and K the ratio of vertical to horizontal normal stress [Savage and Hutter, 1989]. In equation (2), acceleration (left hand term) is balanced by three forces (right hand terms): (i) gravity, which is the driving force for the flow, (ii) friction, which opposes the motion and is proportional to the friction coefficient μ and to

the vertical normal stress $\rho gh \cos \theta$; and (iii) the force related to the pressure gradient, which involves the thickness gradient $\nabla \cdot h$.

Assuming a Coulomb friction law, i.e. a constant friction coefficient $\mu = \tan \delta$, with δ the friction angle of the granular material, we introduce dimensionless variables by scaling the downslope distance x and flow depth $h(x, t)$ using the initial column length r_0 and height h_0 [Roche et al., 2008, 2011; Mangeney et al., 2010]. Downslope velocity u is scaled by $\sqrt{K g \cos \theta h_0}$ and time t is scaled by $r_0 / \sqrt{K g \cos \theta h_0}$ [e.g. Kerswell, 2005; Mangeney-Castelnau et al., 2005; Hogg, 2007]. The resulting dimensionless equations are:

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{h} \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \nabla \cdot \tilde{h} = -\frac{\epsilon}{K}. \quad (4)$$

where ϵ is a dimensionless parameter defined by

$$\epsilon = \frac{\tan \delta - \tan \theta}{a}, \quad (5)$$

with $a = h_0 / r_0$, the column aspect ratio. This model describes dry granular flows over a simple, linear inclined plane. More complex models have been developed to simulate dense granular flows over realistic 3D topographies [e.g. Denlinger and Iverson, 2001; Bouchut et al., 2003; Bouchut and Westdickenberg, 2004; Denlinger and Iverson, 2004; Mangeney et al., 2007a].

4. Granular Flow over an Inclined Rigid Bed

4.1. Scaling Laws for Runout Distance

In the literature, the runout distance r_f is typically scaled by dividing it by the initial column length r_0 or height h_0 . Experimental results of rectangular [Balmforth and Kerswell, 2005; Lajeunesse et al., 2005; Lube et al., 2005] and axisymmetric [Lajeunesse et al., 2004; Lube et al., 2004] column collapse on a horizontal plane reveal that the ratio r_f / r_0 increases linearly with the column aspect ratio a and is independent of the volume V , for small aspect ratios ($a < 0.7$ to 3, depending on the configuration). Hence, the runout distance r_f is proportional to the initial column height h_0 . Using numerical and analytical solutions of equations (3) and (4), Kerswell [2005] and Mangeney-Castelnau et al. [2005] also predict that the ratio r_f / r_0 is proportional to a (regardless of a and for $a < 1$, respectively). Mangeney et al. [2000, 2010] developed an analytical expression for granular flows over an inclined plane:

$$\frac{r_f}{h_0} = \frac{2k}{\tan \delta - \tan \theta} \quad (6)$$

where the value of the coefficient k was empirically set to 0.5 [Mangeney et al., 2010] and δ is an empirical friction angle. Equation (6) shows that the runout distance r_f , normalized by the initial column height h_0 , is inversely proportional to the difference between the tangent of the slope angle θ and the tangent of the friction angle δ of the material.

We report flow runout distances in our experiments at various slope angles and examine whether they satisfy the scaling laws established in the literature for horizontal beds and if the results can be successfully fitted by equation (6) when the slope angle θ increases.

For slope angles $\theta \leq 16^\circ$, runout distances r_f satisfy the same scaling laws as those obtained for the horizontal case; r_f is proportional to h_0 (Figure 9a) and normalized runout distances r_f/r_0 are independent of V and increase linearly with a (Figures 9b and 9c). The best fit of equation (6) to our data is obtained using $\delta = 27^\circ$, slightly higher than the angle of repose measured experimentally ($\theta_r \sim 23^\circ$) [e.g. Mangeney-Castelnau et al., 2005; Kerswell, 2005; Hogg, 2007]. For $\theta \leq 16^\circ$ (i.e. $1/(\tan \delta - \tan \theta) \leq 4.5$), equation (6) provides a good prediction of the runout distance r_f of granular flows: for a given slope angle θ , all the values of r_f/h_0 collapse, regardless of the aspect ratio a (Figure 10a) and the volume V (Figure 10b).

On the other hand, these scaling laws are not applicable for flows on slope angles $\theta > 16^\circ$. At such angles, r_f does not depend on h_0 only, but instead clearly depends on the volume V (i.e. r_0) (Figure 9a). This result has never before been reported. For $a = 0.7$, r_f/r_0 increases with the volume V and even more so when the slope angle θ increases (Figure 9b). For example, for $\theta = 23^\circ$ and $a = 0.7$, r_f/r_0 varies from 5.6 to 7.7 for volumes V ranging from 1400 cm³ to 12600 cm³. For a given slope angle $\theta > 16^\circ$ (i.e. $1/(\tan \delta - \tan \theta) > 4.5$), values of r_f/h_0 diverge from the theoretical trend when varying the aspect ratio a and the volume V (Figures 10a and 10b). As a result, the analytical expression (6) is no longer appropriate to describe the dependence of the runout distance on volume and aspect ratio for slope angles higher than 16° .

The runout distance is also sensitive to channel width W and to column initial shape (i.e. rectangular or trapezoidal), even for small slope angles θ . Normalized runout distances r_f/h_0 are systematically greater when the channel is wider and are slightly smaller for the trapezoidal column than for a rectangular column of the same volume $V = 12600$ cm³ and equivalent aspect ratio $a = h_0/r_0 = 0.7$ (Figure 10c).

Hogg [2007] carried out column collapse experiments on a rigid, 30-cm-wide inclined channel and used different types of material that included Ballotini beads (diameter $d = 100$ μm and 350 μm) and PVC powder ($d = 140$ μm) (Figures 9d, 9e and 10d). Since Hogg [2007] used different control parameters (θ , a , V , W , type of material) than ours, we cannot quantitatively compare the runout distances r_f between the two studies. However, if we use friction angles of 2° higher than the angles of repose he measured experimentally for the different materials, the data of Hogg [2007] support our qualitative observations. In these experiments, the normalized runout distances r_f/h_0 match the empirical equation (6) well only until $1/(\tan \delta - \tan \theta) \simeq 6$ (Figure 10d), in agreement with our results. The influence of the volume V on r_f/r_0 for a given $a = 0.5$ or $a = 1$ clearly appears for high slope angles $\theta \geq 18^\circ$ and is even more significant as θ increases (Figures 9d and 9e).

4.2. Temporal Evolution

We investigate the influence of the initial aspect ratio, volume and shape of the column on flow dynamics and deposit geometry of a mass released over an inclined rigid bed of slope angle θ between 0° and 24° . $\theta = 24^\circ$ is the highest angle of bed inclination for which a flow deposited on the plane; for higher inclinations, the granular material flowed beyond the experimental channel. Parameter values for these experiments are given in Table 2.

4.2.1. Thickness Profiles

The flow thickness profile and deposit geometry depend on the column aspect ratio a , volume V and initial shape (Figure 11). For high slope angles, typically $\theta = 22^\circ$, and for a given volume V , the thickness profile over the first 60 cm of length is similar for every aspect ratio a . Thereafter

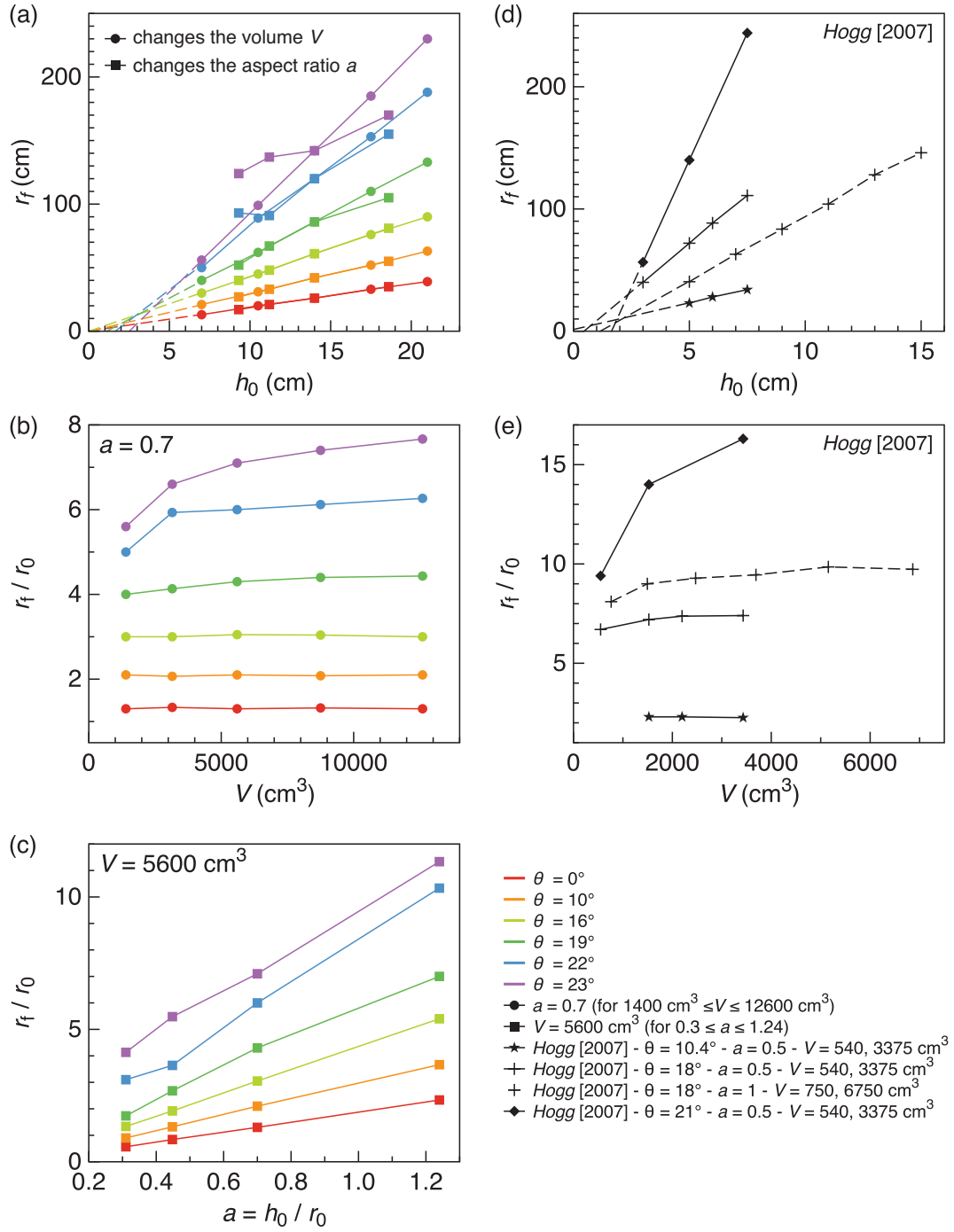


Figure 9 : (a) Runout distance r_f as a function of the initial column height h_0 for $a = 0.7$ and different volumes V (circles), for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a (squares) and for different slope angles θ (colors) over the 20-cm-wide rigid bed. Normalized runout distance r_f / r_0 as a function of (b) the volume V for $a = 0.7$ and (c) the aspect ratio a for $V = 5600 \text{ cm}^3$. (d) and (e) Results of Hogg [2007] for columns of Ballotini beads of diameter $100 \mu\text{m}$ released over a 30-cm-wide inclined rigid bed for various slope angles θ , a fixed aspect ratio $a = 0.5$ or $a = 1$ and different volumes V ranging from 540 cm^3 to 6750 cm^3 . Error bars (not represented) are $\Delta(r_f) = \pm 2 \text{ cm}$ and $\Delta(r_f / r_0) = \pm 0.2$.

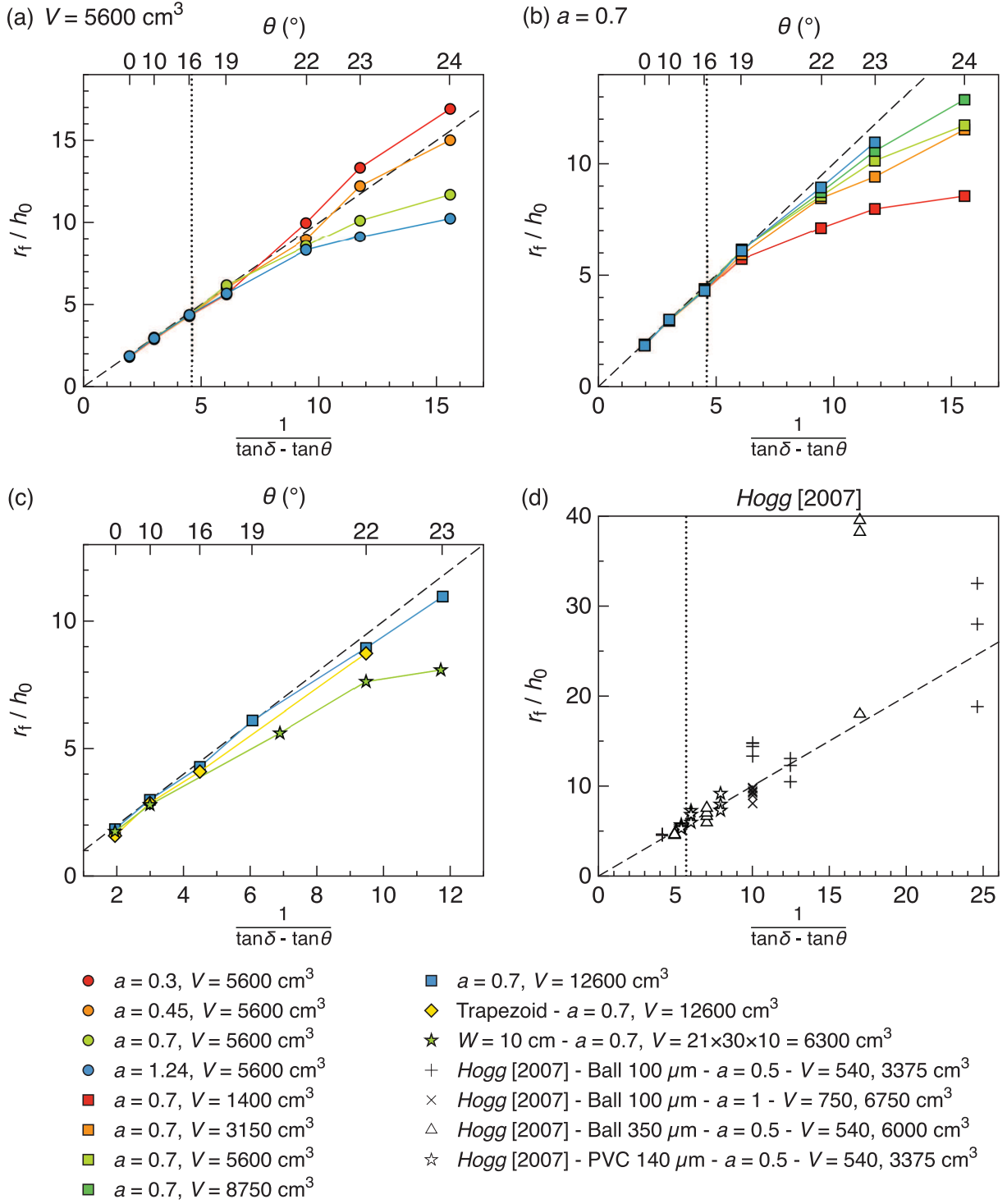


Figure 10 : Normalized runout distance r_f/h_0 as a function of the slope angle θ and $1/(\tan \delta - \tan \theta)$ over the rigid bed of a 20-cm-wide channel for: (a) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a ; (b) $a = 0.7$ and different volumes V . (c) Trapezoidal column collapse (diamond, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$) and flows in a 10-cm-wide channel (star, $h_0 = 21 \text{ cm}$, $r_0 = 30 \text{ cm}$, $a = 0.7$ and $V = 21 \times 30 \times 10 = 6300 \text{ cm}^3$). Some results of Hogg [2007] are presented in (d) for column collapses of various volumes V ranging from 540 cm^3 to 6750 cm^3 and aspect ratios $a = 0.5$ and $a = 1$, over a 30-cm-wide inclined rigid bed with Ballotini beads of diameter $100 \mu\text{m}$ and $350 \mu\text{m}$ and PVC powder of diameter $140 \mu\text{m}$. The black dashed line represents the theoretical trend (equation (6) with $k = 0.5$). The vertical dotted line represents an approximated position of the slope angle above which the scaling law (6) is no longer valid (see text). Error bars (not represented) are: $\Delta(1/(\tan \delta - \tan \theta)) = \pm 0.1$ and $\Delta(r_f/h_0) = \pm 0.2$.

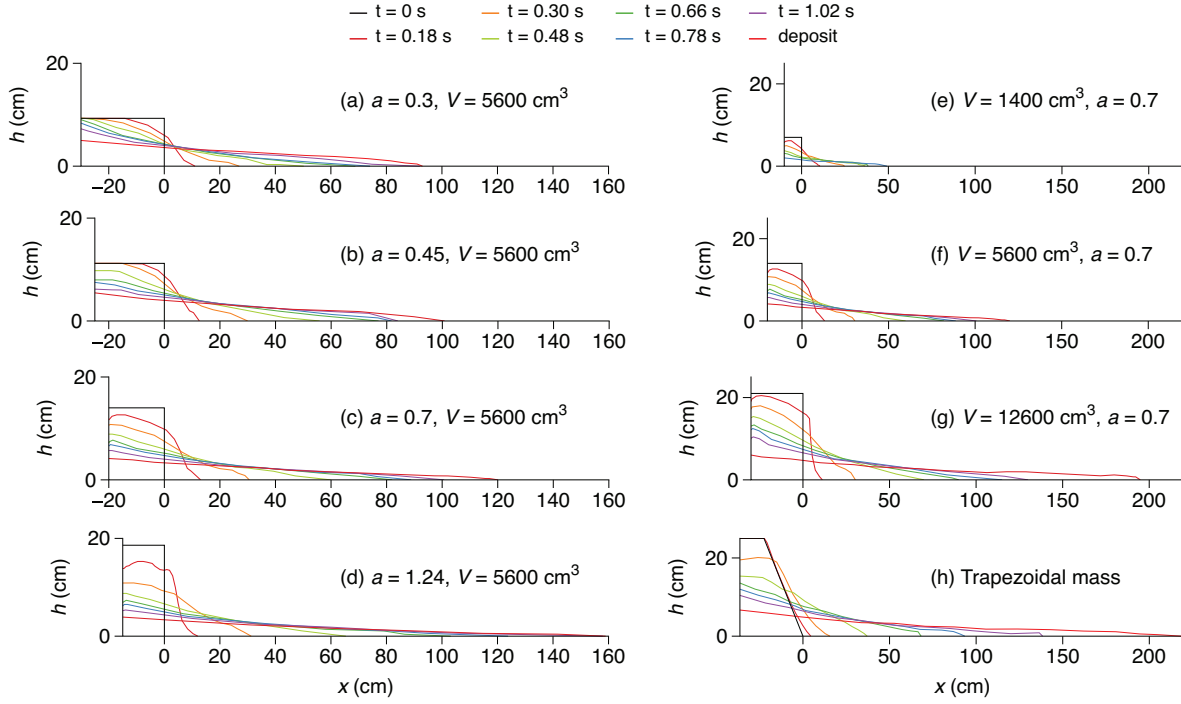


Figure 11 : Different colored curves from top to bottom in each graph are thickness profiles $h(x, t)$ at different times t of the granular mass as a function of the downslope position x along the plane for flows over an inclined rigid bed with $\theta = 22^\circ$. (a)-(d) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a ; (e)-(g) $a = 0.7$ and different volumes V and (h) a trapezoidal column with $V = 12600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.7$.

a steeper front is observed for smaller aspect ratios (Figures 11a to 11d). For a given $a = 0.7$, the front has a similar shape for every volume V until about 0.3 s of propagation. The profile then becomes more parallel to the slope and has a steeper front as volume V increases (Figures 11e to 11g). With a trapezoidal column, the flow front first propagates more slowly than with a rectangular column. Ultimately, the front from the trapezoidal column catches up with that from the rectangular column ($t \simeq 1\text{s}$) and leads to a deposit that is longer, but with a less steep front (Figures 11g and 11h). Note that the flow profile at $t = 0.18 \text{ s}$ in Figure 11d shows that some grains are entrained vertically by the gate uplift, as already observed by Lube et al. [2007] and Mangeney et al. [2010]. Although gate removal may affect the first few tenths of seconds of collapse of high columns, it does not seem to have a major influence on the overall dynamics of the flow or on the runout distance.

The geometry of the flow deposit changes as the slope angle θ increases. For flows along a horizontal channel, the final thickness profiles scaled by deposit dimensions h_f and r_f are independent of the volume V , for a given aspect ratio a (Figure 12b), which agrees with the results of 2D and 3D experiments [Balmforth and Kerswell, 2005; Lajeunesse et al., 2004, 2005]. In contrast, for a given volume V , the final thickness profile depends on the aspect ratio a : at the upstream confining wall, the profiles show an undisturbed plateau of thickness h_0 and decreasing downslope length for increasing a (Figure 12a). There is no plateau for $a = 1.24$, a result that is in good agreement with the theoretical results of Kerswell [2005]. The deposit profiles on a horizontal plane also seem to depend slightly on the initial column shape: with the trapezoidal column, the deposit profile does not have an undisturbed plateau (Figure 12c). The front shape is, however, similar to that of the deposit obtained with a rectangular column of the same aspect ratio a and volume V .

In contrast, for greater slope angles, typically $\theta = 22^\circ$ (Figures 12d to 12f), the fronts of the final

normalized profiles are steeper than for $\theta = 0^\circ$ (Figures 12a to 12c), as observed by [Mangeney et al. \[2010\]](#). For a given V , the fronts of the final profiles are steeper for smaller aspect ratios but are flatter and more concave-upward for higher aspect ratios, typically $a = 1.24$ (Figure 12d). For a given a , the profiles are more curved and the fronts are steeper as V increases (Figure 12e), as in the experiments of [Hogg \[2007\]](#) for $a = 0.5$ and different values of V . At $\theta = 22^\circ$ with a trapezoidal column (Figure 12f), the deposit front also exhibits a steep shape. The deposit profile is more curved and the front less steep than the one obtained with a rectangular column.

4.2.2. Flow Front Dynamics

The flow front dynamics change critically for slope angles $\theta \geq 16^\circ$ compared to smaller slopes because a regime of slow propagation develops at the end of the deceleration phase, which significantly increases the duration of the front propagation and the flow runout distance (Figures 13a to 13c). For slope angles $\theta < 16^\circ$, there is no slow propagation phase (Figure 13c). After the front stops, some mass movement from the upstream confining wall to the front is still observed. This mass movement reshapes the deposit profile but does not affect the flow extent (for example for $\theta = 0^\circ$ in Figures 14a and 14b).

At $\theta > 16^\circ$, the duration of the slow propagation phase increases as the slope angle θ and volume V increase and as the aspect ratio a decreases (Figures 13a to 13c, 14c and 14d). For flows at $\theta = 22^\circ$ and $V = 5600 \text{ cm}^3$, the slow propagation phase lasts approximately 1.9 s for $a = 0.3$ and it is not observed for $a = 1.24$ (Figures 13a and 14c). As a consequence, the total duration of propagation for $\theta = 22^\circ$ is longer for small than for high aspect ratios, in contrast to what is observed in the horizontal case for which there is no final slow propagation regime (Figures 14a and 14c). The slow propagation phase is still present but its duration is shorter when the initial column shape is trapezoidal rather than rectangular (Figure 13c). With the column dimensions $h_0 = 14 \text{ cm}$ and $r_0 = 20 \text{ cm}$, the slow propagation phase lasts about 0.2 s longer in the 20-cm-wide channel than in the 10-cm-wide channel of [Mangeney et al. \[2010\]](#). For slope angles $\theta > 16^\circ$, the rear of the mass stops before the front so that when the front stops, the whole mass is at rest.

In contrast to the slow propagation phase, the initial front acceleration – that is the slope of the tangent to the velocity profile $V_f(t)$ at $t = 0$ – is independent of slope angle θ and does not depend on aspect ratio a or on volume V (Figures 13a to 13c). It clearly depends, however, on the initial column shape because acceleration following release of the trapezoidal column is only half that following release of the rectangular column of the same dimensions (Figure 13c). Furthermore, the duration of the acceleration phase increases slightly with θ , a and V but lasts twice as long for the trapezoidal column collapse (Figures 13a to 13c). The maximum front velocity V_{fm} is proportional to $\sqrt{gh_0 \cos \theta}$ (Figure 13d) [e.g. [Roche et al., 2008](#)]. Several experiments for $\theta = 22^\circ$, at a constant column height $h_0 = 14 \text{ cm}$ (i.e. $\sqrt{gh_0 \cos \theta} \simeq 112 \text{ cm s}^{-1}$) and different column lengths r_0 from 10 cm to 30 cm, reveal that V_{fm} does not depend on r_0 (Figure 13d). Furthermore, the maximum front velocity V_{fm} appears not to depend on the column initial shape (i.e. trapezoidal or rectangular, Figure 13c).

5. Flow over an Inclined Erodible Bed

5.1. Critical Angle and Runout Distance

We now investigate flow runout over an inclined erodible bed. [Mangeney et al. \[2010\]](#) showed that there is a critical angle $\theta_c \simeq \theta_r/2$ above which the runout distance over an erodible bed

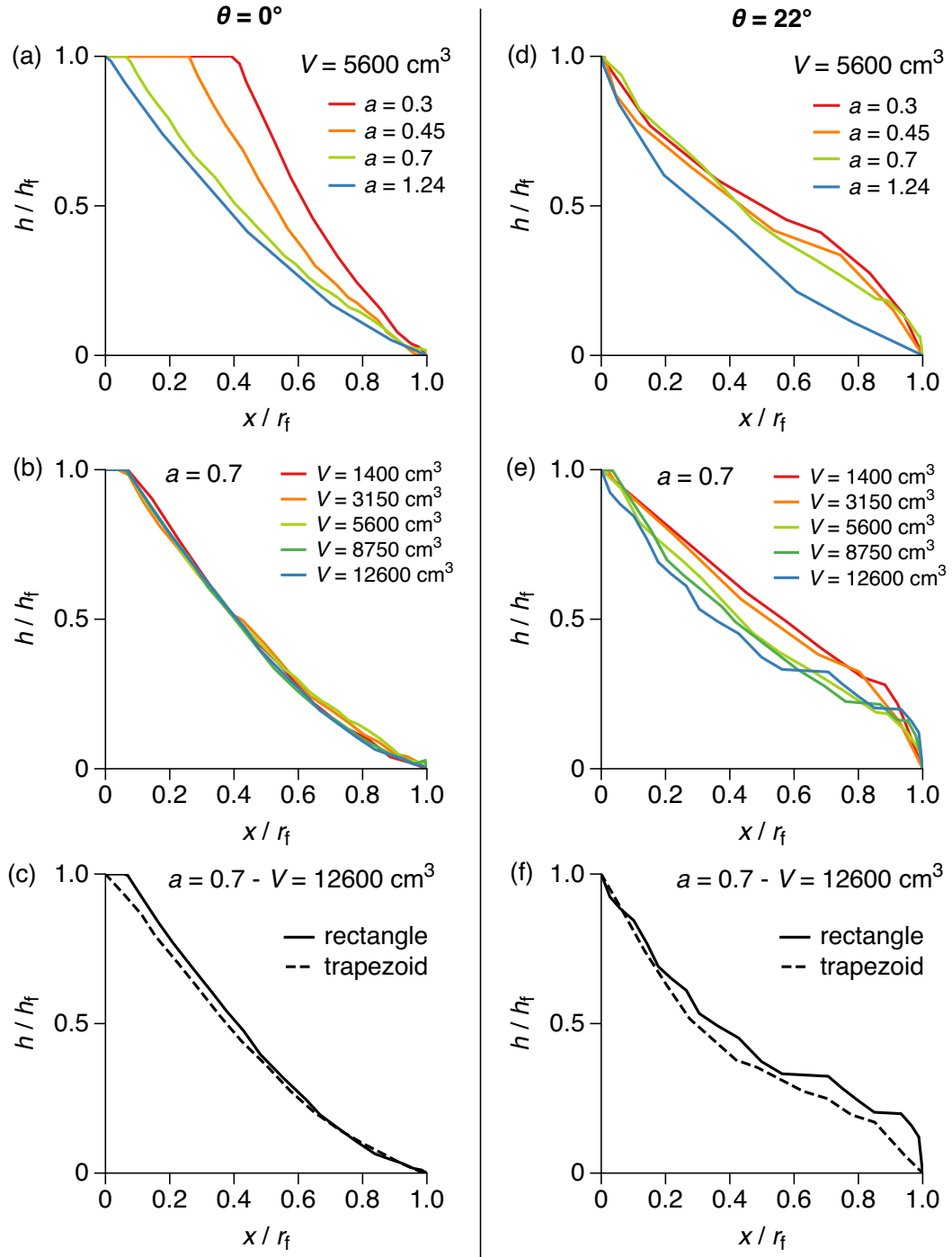


Figure 12 : Final normalized thickness profile of the deposit h/h_f as a function of the normalized downslope position x/r_f over a rigid bed. The slope angle is $\theta = 0^\circ$ for (a)-(c) and $\theta = 22^\circ$ for (d)-(f). (a) and (d) are for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a . (b) and (e) are for $a = 0.7$ and different volumes V . (c) and (f) are for $a = 0.7$, $V = 12600 \text{ cm}^3$ and the rectangular and trapezoidal columns.

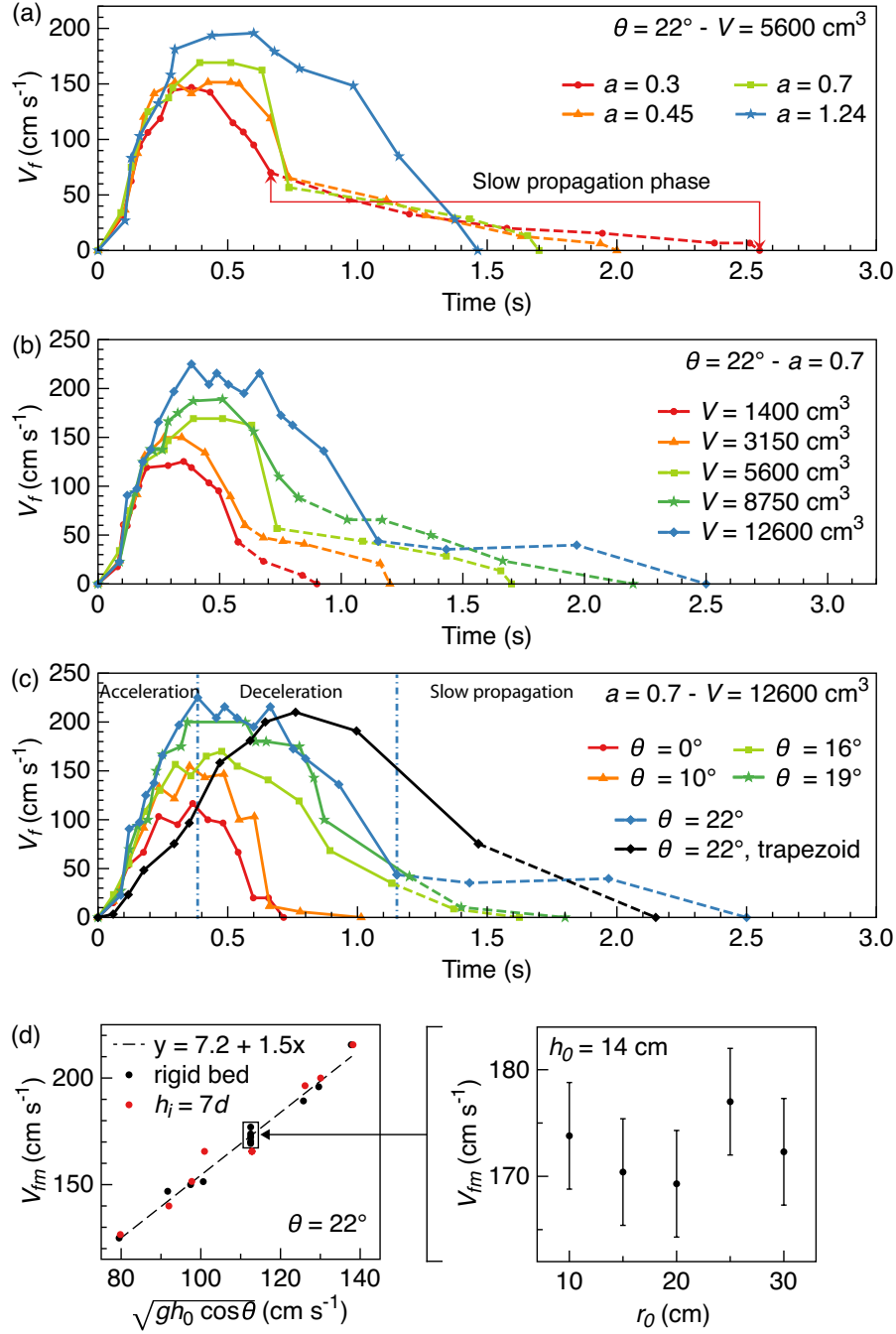


Figure 13 : Flow front velocity $V_f(t)$ as a function of time, over the rigid bed, for (a) $\theta = 22^\circ$, $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different column aspect ratios a ; (b) $\theta = 22^\circ$, $a = 0.7$ and different column volumes V ; (c) $a = 0.7$, $V = 12600 \text{ cm}^3$ and different slope angles θ and for $\theta = 22^\circ$ with a rectangular and a trapezoidal column. The line is dashed during the slow propagation phase. In (c), the vertical dash-dotted lines separate the different phases of flow propagation for $\theta = 22^\circ$. (d) shows the maximum front velocity V_{fm} as a function of $\sqrt{gh_0 \cos \theta}$ for $\theta = 22^\circ$ and for $h_0 = 14 \text{ cm}$ and different column initial lengths r_0 . Some values of V_{fm} for flows over an erodible bed of thickness $h_i = 7$ bead diameters d , for $\theta = 22^\circ$, are given for comparison (red dots). Data in (d) are fitted by a linear function (dashed line). Error bars (not represented) are $\Delta V_f(t) = 10 \text{ cm s}^{-1}$ and $\Delta t = 0.06 \text{ s}$.

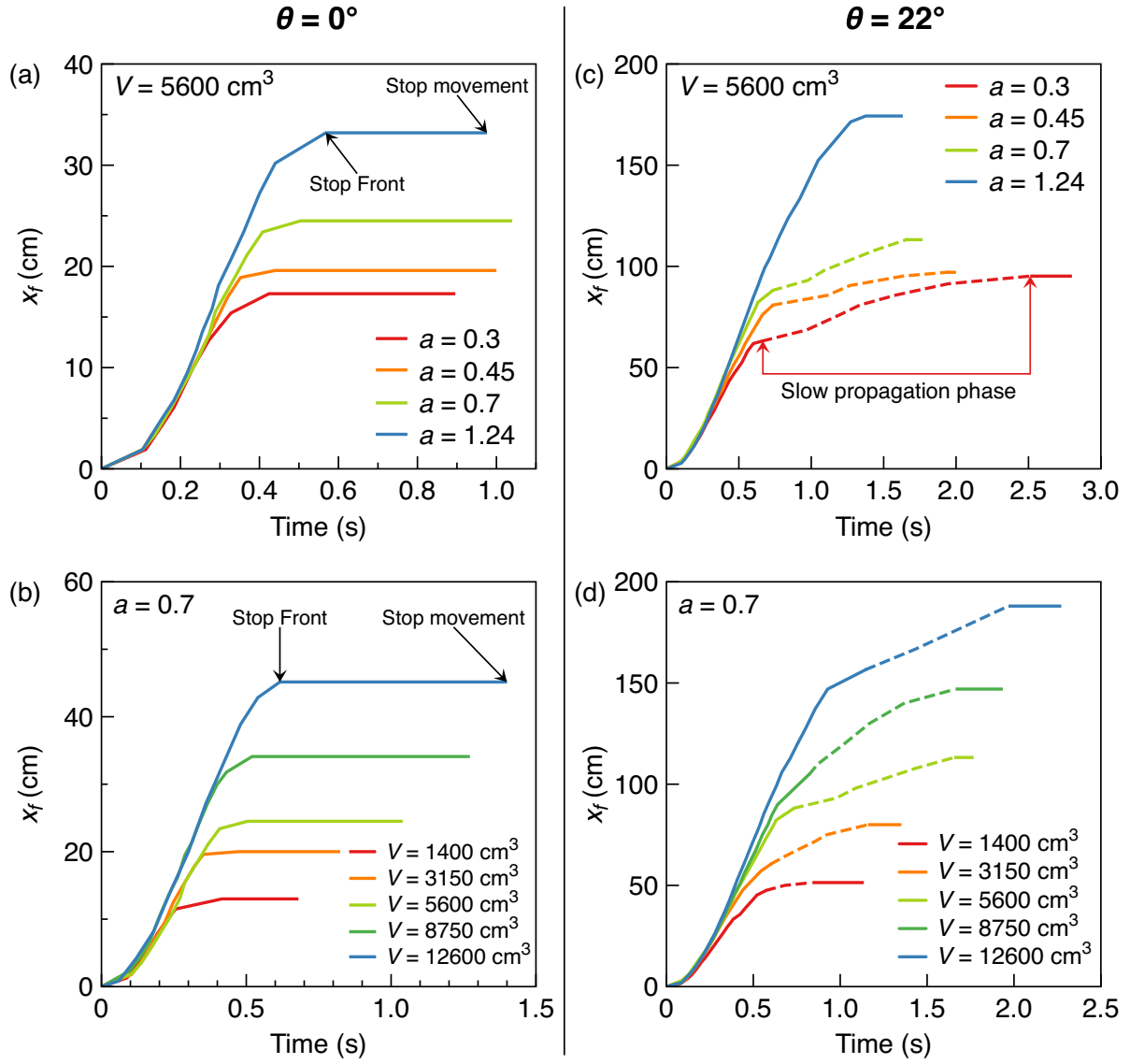


Figure 14 : Position of the flow front from the gate x_f as a function of time, over the rigid bed and for different aspect ratios a and volumes V . (a) and (b) $\theta = 0^\circ$; (c) and (d) $\theta = 22^\circ$. The line is dashed during the slow propagation phase. Error bars (not represented) are $\Delta x_f = 3 \text{ cm}$ and $\Delta t = 0.06 \text{ s}$.

increases compared to the runout distance over a rigid bed. Our new data show that this critical angle θ_c is between $\theta = 10^\circ$ and 16° regardless of the column aspect ratio a , volume V and shape (Figure 15). The lack of data between $\theta = 10^\circ$ and 16° does not allow us to determine the critical angle more precisely.

For $\theta \leq 10^\circ$, the normalized runout distance r_f/h_0 does not change for flows over an erodible bed (i.e. $h_i > 0$ mm) with respect to a rigid bed (i.e. $h_i = 0$ mm). For $\theta \geq 16^\circ$, the runout distance is affected by the presence of an erodible bed: as the bed thickness h_i increases, the normalized runout distance r_f/h_0 first increases and then stabilizes at a maximum value (for $\theta = 16^\circ - 19^\circ$) or sometimes decreases slightly, for example when $\theta \geq 22^\circ$ (Figures 15a and 15b).

The increase in runout distance over an erodible bed depends on θ , a , V , column shape and channel width W (Figures 15a and 15b). The differences in runout distances over an erodible compared to a rigid bed were calculated for the experiments in Figures 15a and 15b. The maximum runout distance difference Δr_{fmax} increases with the slope angle θ up to about 50% for $\theta = 23^\circ$ (Figures 15c to 15f). There is an exception, however, for $\theta = 22^\circ$, $V = 5600$ cm³ and $a = 1.24$ (Figure 15c), where Δr_{fmax} is smaller than for $\theta = 19^\circ$. This value comes from a one-time experiment and plots within the $\pm 4\%$ error bars. For this specific experiment, the runout distance r_f increases by at most 4% as the bed thickness h_i increases and even slightly decreases for $h_i > 15d$ (Figure 15a). In contrast, r_f can increase by up to 32% for smaller aspect ratios a , at the same slope angle $\theta = 22^\circ$ (Figure 15e). For $a = 0.7$, the maximum runout distance difference Δr_{fmax} clearly increases with the column volume V and even more so as the slope angle θ approaches the repose angle θ_r of the granular material (Figure 15d). For granular flows generated from a trapezoidal column or in the 10-cm-wide channel, the runout distance increases less in the presence of an erodible bed than for a rectangular column of similar dimensions or a wider channel ($a = 0.7$ and $V = 12600$ cm³, Figure 15b).

5.2. Influence of the bed compaction on the runout distance

The degree of compaction of the erodible bed has a substantial impact on the flow runout distance, particularly in steep channels (Figure 16).

For a given slope angle, the normalized runout distance r_f/h_0 is systematically greater on a loosely-compacted bed than over more compacted beds. For $\theta = 22^\circ$, where erosion is clearly observed, the least compacted, loose bed (Pouliquen method) leads roughly to a linear increase of r_f/h_0 with the bed thickness h_i , a result observed by Mangeney et al. [2010]. For more compacted beds, when h_i increases, r_f/h_0 first increases, tends toward a maximum value for h_i between $4d$ and $24d$ and then decreases. The board method compacts mostly the top of the bed while the grains underneath remain relatively undisturbed. With the vibration method, the compaction is homogenous throughout the bed thickness. Furthermore, the upper part of beds created with the board may be more compact than the beds compacted by vibrations. Thin beds ($h_i < 15d$) may then be more compact when using the board. In contrast, the mean solid volume fraction of thicker beds becomes smaller when they are build with the board than with the vibration method, since the lower undisturbed layer of the bed is thicker, as opposed to the highly compacted upper layer. Consequently, on thin beds, values of r_f/h_0 are greater with the vibration method than with the board method until $h_i \simeq 8d$ to $15d$ and then decrease as the bed thickness increases (Figure 16).

5.3. Entrainment versus Mass Addition

During collapse, the flow excavates the underlying granular bed from which some beads are extracted and entrained (Figure 17) [see also Mangeney et al., 2010; Rowley et al., 2011; Dufresne,

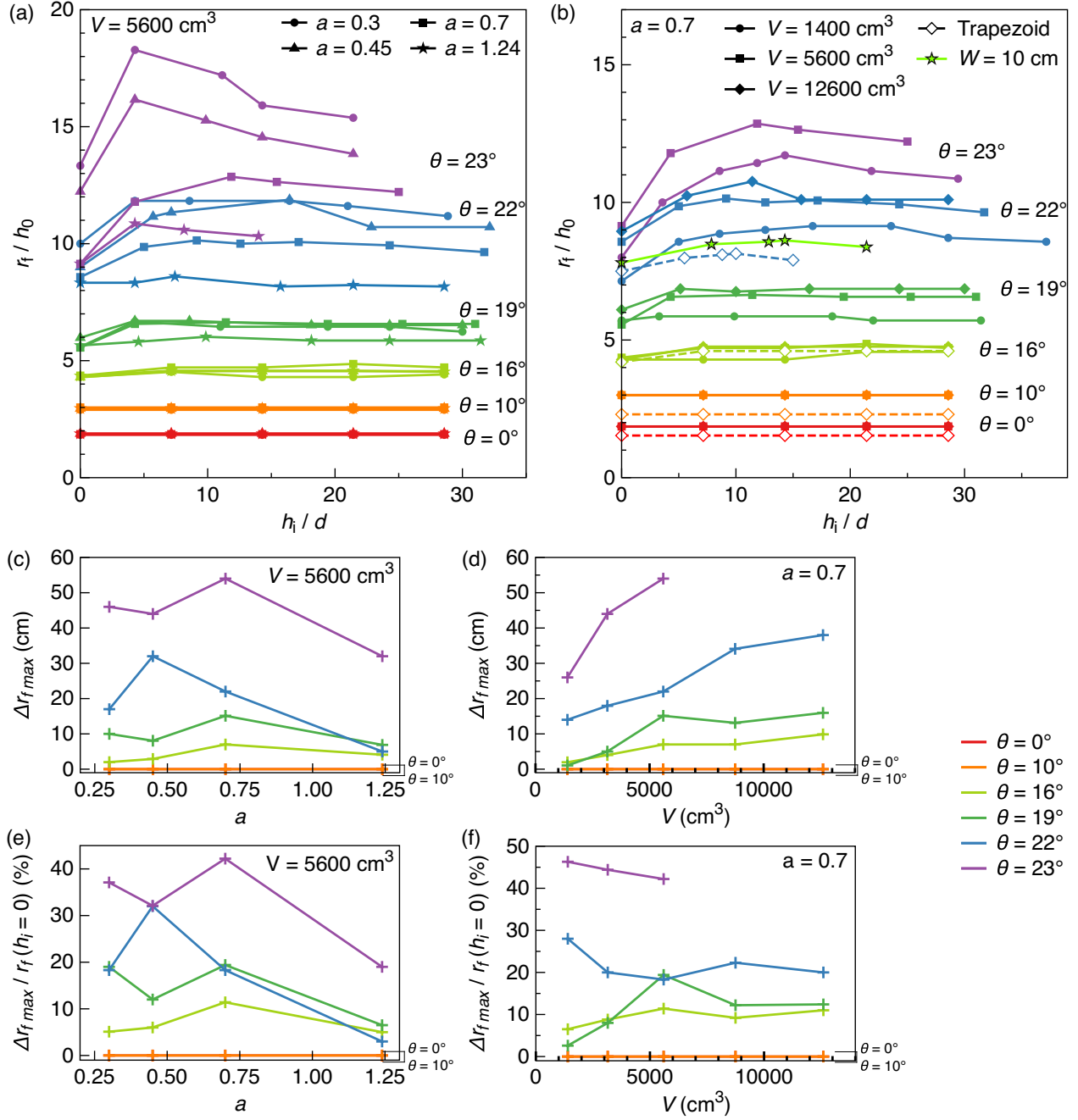


Figure 15 : Normalized runout distance r_f/h_0 as a function of the erodible bed thickness h_i , scaled by the mean bead diameter $d = 700 \mu\text{m}$, for different slope angles (different colors). (a) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a , (b) $a = 0.7$ and different volumes V , with the trapezoidal column (empty diamond, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$) and for flows on the 10-cm-wide channel (green star, $h_0 = 21 \text{ cm}$, $r_0 = 30 \text{ cm}$, $a = 0.7$ and $V = 21 \times 30 \times 10 = 6300 \text{ cm}^3$). The erodible beds in these experiments were built with the board method (see section 2). The differences of runout distances compared to flow over the rigid bed were calculated for the experiments in (a) and (b). Δr_{fmax} is the maximum of these differences versus all bed thicknesses h_i and is represented, for different slope angles θ , (c), (d) in absolute value and (e), (f) in % of the runout distance over the rigid bed $r_f(h_i = 0)$ as a function of (c), (e) the aspect ratio a for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and (d), (f) the volume V for $a = 0.7$.

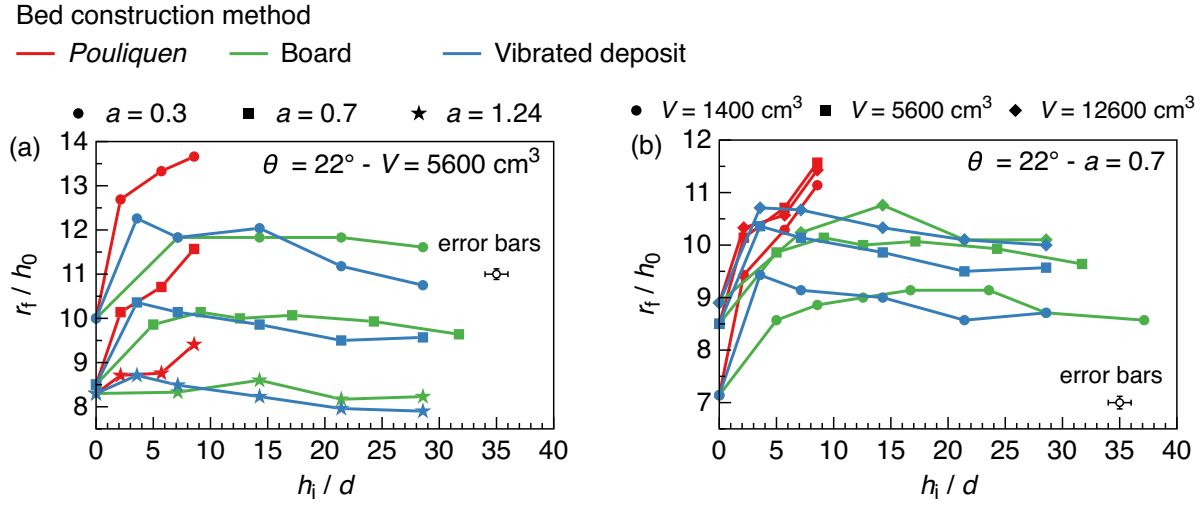


Figure 16 : (a) and (b) are plots of the normalized runout distance r_f/h_0 as a function of the erodible bed thickness h_i , scaled by the mean bead diameter $d = 700 \mu\text{m}$, for $\theta = 22^\circ$. Different methods leading to an increasing degree of compaction were used to build the erodible bed: the Pouliquen, board and bed vibration methods (see section 2). (a) is for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a and (b) is for $a = 0.7$ and different volumes V .

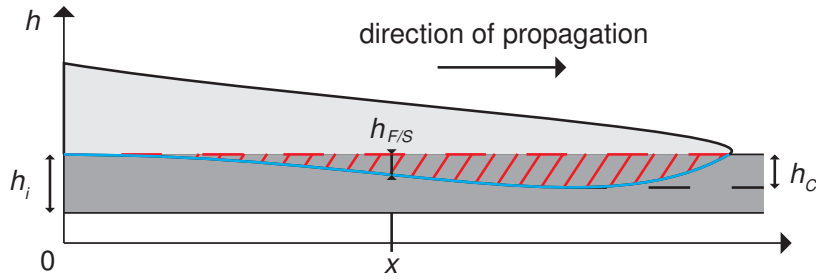


Figure 17 : Schematic portrayal of the interface (blue) between the flowing (red cross-hatched) and static (dark grey) parts in the erodible bed of thickness h_i at the head of the avalanche (light grey). The position $h_{F/S}$ of the static/flowing interface is measured versus time at a fixed distance x from the gate. h_C is the maximum depth of excavation, i.e. the deepest position reached by the flowing/static interface $h_{F/S}$.

2012; Estep and Dufek, 2012]. At a given distance x from the gate, the position $h_{F/S}$ of the interface that separates the flowing and static grains within the erodible bed deepens rapidly after the passage of the flow front, reaching a maximum depth h_C , and then becomes shallower towards $h_{F/S} = 0$ (Figure 17).

Entrainment of the upper part of the erodible bed by the flow can increase the runout distance on slopes θ larger than 10° to 16° (Figure 15). We wanted to check whether it was possible to obtain the same runout distance over a rigid bed simply by adding the entrained mass to the initial column.

In order to test this possibility, we estimated the volume V_m of the initially static beads entrained by the flow. The erodible bed was assumed to have been excavated over a thickness equal to the maximum excavation depth h_C along the runout distance r_f and across the channel width W . Our estimation of the maximum entrained volume is therefore $V_m = h_C r_f W$. Note that this is an upper bound since the excavation depth h_C was not constant along the channel (see section

5.5). We then conducted experiments in which we added the volume V_m to the initial volume in the reservoir V_i and released this new volume $V = V_i + V_m$ over the rigid bed (Figure 18).

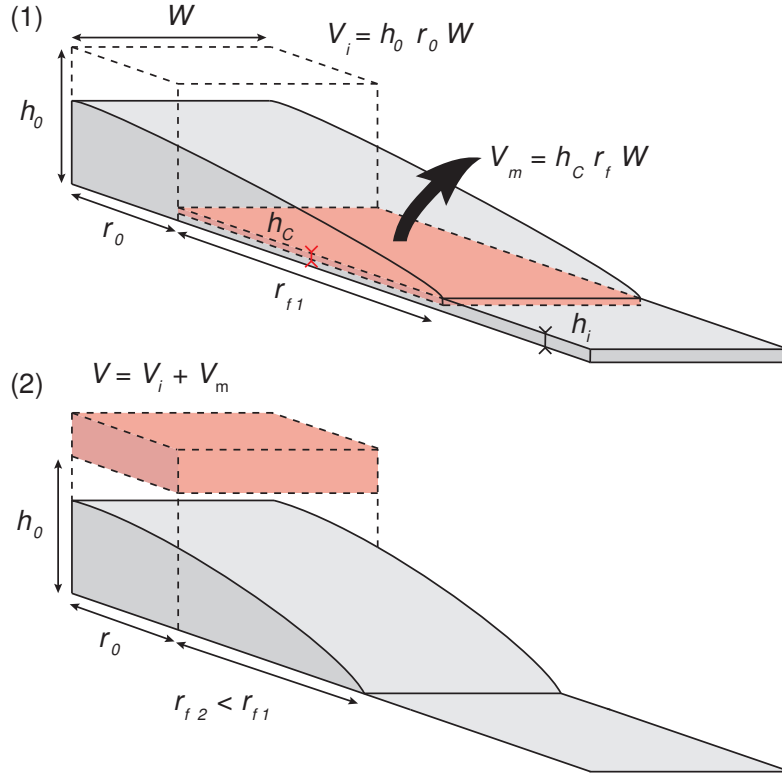


Figure 18 : Illustration of the principle of the experiments conducted to test the potential effect of the addition of mass to the flow caused by bed erosion. The maximum volume V_m of the initially static bed put into motion by the flow is estimated (1) and added to the initial volume V_i for an experiment over the rigid bed (2). r_{f1} and r_{f2} are the runout distances obtained in the first and second experiments, respectively.

The runout distance of avalanches of larger volume $V = V_i + V_m$ over a rigid bed was always smaller than that of similar flows of volume V_i over erodible beds (Table 3). For example, for $\theta = 22^\circ$, $a = 1$, $V_i = 2000 \text{ cm}^3$ and $h_i = 8 \text{ mm}$, the erodible bed was excavated over a depth $h_c = 3 \text{ mm}$ along the runout distance ($r_f = 84 \text{ cm}$). The volume of erodible bed entrained was therefore $V_m = h_c r_f W = 0.3 \times 84 \times 20 = 504 \text{ cm}^3$ (i.e. about 1/4 of the total volume). In contrast, the runout distance of the flow of volume $V = V_i + V_m = 2000 + 504 = 2504 \text{ cm}^3$ over the rigid bed was about 7% smaller than that over the 8-mm thick bed. Hence, these experiments demonstrate that the increase in the runout distance caused by an erodible bed is not solely due to a mass increase. The presence of an erodible bed somehow fundamentally changes the dynamics of the granular flow.

5.4. Effect of an Erodeable Bed on the Flow Dynamics and Deposit Characteristics

5.4.1. Thickness Profiles

The flow thickness profile over an erodible bed is similar to that over the rigid bed during initial spreading ($t < 0.3 \text{ s}$, Figure 19). However, as the flow spreads away from the gate, the free surface of the profile becomes almost parallel to the slope ($t > 0.3 \text{ s}$, Figure 19).

Table 3 : Characteristics of the experiments described in Figure 18: The runout distance r_{f1} of flows of volume V_i over an erodible bed of thickness h_i , with an estimated excavated volume $V_m = h_C r_f W$ compared to the runout distance r_{f2} of flows with a greater volume $V = V_i + V_m$ over the rigid bed, for different slope angles θ , aspect ratios a and volumes V .

θ (°)	a -	V_i (cm ³)	h_i (mm)	h_C (mm)	V_m (cm ³)	r_{f1} (cm)	r_{f2} (cm)	$\frac{r_{f1}-r_{f2}}{r_{f1}}$ (%)
22	0.7	1400	10	2	256	64	54	15.6
23	0.7	1400	10	3	492	82	70	14.6
22	0.7	5600	3	2	552	138	126	8.7
22	0.7	5600	5	3	852	142	136	4.2
22	0.7	12600	1	1	420	210	196	7.0
22	1	2000	8	3	504	84	78	7.1
22	1	2000	10	3	510	85	78	8.2

The deposit profiles over an erodible bed are more concave upward than over a rigid bed, except for $V = 1400 \text{ cm}^3$ (compare Figures 12d and 20a and Figures 12e and 20b). The concavity is more pronounced for greater aspect ratios a and volumes V (Figures 20a and 20b). In those thickness profiles, a transition from upwards concavity to convexity can be clearly identified at the front of the deposit, for $x/r_f \simeq 0.7$ to 0.8.

For the horizontal case ($\theta = 0^\circ$), the erodible bed has an effect on the deposit geometry. The deposit profile does not have a plateau at the upstream confining wall and has a slightly steeper front than over a rigid bed, as if more mass was transported from the rear towards the flow front (Figure 20c). With a trapezoidal column, the front is steeper than with a rectangular column (Figure 20d), contrary to what was observed over the rigid bed (Figure 12f).

5.4.2. Flow Front Dynamics

Mangeney et al. [2010] reported that most of the increase in runout distance over an erodible bed is acquired during the deceleration and slow propagation phases. The present experiments show that this is true regardless of column aspect ratio a , volume V and shape, slope angle θ and bed thickness h_i (Figure 21).

The amplitude and duration of the front acceleration phase and the maximum front velocity V_{fm} of flows over an erodible bed do not change compared to those over a rigid bed (Figures 13a, 13b, 21a, 21b and 21e). The maximum front velocity V_{fm} is still scaled by $\sqrt{gh_0 \cos \theta}$ (Figure 13d). In contrast, during the deceleration phase, the flow front velocity is greater over an erodible bed than over the rigid bed (Figure 21e). Furthermore, the slow propagation phase of flows over an erodible bed lasts globally longer than over the rigid bed (Figures 21f and 21g) and its duration corresponds to a greater proportion of the total duration of propagation ($t_{spp}/t_f = 50 - 70\%$), particularly for high aspect ratios a (Figures 21h and 21i). As a result, the difference in the front positions Δx_f with respect to the rigid bed case starts to increase at the beginning of the deceleration phase (except for $a = 1.24$, Figures 21c) and then continues to increase, although more slowly, during the slow propagation phase (Figures 21c and 21d). For $a = 0.7$, up to 80% of the runout distance increase Δr_f takes place during the slow propagation phase for the greatest volumes V investigated (Figure 21d). For a given volume $V = 5600 \text{ cm}^3$, the slow propagation phase corresponds to ~ 35 to 42% of the runout distance increase Δr_f for small aspect ratios a whereas it represents 100% of Δr_f for high column aspect ratios such as $a = 1.24$ (Figure 21c). For this specific experiment, the flow front traveled a longer distance over the rigid bed than over the erodible bed at the end of the deceleration phase (i.e. $\Delta x_f < 0$, Figure 21c). Because

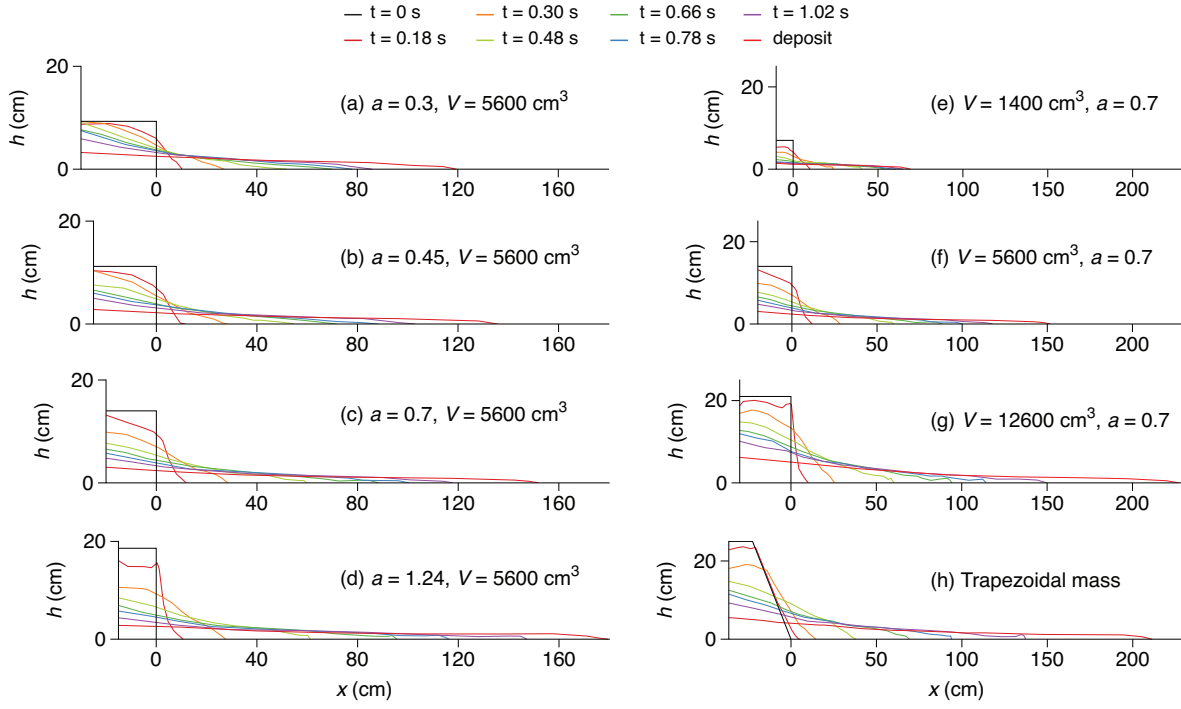


Figure 19 : Different colored curves from top to bottom in each graph are thickness profiles $h(x, t)$ at different times t of the granular mass as a function of the downslope position x for flows over an erodible bed of thickness $h_i = 7d$ with $\theta = 22^\circ$. (a)-(d) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a ; (f)-(g) $a = 0.7$ and different volumes V and (h) trapezoidal column with $V = 12600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.7$.

a slow propagation phase is not present over the rigid bed but develops over the erodible bed (Figures 13a and 21a), the front reaches ultimately a longer runout distance than over the rigid bed (Figure 21c).

Pouliquen [1999] presented a scaling law relating front velocity V_f to thickness h of steady uniform flows at a given slope angle θ :

$$\frac{V_f}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_s(\theta)} \quad (7)$$

where $h_s(\theta)$ is the deposit thickness at slope angle θ (see section 2 and Figure 8) and β is an empirical parameter equal to 0.136 for glass beads. We tested this scaling law for our granular flows in the slow propagation phase using V_{fmean} , the mean front velocity during the slow propagation phase and h_{mean} , the mean thickness of the flow behind the front. When the slow propagation phase lasts sufficiently long ($> 1\text{ s}$), i.e. for small aspect ratios $a \leq 0.7$ and great volumes $V \geq 8750 \text{ cm}^3$ over the rigid bed, and for all flows over an erodible bed (Figures 21f and 21g), the flow characteristics match the scaling law (7) well (Figure 22a). As a result, the flow law (7) is more valid for flows over an erodible bed for which the slow propagation phase lasts longer than over the rigid bed (Figures 21f, 21g and 22a).

The mean thickness h_{dmean} of the portion of the deposit that is quasi-parallel to the slope in the experiments presented in Figures 11 and 19 is shown to increase when the duration of the slow propagation phase increases and seems roughly to saturate for flows with a well developed slow propagation phase ($t_{spp} > 1.2 \text{ s}$ and $t_{spp} > 1.6 \text{ s}$ for $\theta = 22^\circ$ and $\theta = 23^\circ$, respectively, Figures 22b and 22c). The maximum value of h_{dmean} is smaller when the slope angle θ increases. For example, it is $1.65 \pm 0.1 \text{ cm}$ for $\theta = 22^\circ$ (Figure 22b) and $1.35 \pm 0.1 \text{ cm}$ for $\theta = 23^\circ$ (Figure 22c). These maximum values are reported in Figure 8.

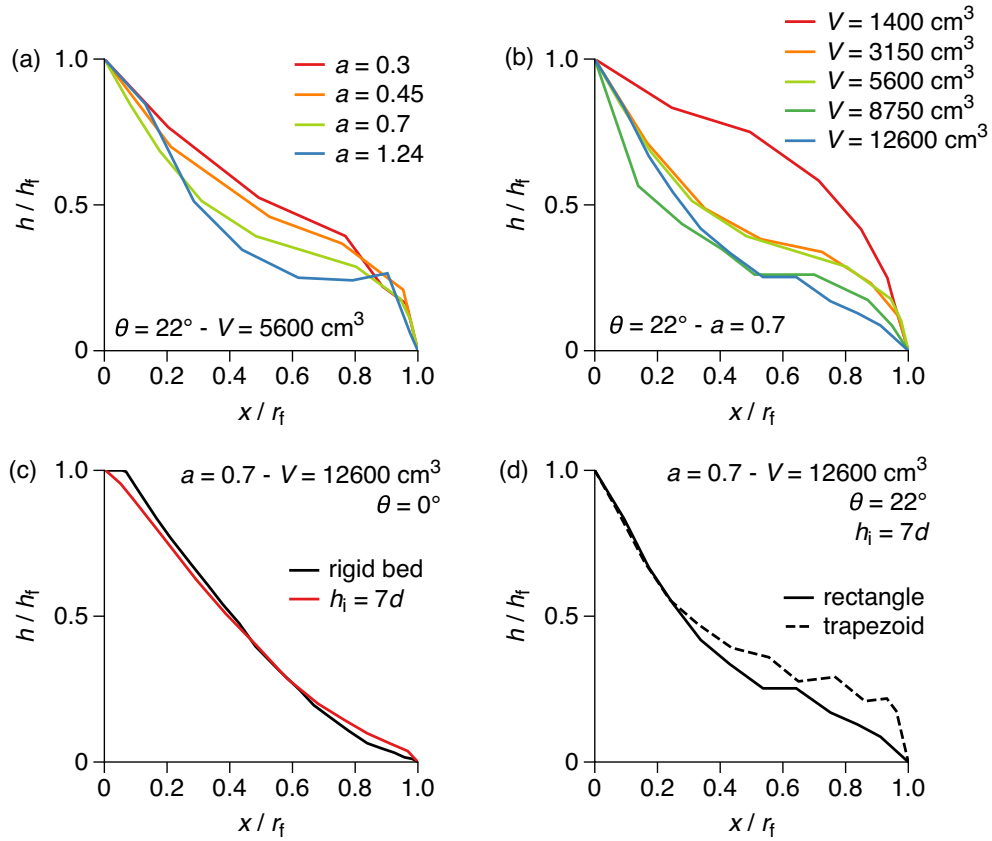
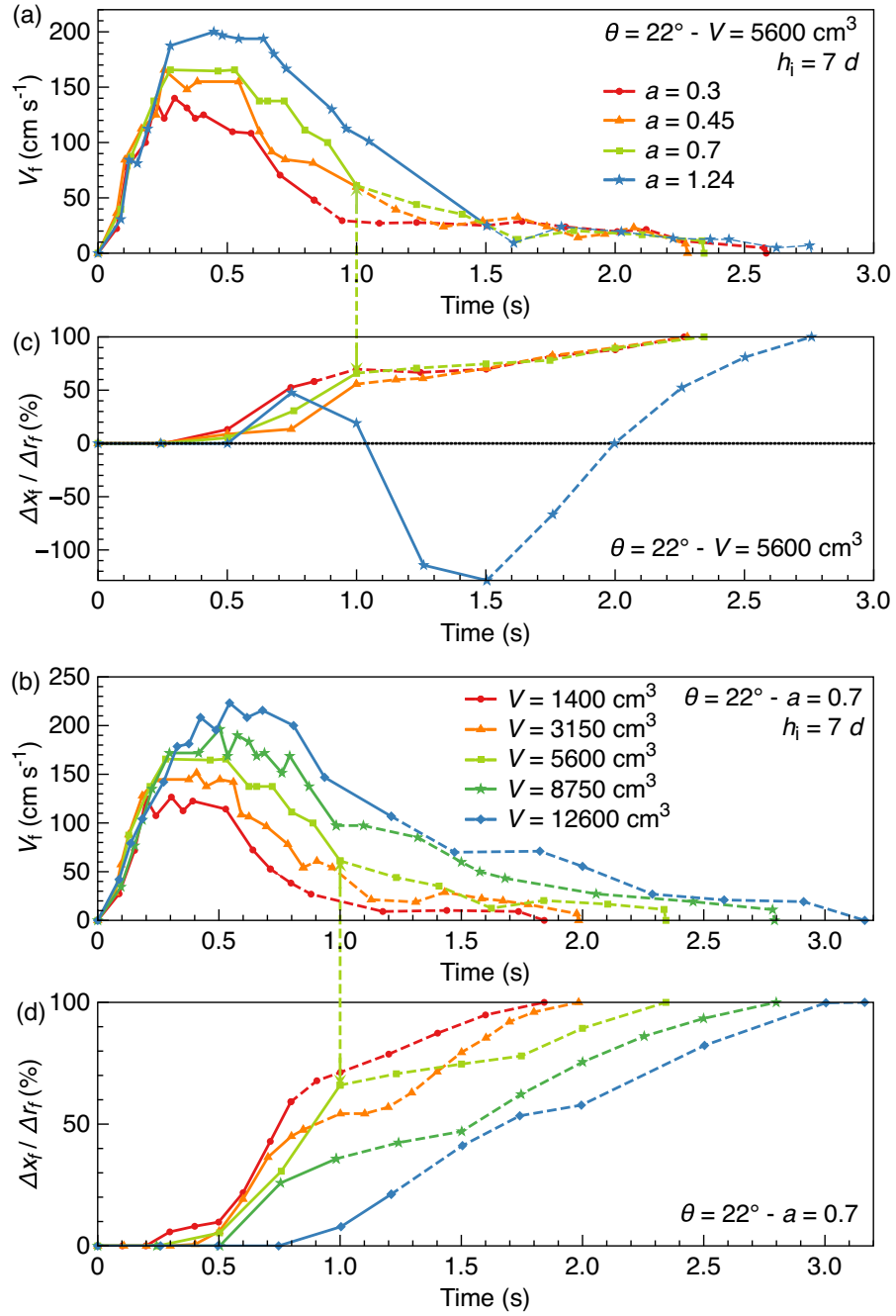


Figure 20 : Final normalized thickness profiles of the deposit h/h_f as a function of the normalized downslope position x/r_f , over an erodible bed of thickness $h_i = 7d$ for: (a) $\theta = 22^\circ$, $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a ; (b) $\theta = 22^\circ$, $a = 0.7$ and different volumes V ; (c) $\theta = 0^\circ$, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$ with the deposit over a rigid bed; (d) $\theta = 22^\circ$, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$ with both the rectangular and trapezoidal columns.



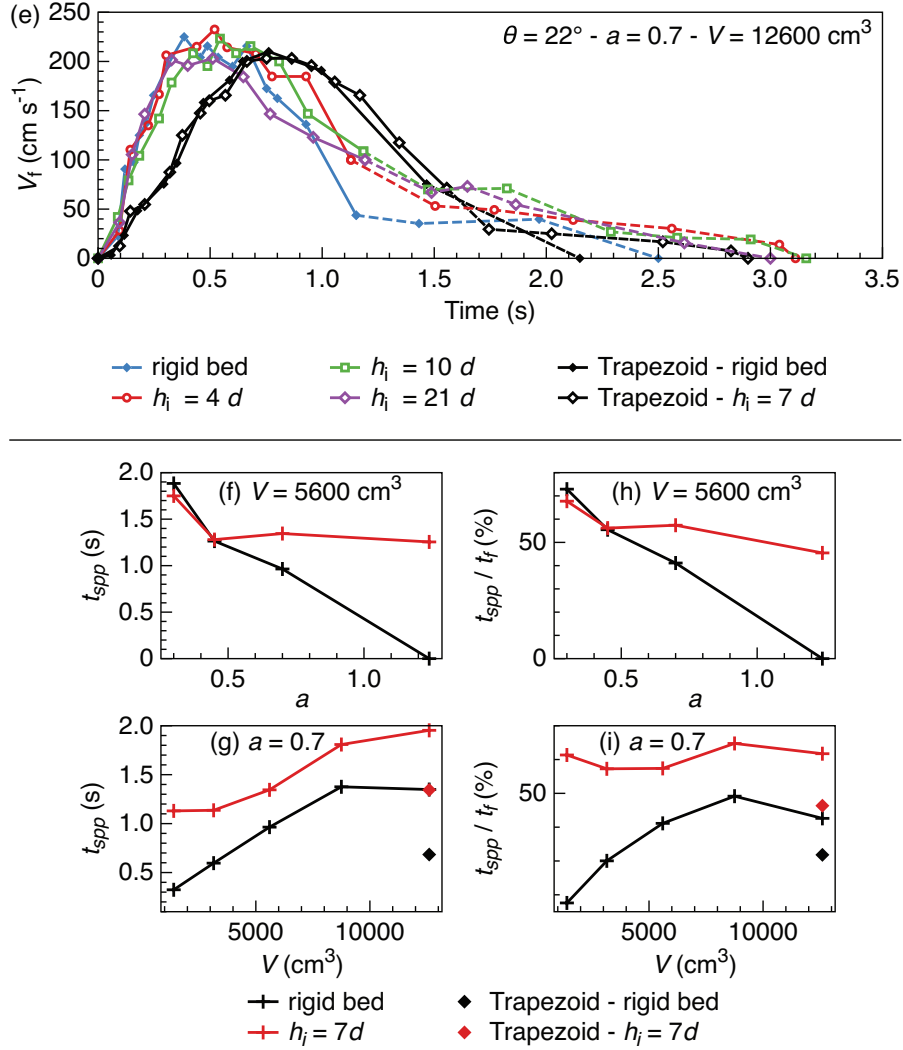


Figure 21 : (Left page) Flow front velocity $V_f(t)$ as a function of time over an erodible bed of thickness $h_i = 7d$ with $\theta = 22^\circ$ for: (a) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a ; (b) $a = 0.7$ and different volumes V . (c) and (d) show the difference of the flow front position with respect to that over the rigid bed Δx_f normalized by the runout distance difference Δr_f as a function of time, for the flows in (a) and (b) respectively. (Right page) (e) shows $V_f(t)$ for $\theta = 22^\circ$, $a = 0.7$, $V = 12600 \text{ cm}^3$ and different bed thicknesses h_i , with a rectangular and a trapezoidal column. The line is dashed during the slow propagation phase. (f)-(i) Duration of the slow propagation phase t_{spp} of flows over the rigid bed (black line) and over the erodible bed (red line), (f), (g) in absolute value and (h), (i) in % of the total duration of propagation t_f for (f), (h) $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratio a and (g), (i) $a = 0.7$ and different volumes V and also for the trapezoidal column with $V = 12600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.7$ (diamonds). Error bars (not represented) are $\Delta V_f(t) = 10 \text{ cm s}^{-1}$, $\Delta t = 0.06 \text{ s}$ and $\Delta t_{spp} = 0.1 \text{ s}$.

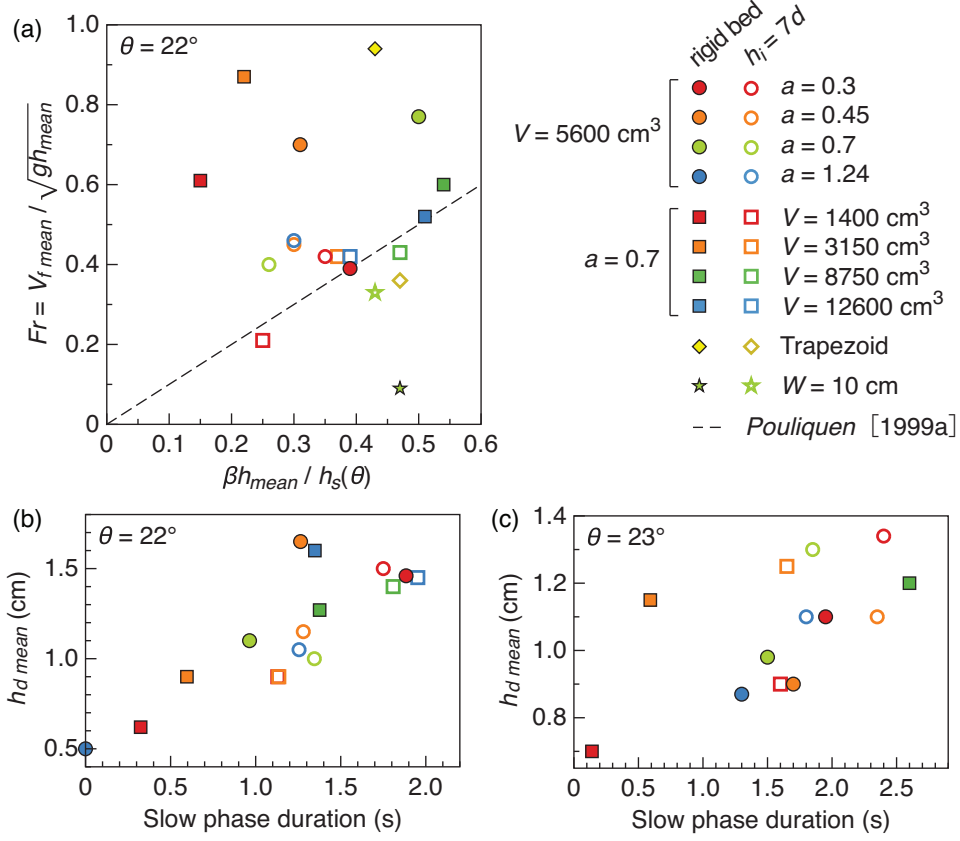


Figure 22 : (a) Froude number $Fr = V_{f,mean} / \sqrt{gh_{mean}}$ as a function of $\beta h_{mean} / h_s(\theta)$ for flows during their slow propagation phase, for $\theta = 22^\circ$, over the rigid bed (full symbol) and over an erodible bed of thickness $h_i = 7d$ (open symbol). $V_{f,mean}$ is the mean front velocity during the slow propagation phase, h_{mean} the mean flow thickness behind the flow front, $h_s(\theta)$ the thickness of the deposit for $\theta = 22^\circ$ and $\beta = 0.136$ an empirical parameter. The black dashed line represents the scaling law (7). (b) and (c) Mean thickness of the deposit $h_{d,mean}$ where the deposit is quasi-parallel to the slope as a function of the duration of the slow propagation phase t_{spp} for (b) $\theta = 22^\circ$ and (c) $\theta = 23^\circ$. For experiments where the slow propagation phase was not apparent (a) and when the flow did not form a deposit and left the channel ((b) and (c)), the corresponding data point is not shown. Error bars are $\Delta V_{f,mean} = 10 \text{ cm s}^{-1}$, $\Delta h_{mean} = 0.2 \text{ cm}$, $\Delta h_{d,mean} = 0.2 \text{ cm}$ and $\Delta t_{spp} = 0.1 \text{ s}$.

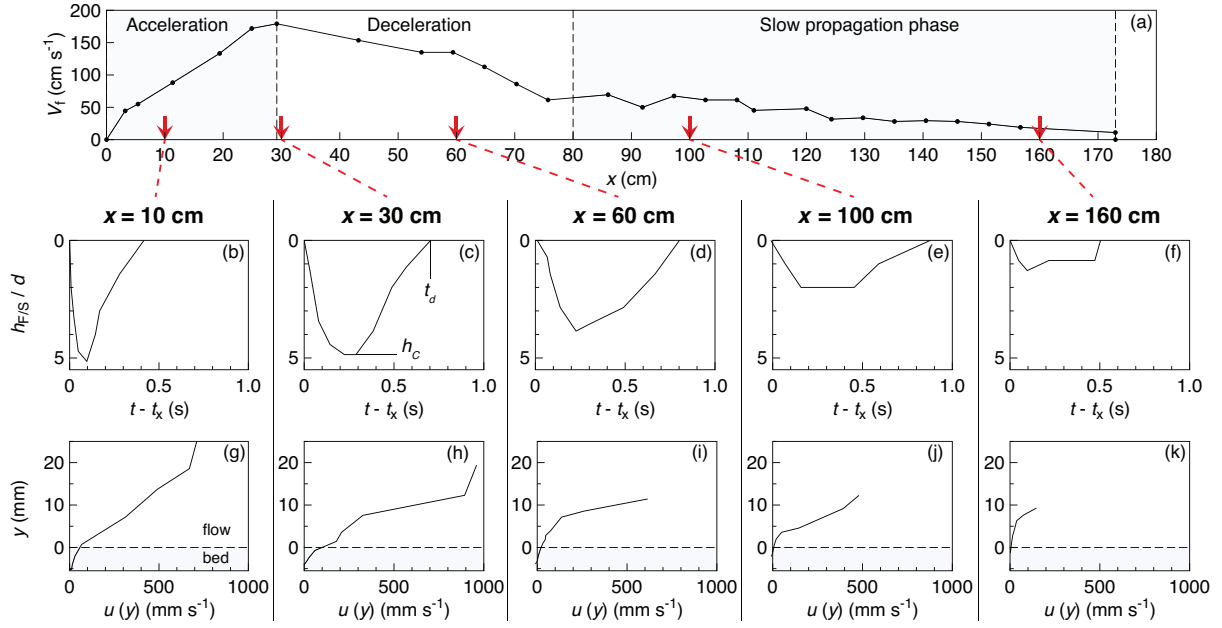


Figure 23 : $\theta = 23^\circ$, $V = 5600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.3$ over an erodible bed of thickness $h_i \simeq 7d$, where $d = 700 \text{ }\mu\text{m}$ is the mean bead diameter. (a) is a plot of the front velocity V_f as a function of the distance x from the gate. (b)-(f) show the vertical position of the flowing/static interface $h_{F/S}$ within the erodible bed as a function of time $t - t_x$. t_x is the instant when the flow front reaches the position x (red arrows). (g)-(k) show the internal velocity profile $u(y)$ on one side of the flow as a function of the elevation y above the channel base, at the same distances x from the gate, when $h_{F/S}$ reaches its maximum h_C . The dashed horizontal line represents the initial surface of the erodible bed. Error bars are $\Delta V_f = 10 \text{ cm s}^{-1}$, $\Delta x = 3 \text{ cm}$, $\Delta h_{F/S}/d = 1$, $\Delta t = 0.03 \text{ s}$, $\Delta y = d$ and $\Delta u(y) \simeq 100 \text{ mm s}^{-1}$.

5.5. Insight into Erosion Processes

The presence of an erodible bed has the most significant influence on flow mobility at slope angles greater than 10° to 16° (Figure 15) and during the deceleration and slow propagation phase (Figure 21). We decided to investigate whether bed erosion was deeper and longer during these phases and how this can be related to the increase in the runout distance over an erodible bed. For this, we measured the position of the flowing/static interface $h_{F/S}(t)$ (Figure 17) and the velocity profile $u(y)$ on one side of the flow (through the transparent channel wall) at different positions x from the gate to observe their variations during flow propagation, for the specific experiment where $\theta = 23^\circ$, $a = 0.3$ and $V = 5600 \text{ cm}^3$ (Figure 23). Furthermore, the maximum excavation depth h_C and duration of bed excavation t_d were measured at the position where the front velocity V_f was maximum in order to be compared for different initial and boundary conditions that influence the runout distance increase (Figures 24 and 25). We considered that a particle was mobilized when its downslope velocity exceeded 10 mm s^{-1} . Measurements were done on slope angles $\theta \geq 19^\circ$ for which bed entrainment is expected to be high and the depth and duration of excavation may be easily measured.

During the acceleration phase (for $\theta = 23^\circ$, $a = 0.3$ and $V = 5600 \text{ cm}^3$; Figures 23a and 23b), the bed is excavated deeply ($h_C \simeq 5.1d$) and with a high excavation velocity ($\frac{dh_{F/S}}{dt} \simeq 33 \text{ mm s}^{-1}$), but only over a very short time ($t_d \simeq 0.4 \text{ s}$). As the front spreads away from the gate (Figures 23c to 23f), the maximum depth of excavation h_C and excavation velocity decrease whereas the time t_d during which the bed is excavated increases until a position x between 100 cm and 160 cm during the slow propagation phase when it finally decreases (Figures 23e and 23f). Regardless of the measurement position x , the velocity within the flow $u(y)$ increases with the

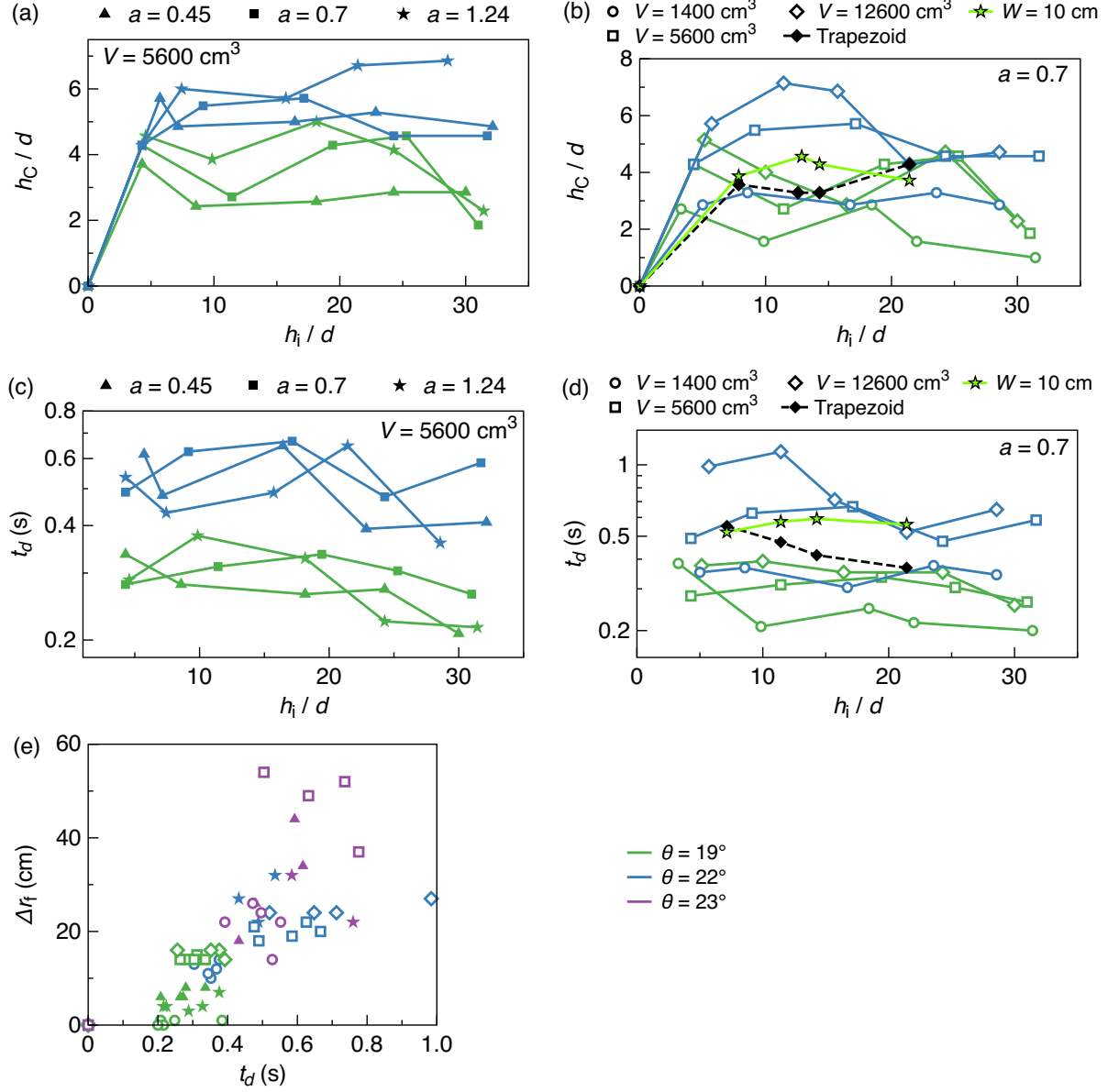


Figure 24 : (a), (b) Maximum depth of excavation h_C (scaled by the mean bead diameter $d = 700 \mu\text{m}$) and (c), (d) duration of excavation t_d , as a function of the bed thickness h_i (board method), for $\theta = 19^\circ$ (green) and $\theta = 22^\circ$ (blue). (a) and (c) are for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a . (b) and (d) are for $a = 0.7$ and different volumes V . For $\theta = 22^\circ$, data for flows obtained with the trapezoidal column (black diamond, dashed line, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$) and on the 10-cm-wide channel (green star, $h_0 = 21 \text{ cm}$, $r_0 = 30 \text{ cm}$, $a = 0.7$ and $V = 21 \times 30 \times 10 = 6300 \text{ cm}^3$) are also represented. (e) Runout distance difference compared to that over the rigid bed Δr_f as a function of the duration of excavation t_d for different slopes angles θ (different colors) and for the experiments in (a)-(d) (same symbols). Error bars (not represented) for h_C , h_i are $\pm 1d$, $\Delta t_d = 0.1 \text{ s}$ and $\Delta(\Delta r_f) = 4 \text{ cm}$.

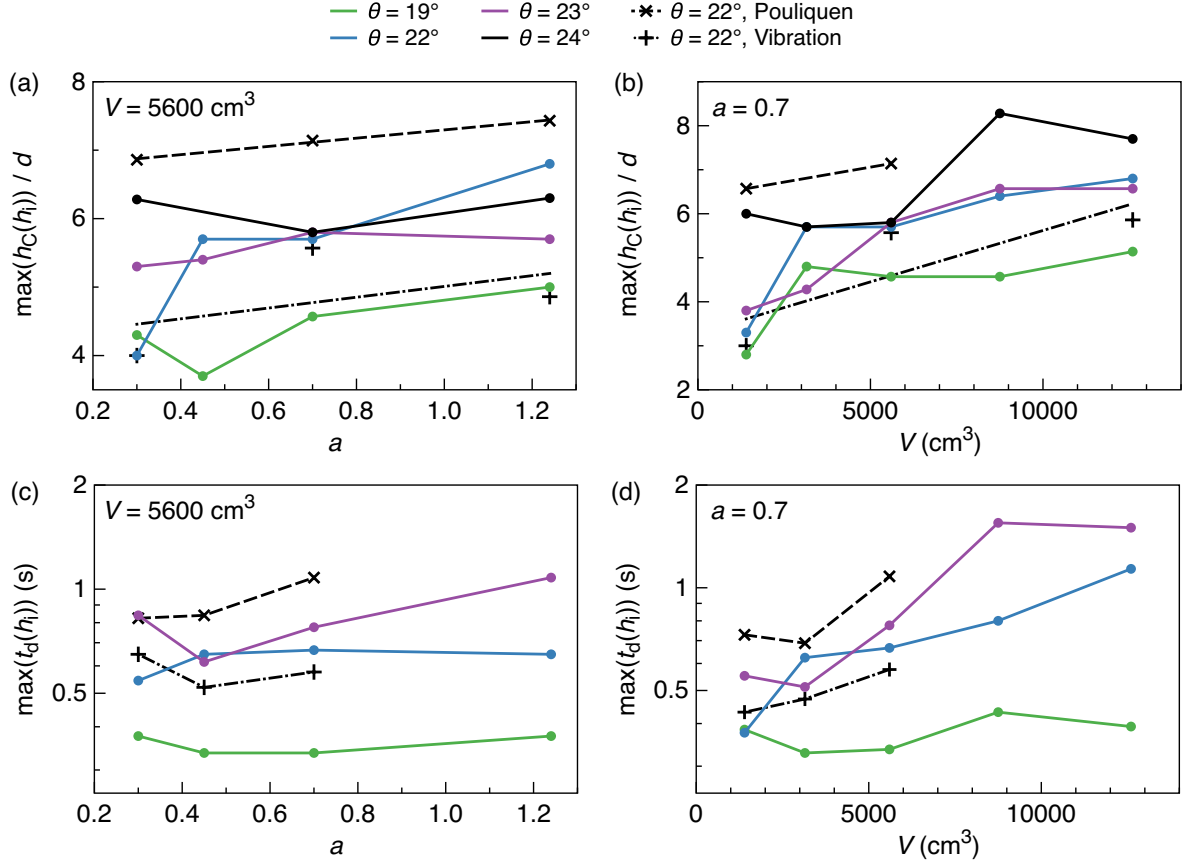


Figure 25 : (a), (b) Maximum value of the maximum depth h_C for every bed thicknesses h_i investigated: $\max(h_C(h_i))/d$ as a function of (a) the aspect ratio a for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and (b) the volume V for $a = 0.7$, for different slope angles θ (different colors) and for $\theta = 22^\circ$ and the different methods of bed compaction: board (blue), Pouliquen (\times) and vibration (+). (c), (d) Maximum value of t_d over the thicknesses h_i : $\max(t_d(h_i))$ for different slope angles θ and different compaction methods (c) for $V = 5600 \text{ cm}^3$ and different aspect ratios a and (d) for $a = 0.7$ and different volumes V . Error bars (not represented) for $\max(h_C(h_i))$ and h_i are $\pm 1d$ and $\Delta \max(t_d(h_i)) = 0.1 \text{ s}$.

elevation y above the channel base (Figures 23g to 23k). This increase is first exponential above the flowing/static interface (i.e. $u(y) = 0$), then becomes linear for higher y and, in some cases, is smaller close to the free surface (Figures 23g, 23h and 23j). Such profiles are often observed in granular flows [see e.g. GdR Midi, 2004; Lajeunesse et al., 2005; Siavoshi and Kudrolli, 2005; Lube et al., 2007; Forterre and Pouliquen, 2008; Mangeney et al., 2010]. The velocities within the flow and the erodible bed increase with increasing front velocity V_f . The surface of the erodible bed is entrained to the maximum velocity of 118 mm s^{-1} when V_f is maximum ($\simeq 180 \text{ cm s}^{-1}$, Figures 23a and 23h). At the end of the slow propagation phase ($V_f < 50 \text{ cm s}^{-1}$), there is almost no excavation at the upper surface of the erodible bed (Figures 23a and 23k).

For all experimental combinations, the bed is generally excavated deeper and for a longer time as the bed thickness h_i increases until $h_i \simeq 7d$ to $14d$ (Figures 24a to 24d). For thicknesses h_i greater than $21d$, the maximum depth h_C and the duration t_d of excavation are generally both smaller than for $h_i < 21d$, except for $\theta = 22^\circ$, $a = 1.24$ and $V = 5600 \text{ cm}^3$ (Figures 24a to 24d).

The maximum depth h_C and duration t_d of excavation generally increase as the slope angle θ increases and as bed compaction decreases (Figure 25) but are systematically smaller for release from the trapezoidal reservoir than for release from the rectangular reservoir and when the channel is narrow (10-cm-wide) (Figures 24b and 24d).

The maximum value of $h_C(h_i)$ globally increases with a (Figure 25a) and V (Figure 25b) and more generally with the initial height h_0 , which controls the maximum front velocity (Figure 13d). The maximum value of $t_d(h_i)$ increases with the volume V (for $a = 0.7$) and even more so when the slope angle θ increases (Figure 25d). We did not notice any significant variation of the excavation duration with aspect ratio a (Figure 25c).

As a result, the increase in runout distance over the erodible bed compared to that over the rigid bed Δr_f increases with the duration of bed excavation t_d (Figure 24e). In contrast, no relation between runout distance and maximum excavation depth h_C was observed.

5.6. Erosion Waves

Waves made of particles excavated from the erodible bed at the flow head were observed for flows over erodible beds [Mangeney et al., 2010; Rowley et al., 2011]. It is not however clear how the characteristics of these waves affect erosion efficiency. These waves were studied mainly at slope angles $\theta \geq 22^\circ$ where bed erosion is significant (Figure 26). At lower slope angles, their amplitude was too small to be captured.

The waves propagate downstream, develop to their maximum amplitude A and then disappear rapidly (Figures 26b to 26h). For $\theta = 24.5^\circ$, $V = 12600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.7$, when the front velocity is maximum, the waves reached a maximum amplitude of 10 to 12 particle diameters (i.e. $0.7 \pm 0.2 \text{ cm}$ to $0.8 \pm 0.2 \text{ cm}$) and a maximum velocity of $85 \pm 10 \text{ cm s}^{-1}$, about 3 times smaller than the front velocity at the same position (Figures 26c to 26h; see also the video in the auxiliary material). Upstream of the flow front, the wavelength increases and the amplitude decreases [e.g. Mangeney et al., 2010; Rowley et al., 2011]. The erosion waves disappear as the front decelerates and are not visible in the final deposit: the interface between the flow and the bed is a relatively thin but uniform mix of flow and substrate particles (Figure 26i).

Interestingly, the maximum amplitude A and duration t_{waves} of the waves varied similarly with a and V to the maximum depth h_C and duration t_d of excavation, respectively (Figures 25, 26j and 26k). The maximum amplitude of the erosion waves increased with a and V (Figure 26j). For $a = 0.7$ and $V = 1400 \text{ cm}^3$, a wave barely emerged behind the flow front and reached 3

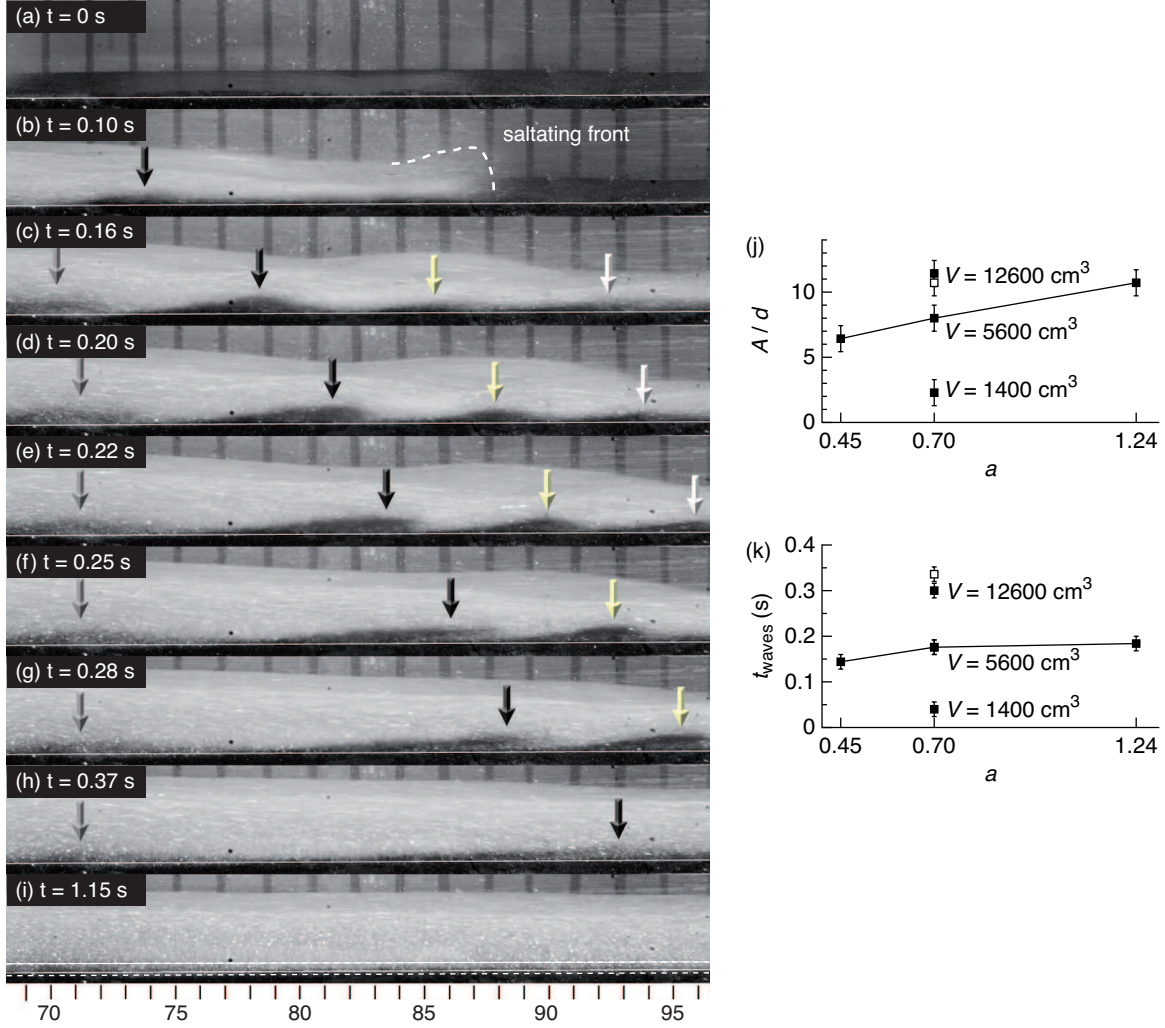


Figure 26 : (a)-(i) Snapshots for values of x between 70 cm and 95 cm from the gate used to spread a volume $V = 12600 \text{ cm}^3$ of white beads over an erodible bed of thickness $h_i = 5 \text{ mm}$ made of black beads, for $\theta = 24.5^\circ$ and $a = 0.7$. In (a), the top of the erodible bed is delimited by the white line. Vertical arrows indicate the propagation of three successive waves appearing at the interface between the erodible bed and the flow. (i) is a snapshot of the final deposit in which white and black beads are mixed within a thickness of $2.0 \pm 0.5 \text{ mm}$ at the interface of the erodible bed (black) and the flow deposit (white). (j) shows the maximum amplitude A of the erosion waves, scaled by the mean bead diameter d , for $\theta = 22^\circ$ (solid square) and for different aspect ratios a and volumes V . (k) is a plot of the duration t_{waves} of waves passing at the position of measurement for different values of a and V . The maximum amplitude and duration of waves for the experiment with $\theta = 24.5^\circ$, $a = 0.7$ and $V = 12600 \text{ cm}^3$ is also represented (open squares).

particle diameters of amplitude above the erodible bed. At the position from the gate where waves reached their maximum amplitude, the wave duration t_{waves} increased with the volume V but did not significantly increase with aspect ratio a (Figure 26k). In all the experiments, t_{waves} was less than 10% of the flow duration.

At the free surface of the flow, other waves were also observed above the subjacent "black" waves (Figures 26b to 26h). Such instabilities also appeared at the free surface of flows over a rigid bed (i.e. for $h_i = 0$ mm), but were of lower amplitude than those observed for flows on an erodible bed. Such surface waves may be explained by small irregularities in the roughness of the channel base.

6. Discussion

6.1. Critical Slope Angle and Different Flow Regimes

We have quantified the influence of several initial and boundary conditions on the dynamics and deposition processes of granular flows over slope angles smaller than the friction angle of the material involved. The flow dynamics change when the slope angle exceeds a critical value θ_c between 10° to 16° , both over rigid and erodible beds. Regardless of the experimental combinations, this critical angle is more or less the same, i.e. about half the repose angle of the material.

When $\theta < \theta_c$, the flow front deceleration lasts as long as the acceleration phase (Figures 13c, 14a and 14b). The deposit front has a flat, low angle termination (Figures 12a to 12c). The maximum velocity is scaled by $\sqrt{gh_0 \cos \theta}$ (Figure 13d) and the well established scaling law (6) relating the runout distance r_f to the initial column height h_0 is satisfied (Figures 10a and 10b). This is characteristic of the spreading phase observed for granular collapse over horizontal beds. In this regime (i.e. $\theta < \theta_c$), the runout distance is not affected by the presence of an erodible bed (Figure 15). Only the profile of the deposit changes slightly (Figure 20c).

On the other hand, when the slope angle θ exceeds the critical angle θ_c , a final regime of slow propagation develops after the deceleration phase (Figures 13a to 13c). In that case, the scaling laws [e.g. equation (6)] derived from granular collapse experiments over horizontal planes are no longer valid: the normalized runout distance r_f/r_0 depends both on the aspect ratio a and on the volume V (Figures 9b and 9c). This has never before been reported. The characteristics of the slow propagation phase are similar to those of steady uniform flows [Pouliquen, 1999]: a steep front (Figures 12d to 12f, 20a and 20b), a slow and quasi-uniform velocity ($V_f < 50$ cm s⁻¹, Figures 13a to 13c, 21a, 21b and 21e) and a quasi-uniform thickness along the plane ($h \simeq 1$ to 2 cm, Figures 11 and 19). Furthermore, when the slow propagation phase is well developed and lasts longer than 1 s, the mean velocity of this slow phase and the mean thickness of the flow behind the front roughly satisfy the Pouliquen [1999] flow law (7) (Figure 22a). This slow propagation phase tending to steady uniform flow is observed at slope angles smaller than the minimum angle for which steady uniform flows are observed, $\theta_1 = 24.4^\circ$, when using the classical method for generating these flows (i.e. a constant supply upstream, Figures 7a and 8). The initial and boundary conditions that lead to this slow propagation phase at slope angles smaller than θ_1 provide additional energy to the system making it possible to compensate the energy lost by friction. The deposit of these quasi-uniform flows is almost parallel to the plane (Figures 11 and 19) as observed for steady-uniform flows when the supply is cut. Interestingly, if we plot the maximum value of the thickness of this deposit (Figures 22b and 22c), it follows a curve close to that of $h_s(\theta)$, obtained after steady uniform flows (Figure 8). This suggests that

the initial and boundary conditions can significantly expand the parameter space where steady uniform flows can develop. Furthermore, it suggests that the friction law proposed by [Pouliquen \[1999\]](#):

$$\mu(u, h) = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) \exp\left(-\frac{h_s}{Ld}\right) \quad (8)$$

could be extended to smaller slopes where it would involve smaller values of the friction coefficient μ_1 because $\mu_1 = \tan \theta_1$. In equation (8), $\mu_1 = \tan \theta_1$ and $\mu_2 = \tan \theta_2$ are the friction coefficients that correspond respectively to the minimum and maximum slope angles θ_1 and θ_2 for which steady uniform flows are observed and L is a characteristic dimensionless thickness [[Pouliquen, 1999](#)]. This could have a strong implication for natural flows where very large volumes can be involved that may significantly decrease μ_1 . Note that very small effective friction is observed in natural flows, especially for large volumes [[Pirulli and Mangeney, 2007](#); [Lucas et al., 2011](#); [Mangeney et al., 2012](#)].

6.2. Crucial Role of the Duration of the Slow Propagation Phase

Several initial and boundary conditions contribute to initiate or increase the duration of the slow propagation phase (i.e. the quasi-uniform flows) by adding energy to the system to overcome friction. This additional energy can come from: (i) increasing the slope angle which increases the driving force due to gravity; (ii) increasing the volume at constant aspect ratio or decreasing the aspect ratio at a constant volume because the supply is maintained longer at a roughly constant rate due to the relatively longer reservoir; (iii) entrainment of material from the erodible bed that increases the kinetic energy of the flowing mass [[Mangeney et al., 2007b](#)]; (iv) enlarging the channel width which reduces the effective friction due to the walls [[Jop et al., 2005](#)]; or (v) increasing the angle of the gate inclination with respect to the slope that gives a higher initial driving force due to the pressure gradient [see equation (2) of [Mangeney-Castelnau, 2003](#)]. Note that the influence of the aspect ratio is less obvious than that of the volume (Figures 15c, 21f, 25a and 25c). In our experiments, the range of aspect ratios investigated may not be large enough to observe a significant variation of the dynamics, as opposed to the volume range. We however chose to use small values of aspect ratio ($a \leq 1.24$) to be consistent with many geophysical flows.

The increase in the runout distance over an erodible bed compared to that over a rigid bed occurs during the deceleration phase or during the slow propagation phase (Figures 21c and 21d). The percentage of the increase as a function of the rigid bed runout distance varies depending on the initial conditions (Figures 15e and 15f). As these two regimes are fundamentally different, varying the experimental conditions will affect their respective duration in a different way over rigid and erodible beds. For example, increasing the aspect ratio increases the duration of the deceleration phase but the slow propagation phase lasts longer for smaller aspect ratios (e.g. Figure 13a). It is therefore difficult to interpret the variation of the increase in the runout distance in percentage of the runout distance over the rigid bed for different initial conditions (Figures 15e and 15f). It is clear, however, that the increase of runout distance increases with the slow phase duration over an erodible bed (for $\theta = 22^\circ$, compare Figures 15c and 15d and Figures 21f and 21g). As a result the duration of the slow propagation phase seems to play a key role in the efficiency of erosion processes.

6.3. Erosion Processes and Runout Distance

The durations of excavation of the erodible bed and of the erosion waves increase with the duration of the slow propagation phase (compare Figures 21f and 21g and Figures 25c, 25d and 26k). On the other hand, the maximum depth of excavation is not affected by the duration

of the slow propagation phase. Instead, the depth of excavation appears to be controlled by the maximum front velocity because both increase with the initial column height and slope angle (Figures 13d, 25a and 25b). Initial column shape has a variable effect on excavation depth: although the maximum front velocity for a similar volume and slope angle is the same for both the trapezoidal and rectangular column shapes, the excavation depth is smaller for the trapezoidal column (Figures 21e and 24b).

As a result, the capacity of a flow to increase its runout distance over an erodible bed does not depend on the maximum excavation depth. For instance, the bed is more deeply excavated during acceleration (Figure 23b) but this phase does not contribute to the runout distance increase (Figures 21c and 21d). During flow initiation and the acceleration phase, the granular flow is driven mainly by a longitudinal thickness gradient that tends to push the mass down the slope, as reported by Mangeney-Castelnau [2003]. At the beginning of the collapse, thickness gradients are only slightly affected by the presence of an erodible bed, which is much thinner than the flow. The acceleration phase and maximum front velocity are consequently little affected either (Figures 13, 21a, 21b and 21e), although a large amount of bed erosion occurs during this phase.

An important feature of granular collapse dynamics is the transition from vertical fall to slope-parallel movement. At the beginning, a significant portion of the potential energy is transformed into kinetic energy corresponding to motion in a direction perpendicular to the slope while later on almost all the kinetic energy is related to motion in the downslope direction. For flows over an erodible bed, when the front is accelerating, the kinetic energy of motion in the direction perpendicular to the slope is absorbed by the bed. The erodible bed is therefore affected deeply but for a very short time (Figure 23b). On the other hand, as the flow front decelerates, if most of the flow kinetic energy is related to motion in the downslope direction, the grains from the erodible bed that are put into motion will more easily join the flow. Furthermore, during the deceleration and slow propagation phases, even if the bed is excavated to a shallower depth, the excavation occurs over a longer time (Figures 23c to 23e). Therefore, the increase in the runout distance compared to that over the rigid bed depends on the ability of the flow to transfer its energy to the erodible bed through motion in the direction of propagation over a long time and consequently over a large distance.

Depending on the initial geometry and volume of the column, the energy in the system will be dissipated differently. For example, for $\theta = 22^\circ$ and a given volume $V = 5600 \text{ cm}^3$, the runout distance of a flow of relatively high initial aspect ratio ($a = 1.24$) is not considerably higher over an erodible bed than over a rigid bed and may even be smaller in certain cases (Figure 16a). This lack of difference in runout distance occurs because the flow loses the majority of its vertical-motion kinetic energy by reworking the bed in the direction perpendicular to the slope rather than in the propagation direction. For this specific case, the resulting kinetic energy of motion in the direction of propagation is significantly reduced during the deceleration phase and the front therefore moves slower over an erodible bed than over a rigid bed (Figure 21c). In contrast, a flow with a small initial aspect ratio excavates more of the bed in the propagation direction than in the direction perpendicular to the slope (when the aspect ratio decreases the excavation depth is smaller but not the excavation duration, Figures 25a and 25c). For a given aspect ratio ($a = 0.7$), when the volume increases, the flow loses more perpendicular-motion kinetic energy to deeper bed excavation (Figure 25b). However, the volume increase also promotes a longer duration of the slow propagation phase owing to the increase in the mass supply (Figure 21g). Hence, the increase in the runout distance is greater for higher volumes (Figures 15d).

6.4. Influence of Bed Compaction and Channel Width on Runout Distance and Erosion

The degree of bed compaction has an influence on the dynamics of granular flows and on the efficiency of the erosion processes, especially for slope angles close to the repose angle of the granular material (typically $\theta = 22^\circ$). In general, more energy is needed to remove particles from a more compact erodible bed than from a loosely-packed substrate. As a consequence, the more compact bed is excavated over a shallower depth and for a shorter time (Figure 25) and the runout distance over it is smaller (Figure 16).

For granular flows in a channel, the horizontal velocity profile perpendicular to the flow direction resembles a so-called Couette profile since the side of the flow is slowed by sidewall friction [GdR Midi, 2004; Jop et al., 2005; Forterre and Pouliquen, 2008]. Because the excavation depth appears to be related to the front velocity, it is assumed to be greater in the middle of the channel than along the sidewalls. Hence, when measuring internal features and velocity profiles on one side of the flow (through the transparent channel wall), one must be aware that they may be not representative of those in the middle of the channel. Observations by Rowley et al. [2011] support this assumption. In their experiments on granular flows over an erodible bed, the waves preserved in the deposits are developed to a far greater extent away from the sidewalls.

Over the rigid bed, runout distances are about 10% smaller in a narrow (10-cm-wide) channel than in a wider (20-cm-wide) channel for experiments with slope angles $\theta = 0^\circ$ and $\theta = 10^\circ$ and about 20% smaller for $\theta = 22^\circ$ (Figures 10c). For flows over an erodible bed, the increase in the runout distance is smaller when the channel width is narrow. At $\theta = 22^\circ$, a 30% deviation is observed in the runout distance and a 10% deviation is reported in maximum erosion depth between the narrow and wider channels (Figures 15b and 24b). Indeed, as illustrated in Figure 8, $h_s(\theta)$ is larger for $W = 10$ cm than for $W = 20$ cm, so that a layer of a given thickness h_i is more stable for $W = 10$ cm than for $W = 20$ cm, making it harder to put the grains in motion. As a consequence, our results are dependent on channel width. In channelized experiments of column collapse onto a horizontal plane, Balmforth and Kerswell [2005] and Lacaze et al. [2008] also showed that runout distance varies with channel width. Therefore, the channel width should be considered in numerical models of confined 2D flows [e.g. Lacaze et al., 2008].

6.5. Erosion Waves

The presence of waves in the flow head suggests that a significant portion of the energy exchanges between the flow and the underlying bed takes place within this zone (Figures 26b to 26h). However, the influence of these waves on the erosion efficiency remains unclear.

The waves observed at the bed interface may be compared to a Kelvin-Helmholtz instability, where two fluids of different velocities and densities are superimposed. The erodible bed is an initially static and compacted granular medium whereas the avalanche is a relatively less dense moving mass. Assuming that these two layers can be considered as two fluids, the Kelvin-Helmholtz conditions are fulfilled. In fluids, a small perturbation at the interface is amplified by the local velocity difference and a corresponding local decrease of the flow pressure. If the velocity of the superjacent fluid is sufficient, the amplified perturbation transforms into a breaking wave. Rowley et al. [2011] developed a criterion that gives the minimum velocity difference $v_1 - v_2$ between the upper (1) and lower (2) layers for a given wavelength λ and granular concentrations Φ_1 and Φ_2 for the growth of so-called Kelvin-Helmholtz instabilities:

$$v_1 - v_2 \geq \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1} - \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \right)} \quad (9)$$

where g is acceleration due to gravity. In our specific case, for $\theta = 22^\circ$, $V = 12600 \text{ cm}^3$ and $a = 0.7$ (Figures 26a to 26i), the wavelength λ is about 7 cm. In dense granular flows such as those studied here, the flow bulk density does not change significantly over the flow thickness [see e.g. GdR Midi, 2004]. Taking $\Phi_1 \simeq 6400$ grains per $\text{cm}^3 \simeq 0.8\Phi_2$, we have $\Phi_2/\Phi_1 - \Phi_1/\Phi_2 < 1$. Thus $\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} (\Phi_2/\Phi_1 - \Phi_1/\Phi_2) \leq 0.4 \text{ m s}^{-1}$. For a velocity difference equal to the maximum front velocity, $v_1 - v_2 \simeq 2 \text{ m s}^{-1}$. Therefore, according to the growth criterion (9), Kelvin-Helmholtz instabilities may have developed in our experiments. The analogy with Kelvin-Helmholtz, however, is not straightforward because a well-developed instability requires a velocity difference to be maintained between the two fluids. In our experiments, the velocity difference is sufficiently high only at the flow head. The waves are consequently observed only in the flow head and only when the front velocity exceeds 0.4 m s^{-1} (Figures 26b to 26h). Note, however, that we observed an increase in wave amplitude with front velocity as slope angle and column aspect ratio and volume increased (Figure 26j).

In experiments on dense granular flows moving over an erodible bed, Rowley et al. [2011] and Dufresne [2012] also observed waves in the bed that were generated by entrainment of the substrate. In both these studies, the waves were preserved in the deposits unlike in our experiments where the erosion waves disappeared as the flow front decelerated (Figure 26i). As their experimental setup ends on a subhorizontal surface, the flow may stop rapidly which could freeze the waves within the deposit. Thus, if such waves exist in natural gravitational flows at the substrate interface, they may or may not be visible in natural deposits.

7. Conclusions

We carried out experiments on dry granular flows generated by column collapse onto an inclined channel, both over a rigid and an erodible bed. For several slope angles ranging from 0° to 24° , we varied the initial conditions (column aspect ratio, volume and shape) and the boundary conditions (presence of an erodible bed, bed thickness and degree of compaction, channel width) systematically to quantify the changes in granular flow dynamics and deposition processes for increasing slope angles. A number of conclusions can be drawn from our results.

1. For slope angles below a critical angle θ_c , runout distances of flows over a rigid bed match scaling laws previously proposed in the literature: runout distance depends only on the initial column height. In contrast, those scaling laws are no longer valid when the slope angle is increased beyond θ_c . This seems to be related to the development of a slow propagation phase for $\theta > \theta_c$, tending to quasi-steady uniform flows with characteristics similar to those observed at higher slopes by Pouliquen [1999].
2. For flows over an erodible bed, the runout distance increases by up to about 50% compared to that over a rigid bed when the slope angle is greater than θ_c . When the bed thickness is increased, the runout distance increases linearly or first increases and tends towards a maximum before ultimately decreasing, depending on the degree of bed compaction. Furthermore, the runout distance increase is greater and the bed excavation is deeper and lasts longer as bed compaction decreases.
3. Bed excavation is not uniform along the flow propagation and depends on flow front velocity. As the flow accelerates, the erodible bed is deeply excavated but only very briefly. In contrast, as the flow decelerates, bed excavation is shallower but lasts longer. The increase in runout distance over an erodible bed is greater when the duration of bed excavation increases, but no relation was found with the maximum excavation depth.
4. The increase in the runout distance caused by an erodible bed is not due only to an increase in the flowing mass by bed entrainment. It is clearly also related to the development of a slow propagation phase after front deceleration for slope angles greater than θ_c . The duration of the slow propagation phase has a crucial impact on flow dynamics and deposition: as the duration of the slow propagation phase increases, bed excavation lasts longer and the flow propagates further.
5. The following parameters were shown to increase the duration of the slow propagation phase: (i) increasing slope angle, column volume, inclination of the column with respect to the slope and channel width; (ii) diminishing column aspect ratio; and (iii) addition of an erodible bed. The duration of the slow propagation phase is, however, independent of the maximum flow front velocity and, for flows over an erodible bed, of the maximum depth of excavation within the bed.

Further work is required to investigate the link between erosion/deposition efficiency and the properties of the granular material, including cohesion, shape, size of the grains, etc. Although the configuration studied here is very simple, our experimental results provide a new and better understanding of the processes that control the dynamics and deposition of geophysical granular flows. A major challenge for numerical models is to take these parameters into account and reproduce the complex phenomena at the interface between the flow and the substrate. Our results provide quantitative data that can be used to constrain such models. Some of the data, such as runout distance and excavation depth, are, however, biased by the sidewall effects in our experimental setup. Therefore, further investigations and numerical simulations should focus on unconstrained 3D granular flows.

2. Perspective de ces expériences : la modélisation numérique

Une des hypothèses de base du modèle de couche mince ("*shallow layer*") décrit dans l'article précédent (voir p.26) est que toute la masse granulaire est mise en mouvement lorsque l'on ouvre la porte du réservoir car la vitesse de l'écoulement est moyennée, et donc constante, sur l'épaisseur. Cependant, l'observation de la structure interne des écoulements granulaires en fonction du temps montre qu'une partie du volume reste statique au cours de l'écoulement (Figure 27). L'interface entre les grains statiques et les grains mobiles remonte progressivement vers la surface libre jusqu'à l'arrêt de l'avalanche.

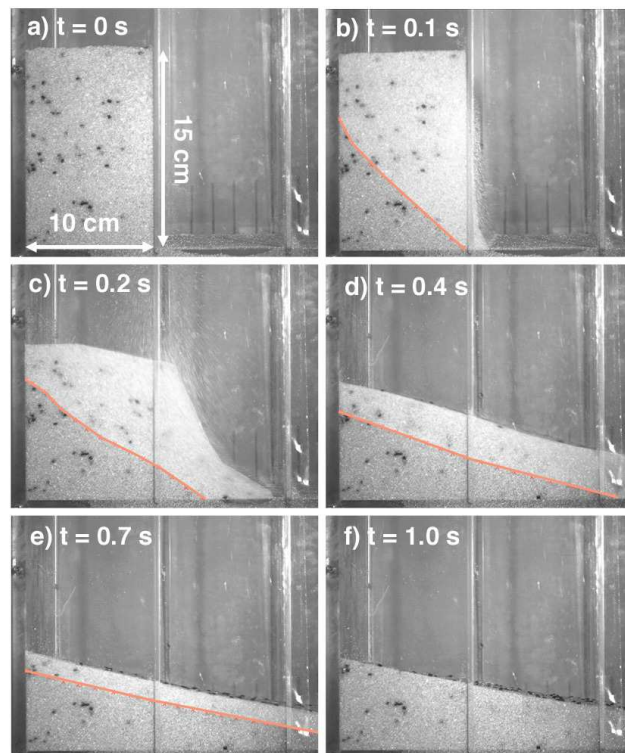


FIGURE 27 : Effondrement d'une masse granulaire de hauteur initiale $h_0 = 15$ cm et de longueur initiale $r_0 = 10$ cm, sur la pente du canal incliné à $\theta = 10^\circ$. La porte du réservoir s'ouvre à l'instant $t = 0$ s. La présence de traceurs dans le volume de billes permet de distinguer grossièrement l'interface entre les parties statique et mobile dans l'écoulement (ligne rose). La partie mobile est en gris clair.

Dans l'article, nous avons quantifié l'érosion à la base d'un écoulement granulaire en termes de profondeur et de durée d'érosion et de profils de vitesses internes et nous avons observé son influence sur la distance parcourue par l'écoulement. Cependant, les lois physiques qui régissent l'évolution temporelle de l'interface statique/mobile et, plus généralement, les processus d'érosion/dépôt à la base des écoulements granulaires sont encore inconnues. Pour mieux comprendre ces phénomènes mais aussi pour faire le lien entre les observations expérimentales

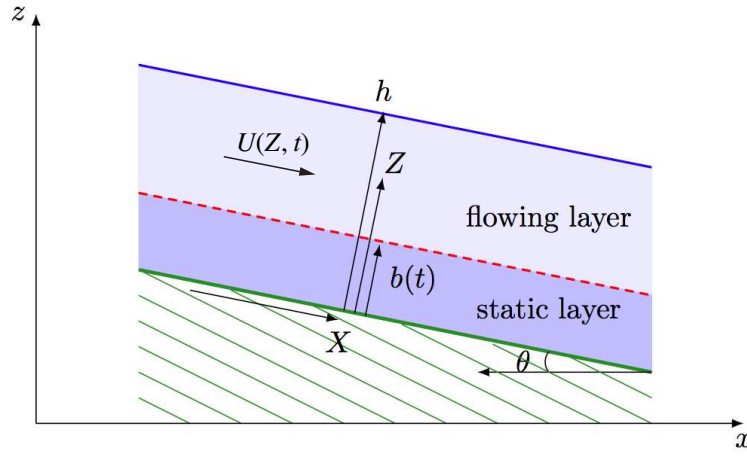


FIGURE 28 : Schéma de l'écoulement granulaire simulé par le modèle numérique de Lusso et al. [2014]. Une couche mobile s'écoule à une vitesse $U(Z, t)$, parallèlement à une couche statique sur une pente d'angle θ . $b(t)$ est la position normale à la pente de l'interface entre les deux couches (tirets rouges). Dans ce modèle à une dimension, l'épaisseur totale h de l'écoulement est constante. Le repère cartésien lié à la pente est $(0, X, Z)$. [adapté de Lusso et al., 2014]

et celles du terrain, des modèles numériques viscoplastiques de type Drucker-Prager ont été développés [e.g. Bouchut et al., 2014; Lusso et al., 2014]. Dans ces modèles, une couche granulaire mobile s'écoule sur une couche initialement statique inclinée (Figure 28). Les seuls paramètres du modèle sont le coefficient de friction μ et la viscosité ν du matériau granulaire. Nous n'allons pas rentrer ici dans les détails de ce modèle [lire Bouchut et al., 2014; Lusso et al., 2014, pour une description complète du modèle].

Les expériences analogiques réalisées dans l'article fournissent des données quantitatives pour évaluer la capacité de ces modèles à reproduire la position $b(t)$ de l'interface statique/mobile et le profil de vitesse horizontale $U(Z, t)$, depuis la mise en mouvement jusqu'au dépôt (Figures 29 et 30, respectivement).

Nous observons dans les expériences de laboratoire que lorsque le front de l'avalanche atteint une certaine position X le long du canal, à un instant $t = 0$ s, le lit érodable est rapidement mis en mouvement. La position $b(t)$ de l'interface statique/mobile atteint un minimum à $t \approx 0.1$ s et remonte progressivement vers la surface, avec une vitesse constante (Figure 29a). En faisant varier la viscosité ν dans leur modèle, Lusso et al. [2014] ont pu reproduire la mise en mouvement initiale du lit érodable et la remontée vers la surface de l'interface statique/mobile au cours du temps (Figures 29b à 29d). De plus, comme dans l'expérience de laboratoire, lorsque l'angle de la pente θ augmente, la profondeur maximale mobilisée dans la couche initialement statique augmente et la vitesse de remontée de l'interface diminue. L'accord quantitatif avec les données expérimentales est meilleur pour la viscosité $\nu = 5.10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ (Figure 29c). Notons que si la viscosité ν était nulle, la couche initialement statique ne serait pas mise en mouvement.

Les expériences de laboratoire montrent également qu'à un instant t donné, la vitesse $U(Z, t)$ de l'écoulement augmente avec l'altitude Z au dessus de la base du canal (Figures 30a à 30c). De plus, $U(Z, t)$ diminue quand t augmente, i.e. au fur et à mesure que le front de l'écoulement s'éloigne de la position X de la mesure. Les profils de vitesse $U(Z, t)$ simulés avec une viscosité $\nu = 5.10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ressemblent quantitativement à ceux mesurés dans les expériences, quel que soit l'angle θ de la pente du canal (Figures 30d à 30f). Pour les angles de pente $\theta = 19^\circ$ et $\theta = 22^\circ$, l'écoulement semble cependant s'arrêter plus rapidement dans la simulation que dans l'expérience (Figures 30d et 30e).

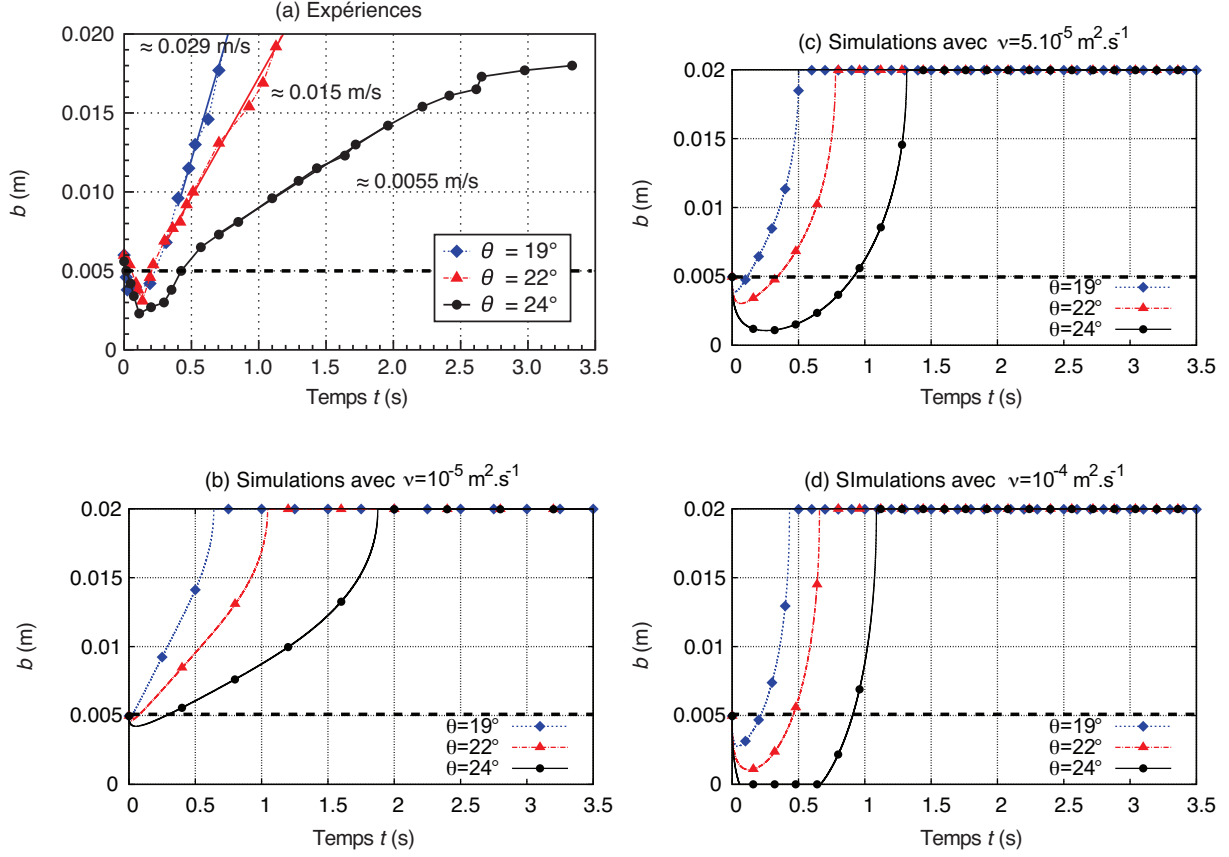


FIGURE 29 : (a) Position b , dans les expériences de laboratoire, de l'interface statique/mobile à l'intérieur d'un écoulement granulaire sur un lit érodable d'épaisseur $h_i = 5$ mm, mesurée à $X = 90$ cm de la porte, en fonction du temps t et pour différents angles de pente θ représentés par les différents couleurs. $t = 0$ correspond à l'instant auquel l'écoulement commence à mettre en mouvement le lit à $X = 90$ cm. La vitesse de remontée de l'interface vers la surface est indiquée en m/s pour chaque angle de la pente. Les dimensions initiales de la colonne granulaire sont $h_0 = 14$ cm, $r_0 = 20$ cm et $W = 20$ cm. (b), (c) et (d) Position b prédite par les simulations numériques de Lusso et al. [2014] pour différentes valeurs de la viscosité ν . La ligne en tirets noirs représente l'épaisseur initiale du lit érodable $h_i = 5$ mm [adapté de Lusso et al., 2014].

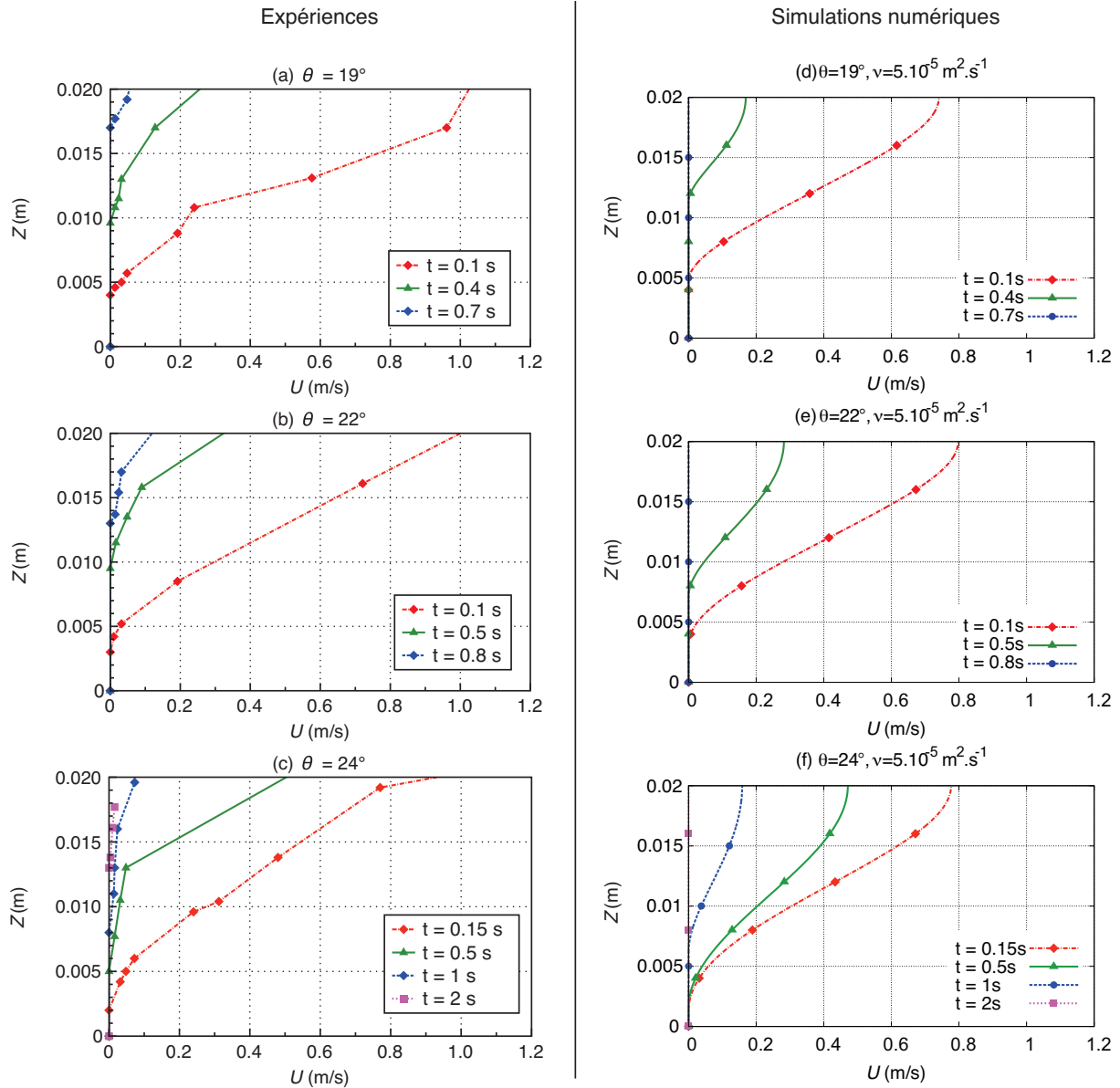


FIGURE 30 : (a), (b) et (c) Vitesse horizontale U , dans l'expérience de laboratoire, à l'intérieur de l'écoulement granulaire en fonction de l'altitude Z au dessus de la base du canal à $X = 90$ cm de la porte à différents instants t à partir de l'instant $t = 0$ où l'écoulement arrive à $X = 90$ cm (différentes couleurs) dans un canal incliné à (a) $\theta = 19^\circ$, (b) $\theta = 22^\circ$ et (c) $\theta = 24^\circ$. Les dimensions initiales de la colonne granulaire sont $h_0 = 14$ cm, $r_0 = 20$ cm et $W = 20$ cm. (d), (e) et (f) Vitesse U prédite par les simulations numériques de Lusso et al. [2014] pour reproduire les expériences des figures (a), (b) et (c), respectivement, avec une viscosité $\nu = 5.10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ [adapté de Lusso et al., 2014].

3. Conclusions du chapitre

L'objectif de ce chapitre était d'identifier les paramètres qui contrôlent la dynamique, le dépôt et les processus d'érosion des écoulements granulaires lorsque la pente augmente. Pour ce faire, nous avons fait varier le volume, le rapport d'aspect et la forme de la colonne granulaire relâchée, la présence ou non d'un lit érodable sur la base du canal, son épaisseur et sa compacité ainsi que la largeur du canal. Nous avons observé et quantifié l'influence de ces paramètres sur la distance parcourue par l'avalanche, son profil d'épaisseur et sa vitesse et sur la profondeur et la durée de la mise en mouvement du lit érodable en un point donné le long du canal.

L'observation la plus importante de ce travail est le fait qu'il existe un angle de pente critique au-delà duquel la dynamique et le dépôt des écoulements granulaires changent fondamentalement, que ce soit sur un lit rigide ou sur un lit érodable. Pour de faibles pentes, on n'observe que deux phases lors de la propagation d'un écoulement granulaire : une accélération initiale suivie d'une décélération de durée équivalente. Les lois d'échelle précédemment établies dans la littérature, qui prédisent que la distance parcourue est proportionnelle à la hauteur initiale de la colonne granulaire à une pente donnée, sont alors vérifiées. Pour des angles de pente au-delà de l'angle critique, un régime de propagation lente apparaît et se développe à la fin de la décélération. Ce régime de propagation, similaire aux écoulements stationnaires uniformes observés par Pouliquen [1999], est significativement différent de celui observé à faibles pentes. Les changements observés dans la dynamique et le dépôt des écoulements granulaires à fortes pentes sont liés à l'augmentation de la durée de la phase de propagation lente. En effet, lorsque la phase de propagation lente se développe,

- La distance parcourue dépend aussi de la largeur initiale de la colonne le long de la pente donc les lois d'échelle classiques ne sont plus valables ;
- La présence d'un lit érodable, même très fin, sur la pente commence à jouer un rôle sur la distance parcourue par l'écoulement. Plus la durée de la phase lente augmente, plus la distance parcourue sur un lit érodable est grande par rapport au même écoulement sur un lit rigide ;
- La durée de mise en mouvement du lit érodable augmente, mais pas la profondeur maximale d'entraînement, ce qui suggère que la durée d'érosion affecte davantage la distance parcourue par l'écoulement granulaire que la profondeur d'érosion. Ce dernier résultat est important pour l'interprétation des dépôts de glissements de terrain naturels. En effet, s'il est parfois possible d'estimer la profondeur de remobilisation des dépôts préexistants, il est impossible de connaître la durée pendant laquelle les dépôts ont été remobilisés.

Certaines conditions initiales et aux limites dans nos expériences contribuent à augmenter la force motrice de l'écoulement pour compenser les pertes d'énergie par friction. Par conséquent, la durée de la phase de propagation lente et donc la distance parcourue par l'écoulement sont plus grandes. La durée de cette phase augmente lorsque (i) l'angle de la pente, le volume de la colonne granulaire relâchée, l'angle de la porte du réservoir qui contient la colonne par rapport à la pente, et la largeur du canal augmentent, (ii) lorsque le rapport d'aspect initial de la colonne diminue et (iii) en présence d'un lit érodable.

Pour conclure ce chapitre, il semble que la durée de la phase de propagation lente soit une observable cruciale à mesurer pour nous renseigner sur la dynamique d'un glissement de terrain et sur son potentiel érosif. L'enjeu est maintenant d'observer la phase de propagation lente d'un écoulement granulaire, et plus généralement d'obtenir des informations sur sa dynamique, à partir des signaux sismiques qu'il génère. Nous allons au préalable nous intéresser au processus de génération d'ondes sismiques par ces événements, en commençant par le cas plus simple d'un impact individuel, au chapitre suivant.

Notations du chapitre

A	Maximum amplitude of the erosion waves
d	Mean diameter of the glass beads $d = 700 \mu\text{m}$
g	Gravitational acceleration
h_0, r_0, a, V	Initial height, downslope length, aspect ratio (i.e. h_0/r_0) and volume of the released granular column
h_C	Maximum value of $h_{F/S}(t)$
$h_{F/S}(t)$	Position (perpendicular to the slope) of the interface between the flowing and static grains
h_i	Thickness of the erodible bed
h_{mean}, h_{dmean}	Mean flow thickness behind the flow front and mean thickness of the deposit where the deposit is quasi-parallel to the slope
$h_s(\theta)$	Thickness of the bed formed at slope angle θ
$h(x, t), u(x, t)$	Thickness and velocity profiles of the flowing granular mass in the downslope direction
$\tilde{h}(x, t), \tilde{u}(x, t)$	Normalized thickness and velocity profiles of the flowing granular mass in the downslope direction
K	Ratio of vertical to horizontal stress
k	Empirical parameter in scaling laws
l, m	Length and mass of the slice of erodible bed removed to measure its volume fraction
r_f, h_f	Runout distance and final maximum thickness of the deposit
r_{f1}, r_{f2}	Runout distance obtained after the collapse of a granular column of volume V_i over an erodible bed and of volume $V_i + V_m$ over the rigid bed
t_d	Duration of bed excavation
t_f	Time at which the front stops
t_{spp}	Duration of the slow propagation phase
t_{waves}	Duration of the erosion waves
$u(y)$	Profile of downslope velocity measured on one side of the flow
v_1, v_2	Velocities of the upper (1) and lower (2) fluids in the Kelvin-Helmholtz instabilities
$V_f(t), V_{fm}$	Front velocity and maximum front velocity
V_{fmean}	Mean front velocity for flows during their slow propagation phase
V_m	Maximum volume entrained by a given flow over an erodible bed
W	Width between channel sidewalls
x, y	Coordinates in the downslope direction and in the direction perpendicular to the slope
x_f	Front position in the downslope direction
β	Empirical parameter equal to 0.136 for glass beads
δ	Empirical friction angle in scaling laws
$\Delta r_f, \Delta r_{fmax}$	Runout distance difference obtained over an erodible bed compared to the case over a rigid bed and maximum value of this difference over the bed thicknesses h_i
$\Delta x_f(t)$	Difference of front position at instant t over an erodible bed compared to that over the rigid bed

ϵ	Dimensionless parameter defined by $\epsilon = (\tan \delta - \tan \theta)/a$
θ	Slope angle
θ_i	Slope angle related to the friction coefficient $\mu_i = \tan \theta_i$
θ_c	Critical slope angle separating two different dynamic regimes
$\theta_r, \theta_a, \theta_{rb}$	Repose angle and avalanche angle of the glass beads and repose angle of the colored glass beads
λ	Erosion wave wavelength
μ	Friction coefficient
μ_1, μ_2, L	Parameters in equation (8)
$\nu, \nu_{Pouliquen}, \nu_{board}, \nu_{vib}$	Solid volume fraction and mean solid volume fractions of erodible beds built with the Pouliquen, board and vibration methods
ρ, ρ_b	Density of the granular flow and of a glass bead
τ_c	Characteristic time
Φ_1, Φ_2	Granular concentrations of the upper (1) and lower (2) fluids in the Kelvin-Helmholtz instabilities

Chapitre 3 : Caractérisation sismique d'un impact individuel

Résumé du chapitre

Les signaux sismiques émis par les instabilités gravitaires sont délicats à interpréter. Les fluctuations de pression créées par l'accélération et la décélération de la masse granulaire sur la pente génèrent un signal à basses fréquences tandis que les impacts de blocs émettent des impulsions de relativement plus hautes fréquences. Ainsi, avant de pouvoir interpréter les signaux sismiques générés par des écoulements granulaires, il faut d'abord comprendre la génération d'ondes par un impact individuel. Dans la nature, il est très difficile de discerner la contribution de l'impact d'un bloc unique dans le signal sismique global d'un éboulement. De plus, les paramètres dynamiques (masse du bloc, vitesse) et les propriétés élastiques des matériaux mis en jeu changent entre chaque impact. Dans ces conditions, corrélérer les propriétés de l'impact aux caractéristiques du signal enregistré (énergie élastique rayonnée, fréquences,...) reste un véritable défi.

Dans ce chapitre, nous adoptons une approche expérimentale : des billes sphériques sont lâchées verticalement sans vitesse initiale ni rotation sur un support horizontal. La dynamique et les paramètres de l'impact sont maîtrisés. La vibration acoustique émise par les impacts est enregistrée par des capteurs piézoélectriques. Notre objectif principal est d'obtenir des lois d'échelle qui relient la masse et la vitesse d'impact d'une bille entrant en collision avec la surface aux caractéristiques acoustiques qui sont accessibles sur le terrain : l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques et la fréquence moyenne ou la largeur de bande du signal émis.

Dans la première partie du chapitre, nous rappelons le modèle analytique de [Hertz](#) qui donne la force d'impact d'une sphère élastique sur un plan. À partir de ce modèle, nous montrons comment obtenir une expression analytique du signal généré par l'impact d'une sphère sur une plaque fine et sur un bloc épais. L'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact dépend des propriétés élastiques des matériaux en jeu. Ces propriétés sont alors estimées pour les plaques et les blocs utilisés dans les expériences de laboratoire.

La seconde partie se présente sous la forme d'un article soumis dans un journal international d'acoustique. Dans cet article, trois différentes méthodes sont comparées pour déterminer l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact sur une plaque ou un bloc, indépendamment des autres processus de pertes (viscoélasticité, plasticité). Les deux premières méthodes se fondent sur la mesure du front d'ondes direct, avant le retour des premières réflexions d'ondes sur les parois latérales de la structure impactée. Plus précisément, avec la première méthode, nous estimons le flux d'énergie qui traverse une surface entourant l'impact et la seconde méthode consiste à retrouver la force d'excitation en déconvoluant le signal mesuré et la fonction de Green du milieu. Contrairement aux deux premières méthodes, la troisième nécessite que l'onde émise soit réfléchie de nombreuses fois sur les parois latérales de la structure impactée. L'énergie élastique se répartit alors uniformément dans le solide au bout d'un certain temps et l'enveloppe du signal moyennée sur plusieurs périodes décroît exponentiellement au cours du temps. En mesurant le temps caractéristique de cette décroissance, il est possible d'extrapoler l'énergie élastique rayonnée au moment de l'impact. Ces trois méthodes sont comparées pour des impacts de billes d'acier sur deux plaques de verre et de PMMA et sur un bloc de béton. La différence entre les méthodes est quantifiée. En comparant l'énergie élastique rayonnée à l'énergie totale perdue lors de l'impact, nous établissons un budget énergétique des impacts.

Dans une troisième partie, qui est un article en cours de préparation, nous nous basons sur la théorie d'impact élastique de [Hertz](#) pour établir des lois d'échelle qui donnent l'énergie élastique rayonnée, l'énergie perdue par dissipation visqueuse, la fréquence moyenne et la largeur de bande du signal émis en fonction de la masse et de la vitesse de l'impacteur et des propriétés élastiques. Grâce aux méthodes introduites dans la seconde partie, les lois d'échelle sont validées expérimentalement avec des expériences de lâcher de billes de différents matériaux et des graviers

sur différentes structures. Nous montrons qu'il est possible de déduire la masse et la vitesse d'un impacteur à partir du signal sismique qu'il génère. Pour terminer, deux séries d'expériences sont réalisées, d'une part, avec des graviers de formes complexes, et, d'autre part, sur un plan incliné. Ces expériences permettent de tester des situations plus proches de celles rencontrées sur le terrain.

1. La génération acoustique par un impact sur une surface rigide

1. La théorie de Hertz

Géométriquement, le contact d'une sphère et d'un plan est un point (Figure 31a). Cependant, si la sphère est comprimée sur le solide de façon statique avec une force F , les solides se déforment et la région de contact est un disque de rayon a (Figure 31b). Le rapprochement du centre de la sphère vers la surface est égale à la profondeur d'interpénétration δ_z .

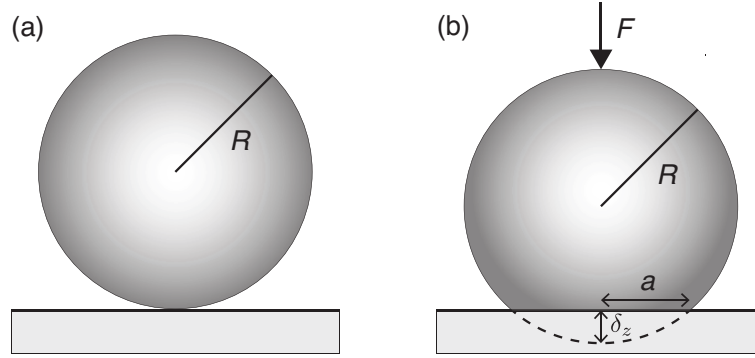


FIGURE 31 : (a) Contact géométrique entre une sphère de rayon R et un plan. (b) Lorsque qu'une force F comprime la sphère sur le plan, le contact devient circulaire, de rayon a . La profondeur de pénétration de la sphère dans le plan est notée δ_z .

En s'appuyant sur la théorie de l'élasticité des corps, [Hertz](#) montre en 1882 que la force F exercée par la sphère sur le plan est proportionnelle à leur distance d'interpénétration δ_z à la puissance $3/2$ ¹ :

$$F(t) = K\delta_z^{3/2}(t) \quad (10)$$

où

$$K = \frac{4}{3}R^{1/2}E^*, \quad (11)$$

avec R , le rayon de la sphère et E^* , un module d'Young équivalent qui vérifie $1/E^* = (1 - \nu_s^2)/E_s + (1 - \nu_p^2)/E_p$, avec ν_s , ν_p , E_s , E_p les coefficients de Poisson et modules d'Young des matériaux constituant la sphère et le plan, respectivement.

¹La non-linéarité de la relation entre la force F et la distance d'interpénétration δ_z n'est pas intuitive. Un calcul approché permet de s'en convaincre. La loi de Hooke $P = E\epsilon$ relie la pression P exercée lors du contact sphère/plan à leur déformation relative ϵ et au module d'Young E (en supposant que la sphère et le plan sont constitué du même matériau). Un ordre de grandeur de la déformation ϵ est δ_z/a , où a est le rayon de la région de contact (Figure 31b). En appliquant le théorème de Pythagore au schéma de la Figure 31b, on peut montrer que $a \sim \sqrt{R\delta_z}$, au premier ordre en δ_z . Ainsi, comme la pression $P = F/a^2$, on obtient bien $F \sim \delta_z^{3/2}$.

Hertz [1882] étend alors sa théorie statique au cas des impacts, en supposant qu'aucune perte n'a lieu pendant l'impact et que les déformations sont totalement élastiques, i.e. réversibles. Cette théorie est fondée sur l'hypothèse que la déformation est quasi-statique. La force d'impact est alors toujours donnée par l'équation (10). De plus, le mouvement de la sphère pendant l'impact est celui de son centre de masse et son déplacement est égal à l'interpénétration δ_z . L'équation qui régit la dynamique de la sphère pendant l'impact est donc :

$$m \frac{d^2 \delta_z(t)}{dt^2} = -F(t) = -K \delta_z^{3/2}(t), \quad (12)$$

avec m , la masse de la bille. Cette équation est non linéaire. Il n'existe pas de solution analytique. Elle peut cependant être résolue numériquement, en prenant comme conditions initiales à l'instant $t = 0$ où la sphère est en contact avec le plan : $\delta_z(0) = 0$ et $d\delta_z(0)/dt = V_z$, la vitesse d'approche de la sphère (Figure 32).

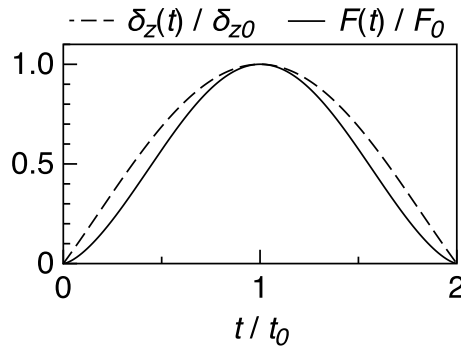


FIGURE 32 : Profondeur de pénétration $\delta_z(t)$ et force d'impact $F(t)$, normalisées par leur valeur maximale δ_{z0} et F_0 , respectivement, en fonction du temps normalisé par la demie durée d'impact $t_0 = T_c/2$.

Une étude dimensionnelle permet d'obtenir l'expression de l'interpénétration maximale δ_{z0} et de la durée T_c de l'impact en fonction de la masse m , du rayon R et de la vitesse d'impact V_z de la sphère et du module élastique équivalent E^* (Voir Annexe A) :

$$\delta_{z0} = 0.97 \left(\frac{m V_z^2}{R^{1/2} E^*} \right)^{2/5} \quad (13)$$

et

$$T_c = 2.87 \left(\frac{m^2}{R E^* V_z} \right)^{1/5} \quad (14)$$

Pour se donner une idée des ordres de grandeur de ces quantités, si une bille d'acier de 5 mm de diamètre entre en collision avec un bloc de verre avec une vitesse de 1 mètre par seconde, la profondeur maximale de pénétration est $\delta_{z0} \approx 7.7 \mu\text{m}$ et la durée de l'impact est $T_c \approx 23 \mu\text{s}$.

En pratique, l'hypothèse quasi-statique du modèle de Hertz est vérifiée si la durée de l'impact T_c est plus beaucoup plus longue que la plus longue période d'oscillations propres de la sphère. D'après Love [1906], cela revient à vérifier que la vitesse d'impact V_z de la sphère est très petite devant la vitesse c_L des ondes longitudinales dans le matériau qui la constitue :

$$\left(\frac{V_z}{c_L} \right)^{1/5} \ll 1. \quad (15)$$

De plus, pour que l'hypothèse quasi-statique soit vérifiée pour des impacts sur un demi-espace infini, l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques pendant l'impact doit représenter une

proportion négligeable de l'énergie cinétique initiale $\frac{1}{2}mV_z^2$ [Hunter, 1957; Johnson, 1985]. Selon Johnson [1985], cette condition équivaut à :

$$\left(\frac{V_z}{c_L}\right)^{3/5} \ll 1. \quad (16)$$

Ces conditions sont vérifiées dans nos expériences car les vitesses d'impacts V_z sont inférieures à 3 m s^{-1} et la vitesse c_P des ondes longitudinales est au minimum de 1900 m s^{-1} , pour le PMMA (Plexiglass).

Comme nous allons le voir ci-après, la limite de déformation élastique des matériaux apporte une contrainte plus restrictive que ces deux dernières conditions sur la vitesse d'impact V_z pour que le modèle élastique de Hertz soit valide.

2. Pertes d'énergie pendant un impact

La théorie de Hertz [1882] suppose qu'il n'y a aucune dissipation d'énergie au cours de l'impact. Autrement dit, si une sphère entre en collision avec un solide avec une vitesse V_z , elle rebondira avec la même vitesse. Cependant, en pratique, toute l'énergie cinétique de la sphère avant l'impact ne lui est pas restituée pour le rebond et une partie est toujours dissipée. Si la sphère rebondit normalement à la surface avec une vitesse $V'_z < V_z$ et sans rotation, l'énergie totale perdue lors de l'impact est :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mV_z^2 - \frac{1}{2}mV_z'^2 = \frac{1}{2}mV_z^2(1 - e^2), \quad (17)$$

où $e < 1$ est le coefficient de restitution, définit par :

$$e \triangleq \frac{V'_z}{V_z}. \quad (18)$$

En remarquant que e s'écrit en fonction de la hauteur de lâcher H et de la hauteur de rebond H' :

$$e = \sqrt{\frac{H'}{H}}, \quad (19)$$

nous pouvons montrer que l'énergie totale perdue peut être obtenue à partir de H et de la durée Δt entre deux rebonds de la sphère (voir Annexe B) :

$$\Delta E_c = mgH\left(1 - \frac{g\Delta t^2}{8H}\right). \quad (20)$$

Le coefficient de restitution e est souvent utilisé dans la littérature pour caractériser la collision entre deux objets [e.g. Zener, 1941; Tillett, 1954; Falcon et al., 1998; McLaskey and Glaser, 2010]. Il dépend de la dimension des objets et de leurs propriétés élastiques et viscoélastiques. Le coefficient e peut diminuer à cause d'interactions à petite échelle (électrostatique, capillarité, adhésion,...) ou par conversion de l'énergie cinétique de la sphère dans des modes de rotation. Nous allons négliger ces processus par la suite et classer les pertes d'énergie dans trois catégories principales :

- Pertes sous forme d'ondes élastiques,
- Pertes par dissipation visqueuse,
- Pertes par déformation irréversible (plasticité).

2.1. Pertes sous forme d'ondes élastiques

Par définition, l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques dans une structure est donnée par le travail mécanique de la force $\mathbf{F}(r_0, t)$ appliquée :

$$W_{el} \doteq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F}(r_0, t) \cdot \mathbf{v}(r_0, t) dt, \quad (21)$$

où $\mathbf{v}(r_0, t)$ est la vitesse de vibration du point d'application de la force. [Miller and Pursey \[1954\]](#) ont calculé $\mathbf{v}(r_0, t)$ pour le cas d'une force verticale quelconque appliquée en surface d'un demi-espace infini et ont ainsi pu estimer l'énergie élastique rayonnée W_{el} [[Miller and Pursey, 1954, 1955](#)]. Ce calcul a été repris par [Hunter \[1957\]](#) puis par [Reed \[1985\]](#) et [Hutchings \[1979\]](#) pour le cas particulier d'un impact d'une sphère sur un demi-espace infini, en prenant l'expression de la force d'impact de [Hertz \[1882\]](#) (Figure 32). Ils ont ainsi montré que le rapport de l'énergie élastique rayonnée W_{el} sur l'énergie cinétique initiale $\frac{1}{2}mV_z^2$ est de l'ordre de quelques pourcents, indépendamment du diamètre de la sphère. Pour des impacts sur des structures épaisses et lorsqu'il n'y a que des pertes sous forme d'ondes élastiques, le coefficient de restitution e varie donc entre 0.90 et 0.99 [e.g. [Tillet, 1954](#); [McLaskey and Glaser, 2010](#)] et décroît avec la vitesse d'impact V_z indépendamment de la masse m comme $1 - c_e V_z^{3/5}$, avec c_e une constante qui dépend des coefficients élastiques [[Hunter, 1957](#)].

En revanche, lorsque la bille entre en collision avec une plaque d'épaisseur de l'ordre de son diamètre ou plus fine que son diamètre, elle peut perdre une grande partie, voire la quasi-totalité, de son énergie initiale $\frac{1}{2}mV_z^2$ sous forme d'ondes élastiques [[Zener, 1941](#)]. Pour décrire l'évolution du coefficient de restitution e pour des impacts sur des plaques fines, [Zener \[1941\]](#) montre que le mouvement de la plaque au point d'impact est différent de celui de la sphère. L'équation qui régit le déplacement relatif δ_z de la sphère et de la plaque devient alors, sous une forme adimensionnée :

$$\frac{d^2\delta^*}{dt^{*2}} = -\frac{5}{4} \left(\delta^{*3/2} + \lambda_{Zener} \frac{d\delta^*}{dt^*} \delta^{*1/2} \right), \quad (22)$$

où δ^* est l'interpénétration δ_z normalisée par $\left(\frac{4}{5}\right)^{2/5} \delta_{z0}$, t^* est le temps t normalisé par $\approx 2.87/T_c$ et λ_{Zener} est "le paramètre de Zener" :

$$\lambda_{Zener} = \frac{\pi^{3/5}}{\sqrt{3}} \left(\frac{R}{h} \right)^2 \left(\frac{V_z}{c_0} \right)^{1/5} \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{3/5} \left(\frac{E'_s}{E'_s + E'_p} \right)^{2/5}, \quad (23)$$

où h est l'épaisseur de la plaque, $E'_i = E_i/(1 - \nu_i^2)$ et $c_0 = \sqrt{E'_p/\rho_p}$.

Le coefficient de restitution e est la valeur de $d\delta^*/dt^*$ lorsque la bille se sépare de la surface après l'impact et δ^* s'annule. [Zener \[1941\]](#) montre ainsi que e décroît quand λ_{Zener} augmente (Figure 33).

Par exemple, lorsqu'une bille en acier de rayon $R = 1$ cm entre en collision avec une plaque de verre de $h = 1$ cm d'épaisseur avec une vitesse $V_z = 1$ m.s⁻¹, $\lambda_{Zener} \approx 0.53$ et la théorie de [Zener \[1941\]](#) prédit un coefficient de restitution $e \approx 0.44$. La bille doit donc perdre $1 - e^2 \approx 80\%$ de son énergie cinétique initiale sous forme d'ondes élastiques. Quand la même bille entre en collision avec la même vitesse avec une plaque de PMMA d'épaisseur $h = 1$ cm, $\lambda_{Zener} \approx 1.12$ et $e \approx 0.146$ donc la bille perd environ 98%, soit la quasi-totalité, de son énergie initiale en un seul rebond.

Nous voyons donc clairement que lorsque nous voulons estimer l'énergie perdue par une sphère sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact, il faut distinguer le cas des plaques fines de celui des blocs épais.

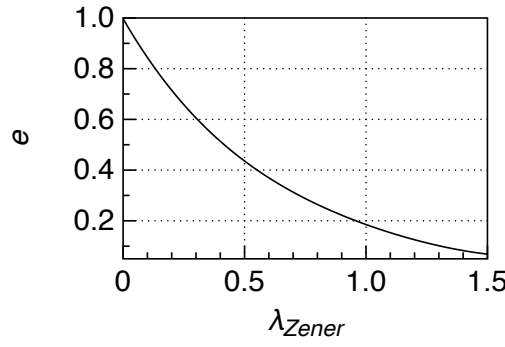


FIGURE 33 : Coefficient de restitution e pour un impact sur une plaque fine en fonction du paramètre de Zener [adapté de Zener, 1941].

2.2. Pertes par dissipation visqueuse

Ces pertes sont dues au fait que les matériaux ont une viscosité intrinsèque. Les solides visco-élastiques sont souvent représentés par un ressort et d'un amortisseur en parallèle (modèle de Kelvin-Voigt). Le modèle d'impact de Hertz [1882] peut être étendu aux impacts viscoélastiques en ajoutant une force de dissipation visqueuse F_{diss} à l'équation (12) [e.g. Kuwabara and Kono, 1987; Hertzsch et al., 1995; Brilliantov et al., 1996; Ramírez et al., 1999] :

$$m \frac{d^2 \delta_z(t)}{dt^2} = -K \delta_z^{3/2}(t) + F_{diss}(t), \quad (24)$$

où

$$F_{diss}(t) = -\frac{3}{2}DK \frac{d\delta_z(t)}{dt} \delta_z^{1/2}(t), \quad (25)$$

avec D , un paramètre qui dépend des viscosités et des paramètres élastiques des matériaux [Hertzsch et al., 1995; Brilliantov et al., 1996; Ramírez et al., 1999]. L'expression de D est seulement donnée dans la littérature dans le cas où la sphère et la structure impactée ont les mêmes paramètres élastiques E et ν :

$$D = \frac{1}{3} \frac{(3\eta_2 - \eta_1)^2 (1 - \nu^2)(1 - 2\nu)}{(3\eta_2 + 2\eta_1) E \nu^2}, \quad (26)$$

où η_1 et η_2 sont des coefficients qui relient la contrainte visqueuse au taux de déformation.

Lors d'un impact viscoélastique, le coefficient de restitution e augmente avec la masse m et décroît avec la vitesse d'impact V_z comme $1 - c_e m^{-1/3} V_z^{1/5}$, avec c_e une constante qui dépend des coefficients élastiques [Kuwabara and Kono, 1987; Ramírez et al., 1999; Johnson, 1985].

2.3. Pertes par déformation plastique

Lorsque la vitesse d'impact atteint une valeur critique V_Y , les matériaux cessent de se déformer de façon réversible : la déformation devient élastique-plastique. Johnson [1985] donne la vitesse critique V_Y en fonction de la contrainte limite d'élasticité Y (yield stress) du matériau le moins rigide :

$$V_Y = \left(\frac{Y}{E^*} \right)^2 \sqrt{\frac{26Y}{\rho_s}}, \quad (27)$$

où ρ_s est la densité de la sphère.

Par exemple, la vitesse d'impact critique pour une bille d'acier entrant en collision avec du PMMA avec $Y \approx 110$ MPa sera donc $V_Y \approx 1 \text{ m s}^{-1}$. Pour un impact sur du verre, de contrainte limite d'élasticité $Y \approx 70$ MPa, la vitesse d'impact critique V_Y est seulement de 1 mm s^{-1} . L'hypothèse élastique du modèle de [Hertz](#) est donc beaucoup plus restrictive sur la vitesse d'impact V_z que l'hypothèse quasi-statique vérifiée pour les conditions (15) et (16). Cependant, des observations expérimentales montrent que le profil de force $F(t)$ et la durée d'impact T_c mesurés lors d'impacts de billes à des vitesses V_z jusqu'à huit fois supérieures à la vitesse critique V_Y sont très proches de ceux prédits par la théorie de [Hertz](#) [[Tillett, 1954](#); [Lifshitz and Kolsky, 1964](#); [McLaskey and Glaser, 2010](#)].

Si la déformation est élasto-plastique, la force d'impact a une amplitude réduite par rapport au modèle élastique [[Johnson, 1985](#); [Troccaz et al., 2000](#)]. D'après la définition (21), moins d'énergie est alors rayonnée sous forme d'ondes élastiques. Lorsque la contrainte développée lors de l'impact dépasse un seuil de l'ordre de 3 fois la contrainte limite d'élasticité Y , la déformation créée pendant l'impact devient complètement plastique. Dans ce cas, le coefficient de restitution e décroît avec la vitesse d'impact comme $V_z^{-1/4}$ [[Johnson, 1985](#)].

En pratique les pertes inélastiques (viscoélastique et plastique) sont très difficiles à quantifier. L'énergie perdue sous forme d'ondes élastiques peut en revanche être estimée à partir du signal sismique émis lors de l'impact. Par la suite, nous nous intéresserons donc davantage à l'énergie élastique rayonnée pendant un impact. En particulier, nous chercherons à répondre aux questions suivantes :

- Comment mesurer l'énergie élastique rayonnée indépendamment des autres mécanismes de dissipation ?
- Comment la relier aux propriétés de l'impacteur, e.g. sa masse et sa vitesse d'impact ?

Avant de pouvoir y répondre, nous devons identifier les modes de vibration excités dans la structure impactée. Le modèle de [Hertz](#) nous donne l'expression de la force source de l'impact. Nous allons maintenant voir comment cette perturbation se propage.

3. Ondes élastiques émises lors d'un impact

3.1. Équation d'ondes

Un problème à la base de la sismologie est de connaître la vibration élastique de déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ générée en tout point \mathbf{r} de l'espace et à chaque instant t dans un solide excité par une force $\mathbf{F}(t)$. L'équation qui régit le champ d'ondes élastiques dans un solide isotrope et homogène est :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{F}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \quad (28)$$

où ρ est la densité et λ et μ sont les coefficients élastiques de Lamé du milieu.

Dans le cas où le solide possède une surface libre, les conditions aux limites imposent l'annulation des contraintes \widehat{zx} , \widehat{yz} et \widehat{zz} sur cette surface. Dans un repère cartésien $(0, x, y, z)$, cela implique :

$$\widehat{zx} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = 0, \quad (29)$$

$$\widehat{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = 0, \quad (30)$$

$$\widehat{zz} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (31)$$

La solution élémentaire du système d'équations (28), (29), (30) et (31) est le déplacement \mathbf{G} créé par une force localisée ponctuellement dans l'espace et dans le temps $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)\delta(t - t_s)$, où δ est la distribution de Dirac. La connaissance de ce déplacement élémentaire \mathbf{G} , appelé fonction de Green, et de la force source $\mathbf{F}(\mathbf{r}_s, t)$ est suffisante pour obtenir le déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, donné par [Aki and Richards, 1980] :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, t) * \mathbf{F}(\mathbf{r}_s, t), \quad (32)$$

où $*$ représente le produit de convolution.

Sur le terrain, nous pouvons supposer que la structure impactée est un demi-espace infini. Pour tester en laboratoire les lois d'échelle que nous allons établir entre les caractéristiques de l'impacteur et celles du signal sismique généré, nous allons donc réaliser des expériences d'impacts de billes sur des blocs suffisamment épais pour les considérer comme des demi-espaces infinis. Un bloc a une épaisseur infinie du point de vue de l'impacteur si la durée de l'impact est plus courte que la durée d'aller-retour des ondes élastiques dans l'épaisseur du bloc. D'un point de vue pratique, nous allons aussi réaliser des expériences sur des plaques fines, qui peuvent être manipulées et inclinées plus facilement qu'un bloc épais. Contrairement aux blocs, dans une plaque la durée de l'impact est plus courte que la durée d'aller-retour des ondes dans l'épaisseur. Nous allons voir que les modes qui se propagent dans un bloc et dans une plaque sont différents.

Nous cherchons donc à obtenir une expression analytique du déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ généré par l'impact d'un objet sphérique sur la surface d'un demi-espace infini et d'une plaque fine. Nous devons pour cela connaître les fonctions de Green $\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, t)$ dans ces deux cas. Nous connaissons déjà la force d'impact $\mathbf{F}(\mathbf{r}_s, t)$, qui est donnée par la théorie de Hertz [1882] (Figure 32).

3.2. Fonction de Green dans un demi-espace infini

Le problème de la propagation d'ondes générées par une source à la surface d'un demi-espace infini a été formulé et résolu pour la première fois par Lamb [1904]. Depuis, de nombreux auteurs se sont attelés à résoudre ce problème délicat dans les cas particuliers où la force est appliquée le long d'une ligne ou ponctuellement à la surface d'un demi-espace infini homogène et isotrope [e.g. Miller and Pursey, 1954; Aki and Richards, 1980; Kausel, 2013].

Lorsqu'une force ponctuelle excite verticalement un demi-espace infini, trois types d'ondes élastiques sont émises de façon radiale par rapport à la source (Figure 34) [Sánchez-Sesma et al., 2011].

- Les ondes de compression (ondes P) ont un front d'onde sphérique avec un déplacement mécanique dans la direction radiale. Elles se propagent à la vitesse c_P dans tout le volume ;
- Les ondes de cisaillement verticale (ondes SV) ont un front d'onde sphérique avec un déplacement mécanique perpendiculaire à la direction radiale. Elles se propagent à la vitesse $c_S < c_P$ dans tout le volume ;
- Les ondes de Rayleigh ont un front d'onde cylindrique et leur amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur [Aki and Richards, 1980]. Elles se propagent donc à la surface libre du solide à la vitesse $c_R < c_S$, avec un déplacement mécanique elliptique dans le plan perpendiculaire à la surface libre, semblable à la houle de l'océan, avec une composante radiale et une composante verticale.

Miller and Pursey [1954] ont déterminé l'expression exacte des transformées de Fourier temporelles $\tilde{U}_z(r, \omega)$ et $\tilde{U}_r(r, \omega)$ des déplacements de surface $u_z(r, t)$ et $u_r(r, t)$ dans les directions

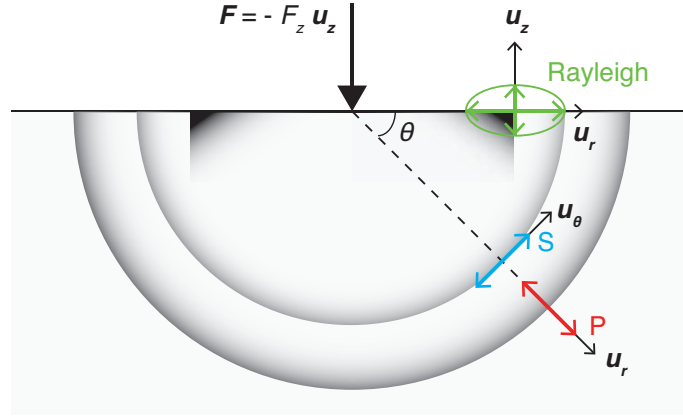


FIGURE 34 : Représentation schématique des directions des déplacements des ondes P, S (verticales) et de Rayleigh émises lorsqu'une force verticale $\mathbf{F} = -F_z \mathbf{u}_z$ est appliquée à la surface d'un demi-espace infini.

verticale et radiale, respectivement, générés à la distance r du point d'application d'une force verticale $\tilde{F}_z(\omega)$ en surface ($z = 0$) :

$$\tilde{U}_z(r, \omega) = \frac{\tilde{F}_z(\omega) \eta^2}{\pi a \mu} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{f_0(x)} J_1(k_1 a x) J_0(k_1 r x) dx \quad (33)$$

$$\tilde{U}_r(r, \omega) = \frac{\tilde{F}_z(\omega)}{\pi a \mu} \int_0^{+\infty} \frac{x (2\sqrt{x^2 - 1} \sqrt{x^2 - \eta^2} + \eta^2 - 2x^2)}{f_0(x)} J_1(k_1 a x) J_1(k_1 r x) dx \quad (34)$$

où a est le rayon de la région où la force est appliquée, $k_1 = \omega/c_P$, avec la fréquence angulaire $\omega = 2\pi f$, $f_0(x) = (2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2 \sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - \eta^2)}$, $\eta = c_P/c_S = \sqrt{2(1 - \nu_p)/(1 - 2\nu_p)}$ et ν_p est le coefficient de Poisson du milieu de propagation. J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel de première espèce.

Les intégrales des expressions (33) et (34) ne peuvent être calculées que de façon approchée en faisant des hypothèses sur la valeur des produits $k_1 a x$ et $k_1 r x$. Dans les expériences d'impacts de billes au laboratoire réalisées au cours de cette thèse, le rayon a de la surface de contact est très petit ($a < 0.8$ mm), on peut donc développer $J_1(k_1 a x)$ au premier ordre en a par $k_1 a x/2$. Ainsi :

$$\tilde{U}_z(r, \omega) \approx \frac{\tilde{F}_z(\omega) \eta^2}{2\pi \mu} k_1 \int_0^{+\infty} \frac{x \sqrt{x^2 - 1}}{f_0(x)} J_0(k_1 r x) dx \quad (35)$$

$$\tilde{U}_r(r, \omega) \approx \frac{\tilde{F}_z(\omega)}{2\pi \mu} k_1 \int_0^{+\infty} \frac{x^2 (2\sqrt{x^2 - 1} \sqrt{x^2 - \eta^2} + \eta^2 - 2x^2)}{f_0(x)} J_1(k_1 r x) dx \quad (36)$$

Par la suite, nous nous intéresserons uniquement au déplacement vertical \tilde{U}_z [équation (35)] car c'est le seul déplacement mesuré au cours des expériences.

L'intégrale de l'équation (35) :

$$I(r, \omega) = \int_0^{+\infty} \frac{x \sqrt{x^2 - 1}}{f_0(x)} J_0(k_1 r x) dx \quad (37)$$

a été calculée au premier ordre par [Miller and Pursey \[1955\]](#) pour des grandes valeurs de $k_1 r = 2\pi f r/c_P$, c'est-à-dire en champ lointain. En pratique, un impact de bille génère des hautes

fréquences f entre 1 kHz et 80 kHz et $k_1 r \gg 1$ même à quelques centimètres de l'impact. Miller and Pursey [1955] ont montré que l'intégrale I est la somme des contributions d'ondes de compression, de cisaillement et des ondes de Rayleigh, respectivement I_P , I_S et I_R :

$$I = I_P + I_S + I_R \quad (38)$$

avec, au premier ordre,

$$I_P(r, \omega) \approx -\frac{i}{(2 - \eta^2)^2 (k_1 r)^2} \exp(-i\omega r / c_P), \quad (39)$$

$$I_S(r, \omega) \approx -\frac{4i(\eta^2 - 1)}{\eta^5 (k_1 r)^2} \exp(-i\omega r / c_S), \quad (40)$$

$$I_R(r, \omega) \approx -i\pi \frac{x_0 \sqrt{x_0^2 - 1}}{f'_0(x_0)} \sqrt{\frac{2}{\pi k_1 r}} \exp(-i(\omega r / c_R - \frac{\pi}{4})), \quad (41)$$

où $x_0 = c_P / c_R$ est la racine réelle positive de $f_0(x)$. Nous pouvons remarquer que les paramètres $\eta = c_P / c_S$ et $x_0 = c_P / c_R$ ne dépendent que du coefficient de Poisson ν_p (Figures 35). Ainsi, lorsque nous cherchons à déterminer les vitesses des ondes S et de Rayleigh d'un milieu pour le caractériser, il nous suffit de connaître la vitesse c_P des ondes de compression et le coefficient de Poisson ν_p .

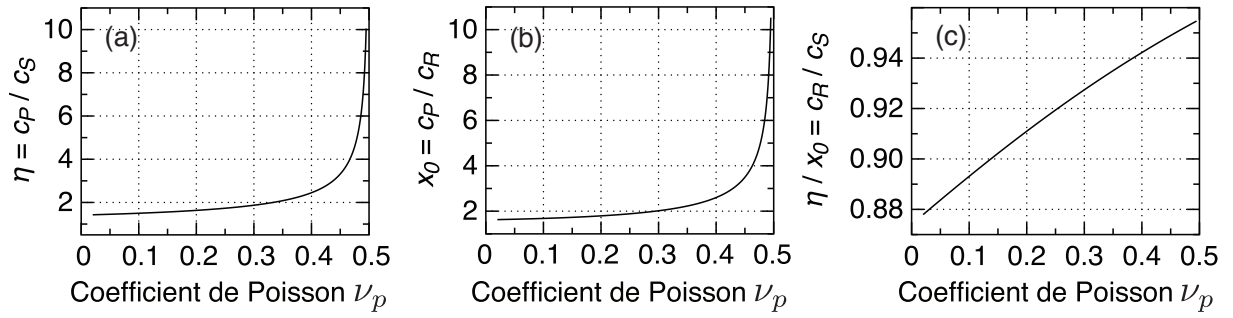


FIGURE 35 : Rapport des vitesses d'ondes de compression c_P , de cisaillement c_S et de Rayleigh c_R : (a) $\eta = c_P / c_S$, (b) $x_0 = c_P / c_R$ et (c) $\eta / x_0 = c_R / c_S$ en fonction du coefficient de Poisson ν_p .

La composante \tilde{G}_{zz} du tenseur de Green $\bar{\mathbf{G}}$ peut être obtenue en projetant la transformée de Fourier temporelle de l'équation (32) sur l'axe vertical \mathbf{u}_z :

$$\tilde{U}_z(r, t) = \tilde{G}_{zz}(r, \omega) \tilde{F}_z(\omega), \quad (42)$$

Ainsi :

$$\tilde{G}_{zz} = \tilde{G}_{zz}^P + \tilde{G}_{zz}^S + \tilde{G}_{zz}^R \quad (43)$$

avec

$$\tilde{G}_{zz}^P(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_P \frac{k_1}{(k_1 r)^2} \exp(-i\omega r / c_P), \quad (44)$$

$$\tilde{G}_{zz}^S(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_S \frac{k_1}{(k_1 r)^2} \exp(-i\omega r / c_S), \quad (45)$$

$$\tilde{G}_{zz}^R(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_R k_1 \sqrt{\frac{2}{\pi k_1 r}} \exp(-i(\omega r / c_R - \frac{\pi}{4})), \quad (46)$$

où A_P , A_S et A_R dépendent uniquement du coefficient de Poisson ν_p (Figure 36) :

$$A_P(\nu_p) = \frac{\eta^2}{2\pi(2 - \eta^2)^2}, \quad (47)$$

$$A_S(\nu_p) = \frac{2(\eta^2 - 1)}{\pi\eta^3}, \quad (48)$$

$$A_R(\nu_p) = \frac{\eta^2}{2} \frac{\sqrt{x_0(x_0^2 - 1)}}{f'_0(x_0)}. \quad (49)$$

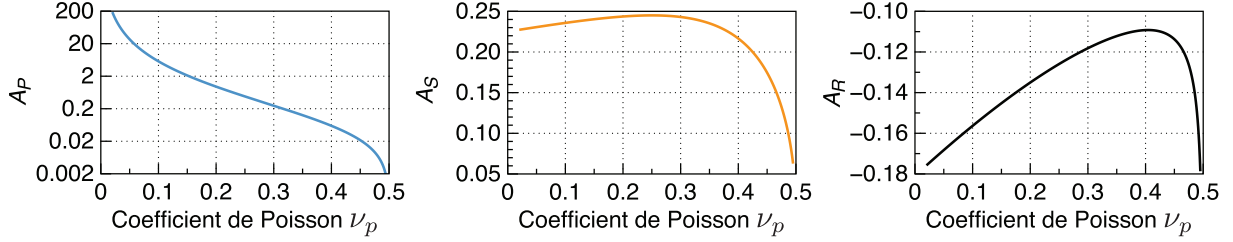


FIGURE 36 : Coefficients A_P , A_S et A_R en fonction du coefficient de Poisson ν_p .

Les expressions (44), (45) et (46) des fonctions de Green montrent que lorsqu'une force verticale est appliquée à la surface d'un bloc épais, trois types d'ondes élastiques se propagent à la surface du bloc : des ondes de compression et de cisaillement dont l'amplitude décroît géométriquement avec la distance r à la source comme $1/r^2$ et des ondes de Rayleigh dont l'amplitude décroît comme $1/\sqrt{r}$. Notons que l'atténuation géométrique de l'amplitude des ondes de compression et de cisaillement à la surface est plus importante de celle des ondes de volume P et S dont l'amplitude décroît en $1/r$. C'est pour cette raison que dès que l'on s'éloigne de la source, la vibration de surface ne contient que des ondes de Rayleigh [Aki and Richards, 1980].

En utilisant l'équation (42) avec la force de Hertz (Figure 37a) et les fonctions de Green des équations (44), (45) et (46) (Figure 37b), nous pouvons obtenir l'accélération verticale $a_z(r, t)$ de la vibration générée en surface par un impact d'une bille sphérique à la surface d'un bloc épais (Figure 37d). Cette accélération est simplement la transformée de Fourier temporelle inverse du spectre $\hat{A}_z(r, \omega) = -\omega^2 \hat{U}_z(r, t)$ (Figure 37c).

Les ondes de Rayleigh dominent déjà le signal à $r = 10$ cm de l'impact d'une bille de 5 cm de diamètre sur un bloc de béton ($\nu_p = 0.4$) (Figure 37c). Les ondes de compression peuvent être discernées dans la vibration totale car elles sont plus rapides que les autres ondes ($c_P/c_S \approx 2.5$ pour $\nu_p = 0.4$, Figure 35a). En revanche, les ondes de cisaillement et de Rayleigh ont des vitesses proches ($c_R/c_S \approx 0.94$, Figure 35c) et sont donc mélangées. Notons que la vibration totale, qui est la somme de ces ondes, a une amplitude plus faible que celle de l'onde de Rayleigh car celle-ci est en opposition de phase avec l'onde de cisaillement.

3.3. Fonction de Green dans une plaque fine infinie

Lorsqu'une plaque fine est excitée, les ondes de compression et de cisaillement émises se couplent aux surfaces libres des deux faces de la plaque. Ce phénomène donne naissance aux ondes de Lamb [pour une référence sur le sujet, lire Royer and Dieulesaint, 2000]. La résolution de l'équation d'ondes (28) dans une plaque fine d'épaisseur h , avec les conditions aux limites (29), (30) et (31) sur les deux faces de la plaque conduit à une relation entre la fréquence angulaire

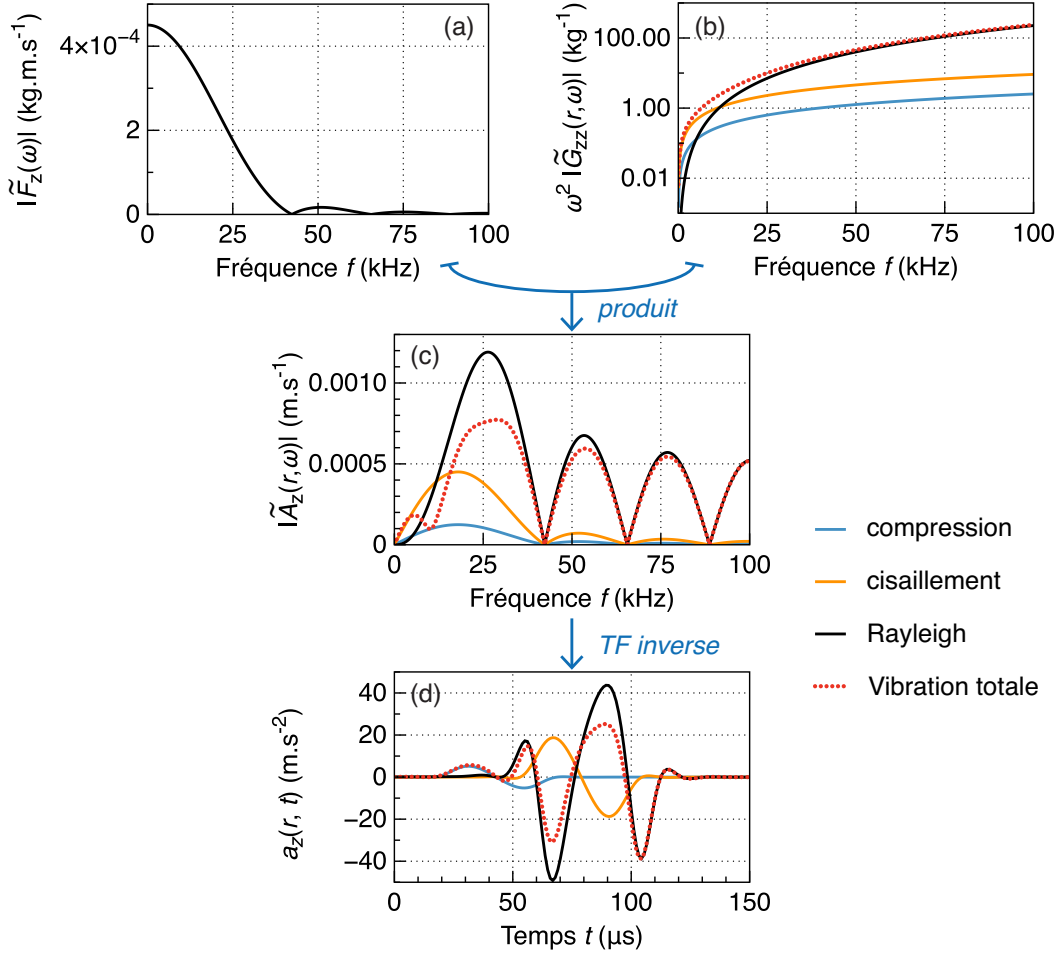


FIGURE 37 : (a) Transformée de Fourier temporelle de la force de *Hertz* pour l'impact d'une bille d'acier de 5 mm de diamètre lâchée de $H = 10$ cm sur un bloc de béton. (b) Fonctions de Green \tilde{G}_{zz}^P , \tilde{G}_{zz}^S et \tilde{G}_{zz}^R multipliées par ω^2 des ondes de compression, de cisaillement et de Rayleigh, respectivement, à $r = 10$ cm de l'impact. (c) Spectre de fréquences $|\tilde{A}_z(r, \omega)|$ de l'accélération de la vibration générée dans la direction verticale à $r = 10$ cm de l'impact. (d) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration dans le domaine temporel, filtrée pour $f < 100$ kHz, obtenue par transformée de Fourier temporelle inverse de $\tilde{A}_z(r, \omega)$.

ω et le nombre d'onde k pour les modes, dits "ondes de Lamb", se propageant dans la plaque :

$$\frac{\omega^4}{c_S^4} = 4k^2 q^2 \left(1 - \frac{p \tan(ph/2 + \phi)}{q \tan(qh/2 + \phi)} \right) \quad (50)$$

avec $p = \sqrt{\omega^2/c_P^2 - k^2}$ et $q = \sqrt{\omega^2/c_S^2 - k^2}$, où c_P et c_S sont les vitesses des ondes de compression et de cisaillement dans le milieu. Cette relation est connue sous le nom d'équation de Rayleigh-Lamb.

On distingue deux types d'ondes de Lamb selon la valeur de l'angle ϕ dans l'équation (50) :

- pour $\phi = 0$, les modes sont "symétriques" S_n car leur déplacement mécanique \mathbf{u} est symétrique par rapport au plan médian de la plaque,
- pour $\phi = \pi/2$: les modes sont "antisymétriques" A_n car leur déplacement mécanique \mathbf{u} est antisymétrique par rapport au plan médian de la plaque.

Comme nous le verrons par la suite, dans nos conditions expérimentales, seuls les modes fon-

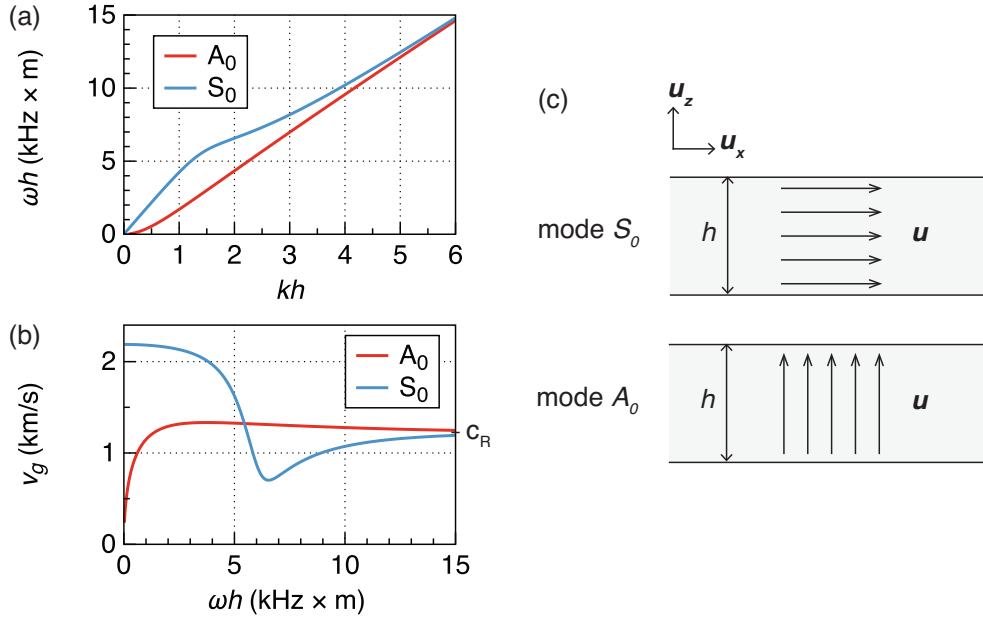


FIGURE 38 : (a) Relation entre la fréquence angulaire ω et le nombre d'onde k pour les modes A_0 et S_0 de Lamb dans une plaque de PMMA. h est l'épaisseur de la plaque. (b) Vitesse de groupe v_g en fonction du produit fréquence angulaire longueur d'onde ωh . (c) Représentation schématique du déplacement mécanique \mathbf{u} des modes de vibration S_0 et A_0 de la plaque à basses fréquences, pour $kh < 1$.

damentaux de Lamb antisymétrique A_0 et symétrique S_0 sont excités. Ces modes sont sans fréquence de coupure et leur relations de dispersion sont représentées sur la Figure 38a.

Lorsque la longueur d'onde est grande devant l'épaisseur de la plaque, c'est-à-dire pour $kh < 1$, le mode A_0 est très dispersif : sa relation de dispersion est donnée par :

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{B}{\rho h}}. \quad (51)$$

avec la rigidité à la flexion $B = h^3 E_p / (12(1 - \nu_p^2))$, où E_p et ν_p sont le module d'Young et le coefficient de Poisson de la plaque, respectivement. La vitesse de groupe $v_g = \partial\omega / \partial k$ du mode A_0 dépend donc de la fréquence (Figure 38b) :

$$v_g(\omega) = 2k \sqrt{\frac{B}{\rho h}} = 2 \left(\frac{B}{\rho h} \right)^{1/4} \sqrt{\omega}, \quad (52)$$

Au contraire, le mode symétrique S_0 n'est pas dispersif à basses fréquences. Sa vitesse est égale à $2c_S \sqrt{1 - (c_S/c_P)}$ et il est plus rapide que le mode A_0 (Figure 38b). À hautes fréquences, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur de la plaque devient grande par rapport à la longueur d'onde, les vitesses des modes A_0 et S_0 tendent toutes les deux vers la vitesse c_R des ondes de Rayleigh.

Dans la gamme de fréquences excitées par les impacts de bille ($f < 100$ kHz), les modes A_0 et S_0 ont un déplacement principalement normal et tangentiel au plan médian de la plaque, respectivement (Figure 38c). Pour un impact normal à la surface, nous montrons (voir p. 85) que l'énergie du mode A_0 est environ 300 fois supérieure à celle du mode S_0 . La vibration de la plaque est donc essentiellement verticale, selon la direction \mathbf{u}_z (Figure 38c). Nous nous intéresserons donc uniquement au mode A_0 par la suite.

Dans la limite $\omega \rightarrow 0$, l'équation d'onde qui régit le déplacement $u_z(r, t)$ du mode A_0 est [e.g. [Bouthier and Bernhard, 1995](#)] :

$$B\nabla^4 u_z(r, t) + \rho_p h \frac{\partial^2 u_z(r, t)}{\partial t^2} = F_z(t) \delta(r - r_s). \quad (53)$$

La fonction de Green associée à cette équation est [e.g. [Bouthier and Bernhard, 1995](#)] :

$$\tilde{G}_{zz}(r, \omega) = \frac{1}{8Bk^2} (H_0^{(2)}(kr) - H_0^{(2)}(-ikr)), \quad (54)$$

où $H_0^{(2)}$ est la fonction de Hankel. En champ lointain, i.e. lorsque $kr \gg 1$, nous utiliserons l'expression asymptotique :

$$|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)| = \frac{1}{8Bk^2} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}. \quad (55)$$

Comme pour les modes dans les blocs (Figure 37), le spectre fréquentiel de l'accélération $\tilde{A}_z(r, \omega)$ générée par l'impact d'une bille sur une plaque est obtenu en multipliant la force d'impact de [Hertz](#) par la fonction de Green du mode A_0 (Figure 39). À $r = 10$ cm de l'impact, la forme approchée de la fonction de Green en champ lointain [équation (55)] se confond parfaitement avec sa forme exacte [équation (54)]. La transformée de Fourier temporelle inverse de $\tilde{A}_z(r, \omega)$ donne la forme temporelle $a_z(r, t)$ de l'accélération (Figure 39d). Nous pouvons remarquer que les hautes fréquences sont plus rapides que les basses fréquences.

Les expressions des fonctions de Green [équations (46) et (55)] montrent clairement que la vibration générée par un impact dépend des propriétés élastiques de la structure impactée. Il est donc crucial de connaître ces propriétés pour quantifier l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact. Il faut aussi identifier comment l'énergie s'atténue avec la distance dans la structure. C'est l'objectif de la section suivante.

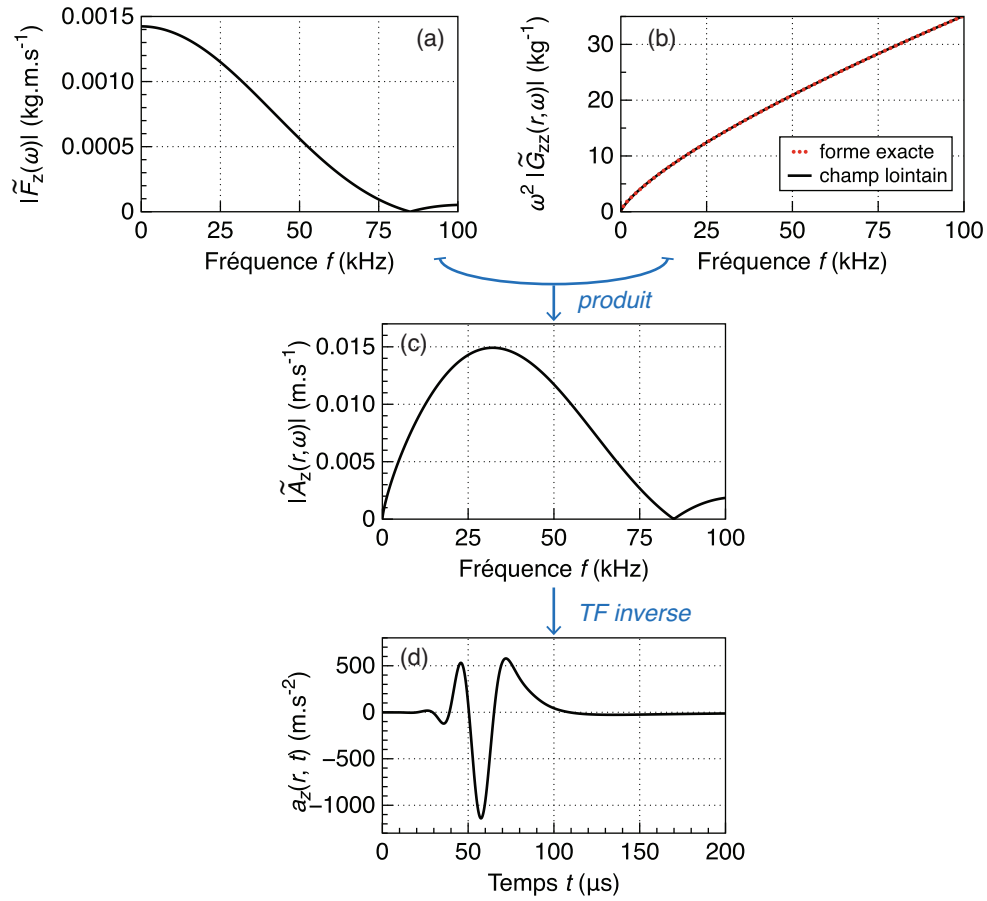


FIGURE 39 : (a) Transformée de Fourier temporelle de la force de Hertz pour l'impact d'une bille d'acier de 5 mm de diamètre lâchée de $H = 10$ cm sur une plaque de verre d'épaisseur 1 cm. (b) Fonction de Green $|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)|$ multipliée par ω^2 du mode A_0 de Lamb à $r = 10$ cm de l'impact. (c) Spectre de fréquences $|\tilde{A}_z(r, \omega)|$ de l'accélération de la vibration générée dans la direction verticale à $r = 10$ cm de l'impact. (d) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration dans le domaine temporel, filtrée pour $f < 100$ kHz.

4. Caractérisation des matériaux utilisés dans les expériences

Au cours de cette thèse, nous réalisons des expériences sur 6 différentes structures (Figure 40) :

- (a) une “petite” plaque de PMMA (Plexiglass) de dimensions $58 \times 38 \times 1 \text{ cm}^3$,
- (b) une “grande” plaque de PMMA de dimensions $120 \times 100 \times 1 \text{ cm}^3$,
- (c) une plaque de verre rectangulaire de dimensions $100 \times 50 \times 1 \text{ cm}^3$,
- (d) une plaque de verre circulaire d’épaisseur 1 cm et de rayon 40 cm,
- (e) un bloc de marbre de dimensions $20 \times 20 \times 15 \text{ cm}^3$,
- (f) un pilier de béton de dimensions $3 \times 1.5 \times 0.6 \text{ m}^3$.

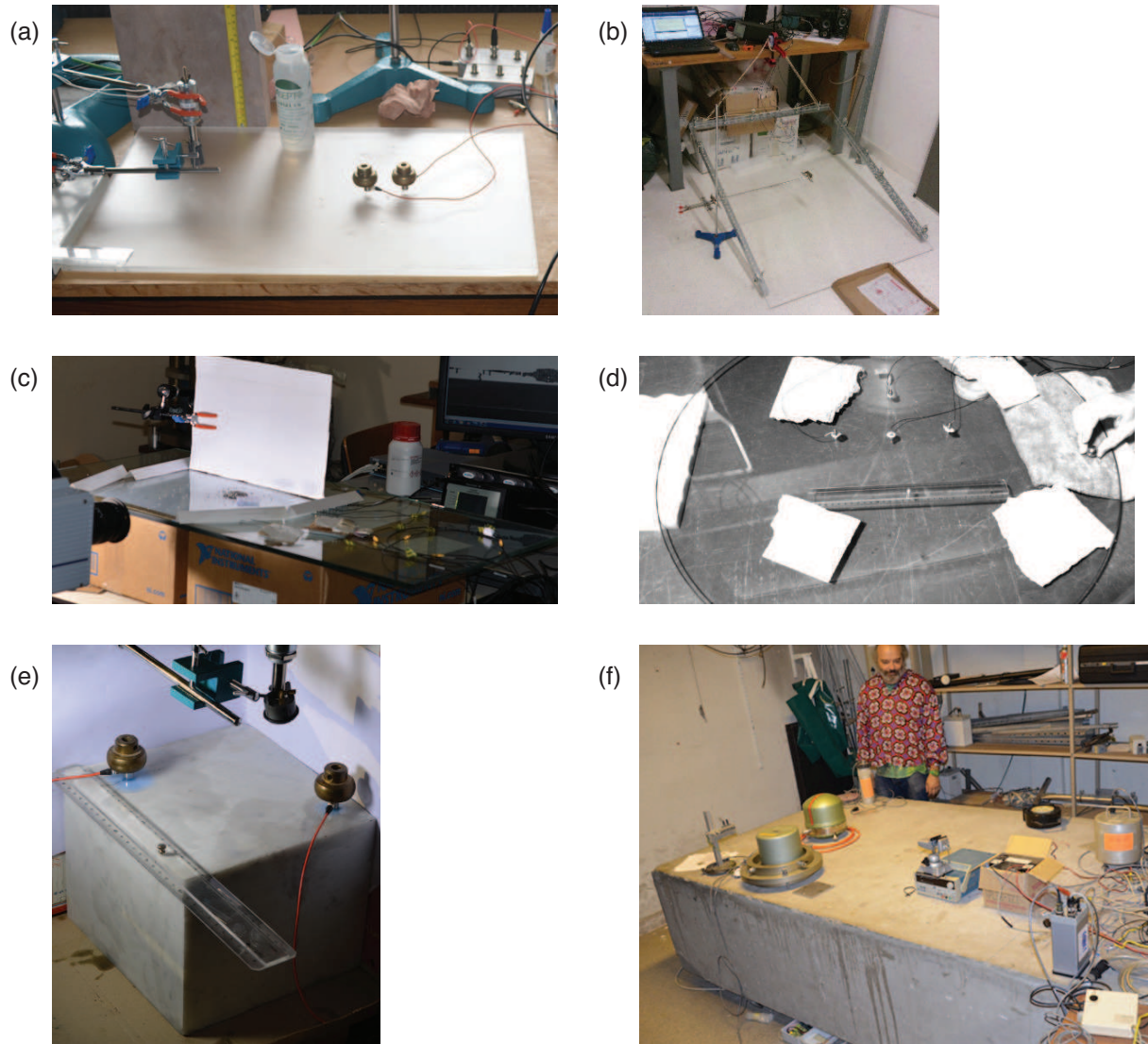


FIGURE 40 : Les plaques et blocs utilisés pour les expériences.

Deux types de capteurs ont été utilisés pour mesurer la vibration générée par les impacts (Figure 41). Ces capteurs sont sensibles à la vibration dans la direction normale à la surface sur laquelle ils sont fixés. Les accéléromètres *Brüel & Kjaer* type 8309 permettent de quantifier l’énergie

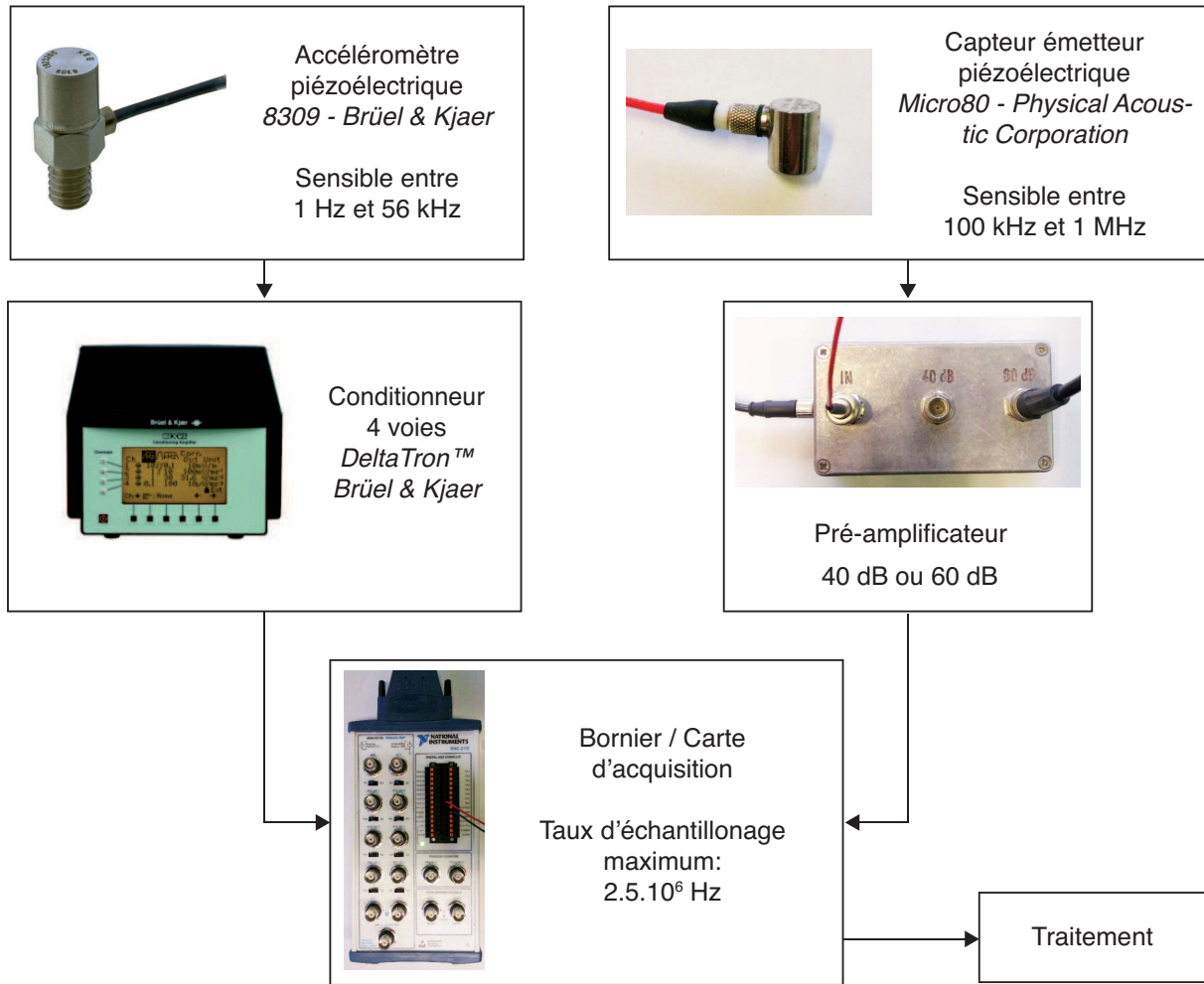


FIGURE 41 : Représentation schématique de la chaîne d'acquisition.

rayonnée sous forme d'ondes élastiques et les céramiques piézoélectriques *Micro80* peuvent être utilisés en tant qu'émetteurs ou récepteurs acoustiques, ce qui est utile pour mesurer les vitesses des ondes dans les matériaux.

4.1. Coefficients élastiques et relations de dispersion

La vitesse c_P des ondes P peut être facilement mesurée en fixant des céramiques piézoélectriques *Micro80* face à face de part et d'autre de la structure étudiée, un capteur étant émetteur de signal et l'autre récepteur. Dans le cas des blocs, nous pouvons mesurer la vitesse c_R des ondes de Rayleigh en plaçant des capteurs acoustiques à des distances différentes de l'impact sur la même face de la structure. Comme ce mode n'est pas dispersif, la différence des temps d'arrivée aux différents capteurs permet de remonter à sa vitesse. Le rapport c_P/c_R nous renseigne alors sur la valeur du coefficient de Poisson ν_p du milieu (Figure 35b) et donc sur la vitesse c_S des ondes de cisaillement (Figure 35c).

Dans le cas des plaques, cependant, le mode principal est le mode A_0 , qui est très dispersif à basses fréquences. Pour mesurer sa vitesse et sa relation de dispersion, il faut enregistrer la

vibration générée par un impact à de nombreuses distances de l'impact (Figure 42a). Dans la plaque de PMMA, nous pouvons distinguer le mode S_0 de Lamb, qui se propage plus rapidement que le mode A_0 . L'énergie du mode S_0 est environ 300 fois plus faible que celle du mode A_0 . La double transformée de Fourier temporelle et spatiale de l'accélération $a_z(r, t)$ de la vibration permet de déduire la relation entre la fréquence angulaire ω et le nombre d'onde k (Figures 42b et 42c).

L'ajustement aux données de la relation de dispersion théorique du mode A_0 [équation (51)] nous permet de quantifier les coefficients élastiques du PMMA E_p et ν_p . À basses fréquences, la fréquence angulaire $\omega \approx 5.5k^2$ rad.s⁻¹ et la vitesse de groupe $v_g = \partial\omega/\partial k$ est donc égale à $11k \approx 11.7\sqrt{f}$ m.s⁻¹.

Le même travail a été réalisé pour les autres plaques (Figure 43). La relation de dispersion est la même pour les deux plaques de verre (Figure 43a). Pour toutes les plaques, la vitesse de groupe v_g est proportionnelle à la racine carré de la fréquence f à basses fréquences ($kh < 1$) et tends vers la vitesse des ondes de Rayleigh c_R à hautes fréquences ($kh \gg 1$). Les résultats sont résumés dans le Tableau 4.

TABLE 4 : Propriétés élastiques des matériaux des plaques et des blocs utilisés dans les expériences : densité ρ_p , module d'Young E_p , coefficient de Poisson ν_p , vitesses c_P et c_S des ondes de compression et de cisaillement, respectivement, et vitesse de groupe v_g , qui pour les plaques à hautes fréquences ($kh \gg 1$) et les blocs est égale à la vitesse des ondes de Rayleigh c_R . Les densités sont estimées en pesant la plaque ou le bloc lorsque c'est possible. La densité du béton vient de [Elert, G. \[1999\]](#).

		ρ_p (kg m ⁻³)	E_p (GPa)	ν_p -	c_P (m s ⁻¹)	c_S (m s ⁻¹)	v_g (m s ⁻¹)
PMMA (grande plaque)	$kh < 1$	1180	4.4	0.37	1920	860	$11.7\sqrt{f}$
	$kh > 1$						1400
PMMA (petite plaque)	$kh < 1$	1180	3.7	0.37	1920	860	$12.3\sqrt{f}$
	$kh > 1$						1400
verre	$kh < 1$	2500	74	0.2	5730	3500	$18.6\sqrt{f}$
	$kh > 1$						3100
béton	-	2300	16.3	0.2	4030	1620	1530
marbre	-	2800	26	0.3	3530	1890	1750

4.2. Atténuation de l'énergie

En plus de l'atténuation géométrique (voir p. 78), l'absorption visqueuse de l'énergie induit une atténuation exponentielle de l'amplitude de l'onde avec la distance parcourue r :

$$A_{abs}(r) \sim A_s(r) \exp\left(-\frac{\gamma(\omega)r}{2}\right), \quad (56)$$

avec $A_s(r)$, l'amplitude maximale de l'onde et $\gamma(\omega)$ un coefficient qui dépend de la fréquence ω .

Pour estimer l'énergie élastique rayonnée au niveau de l'impact, il faut corriger de cette atténuation l'amplitude de la vibration mesurée. Il y a deux méthodes pour quantifier l'atténuation de l'énergie en fonction de la fréquence.

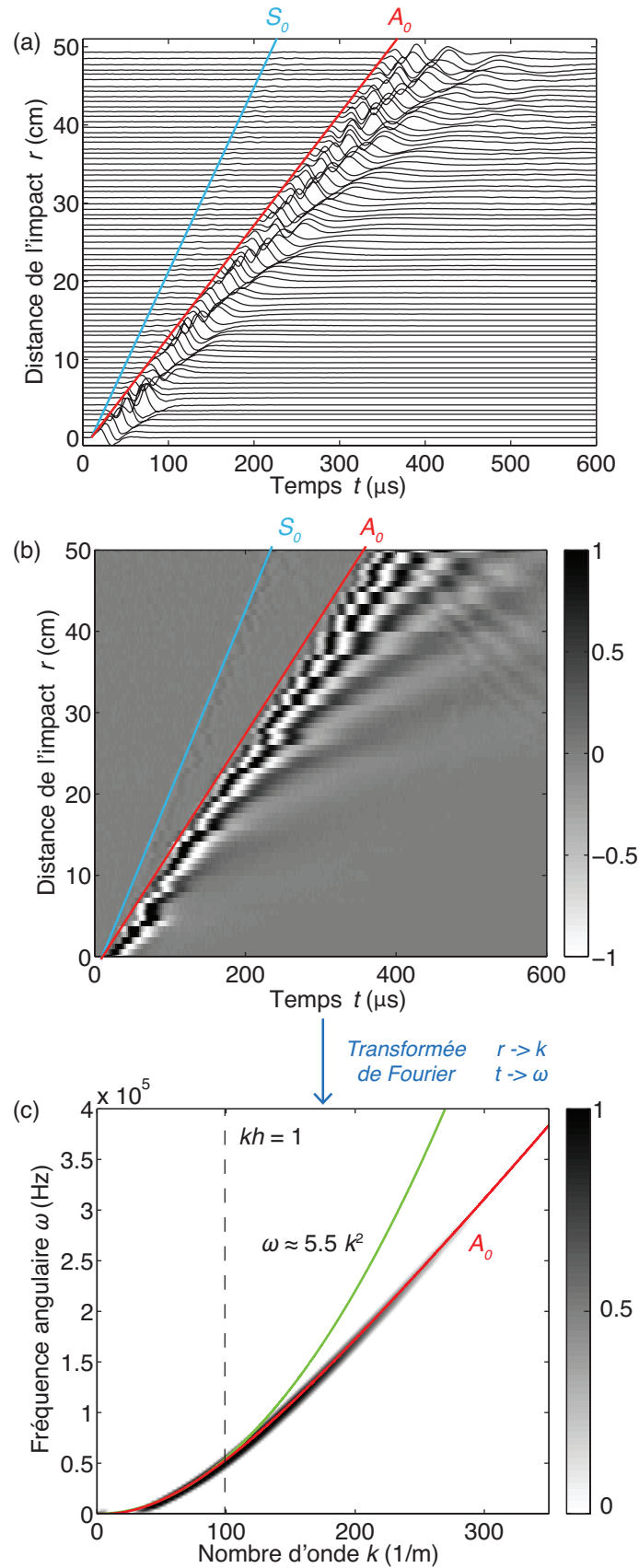


FIGURE 42 : (a) Vibration enregistrée à différentes distances de l'impact d'une bille d'acier de 2 mm de diamètre sur la grande plaque de PMMA. L'amplitude de chaque trace est normalisée par sa valeur maximale. (b) Représentation matricielle des traces de (a). (c) Relation entre la fréquence angulaire ω et le nombre d'onde k , obtenue par transformées de Fourier spatiale et temporelle de la matrice de (b). Il y a davantage d'énergie pour les teintes les plus sombres (échelle normalisée à 1).

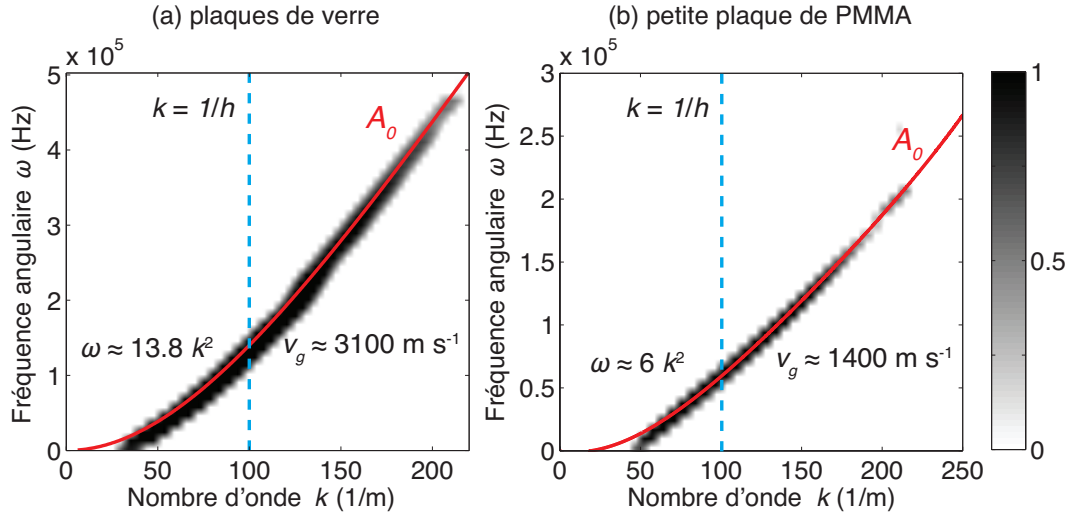


FIGURE 43 : Relation de dispersion pour (a) les plaques de verre et (b) la petite plaque de PMMA. Il y a davantage d'énergie pour les teintes les plus sombres (échelle normalisée à 1)

4.2.1. Première méthode

La première méthode consiste à mesurer la vibration à différentes distances r de l'impact (Figure 44a), de filtrer les signaux obtenus dans différentes bandes de fréquences (par exemple de largeur 5000 Hz) et de mesurer l'atténuation de l'amplitude maximale avec la distance dans les différentes bandes de fréquences (Figure 44b à 44d). En ajustant les données avec la relation (56), nous pouvons estimer la valeur du coefficient caractéristique γ dans la bande de fréquence concernée. Remarquons que γ augmente avec la fréquence (Figure 44e). Les hautes fréquences s'atténuent donc plus rapidement que les basses. Le rapport signal sur bruit est trop petit pour les fréquences inférieures à 2 kHz et supérieures à 76 kHz pour avoir confiance aux valeurs de γ mesurées. Ces valeurs sont donc extrapolées avec l'ajustement réalisé pour f entre 2 kHz et 76 kHz.

4.2.2. Deuxième méthode

La seconde méthode est applicable dans les structures où l'atténuation de l'onde émise est faible lors de sa propagation et lors de ses réflexions sur les parois latérales. Ainsi l'onde émise se réfléchit de nombreuses fois, jusqu'à ce que l'énergie rayonnée soit équi-répartie. En d'autres termes, l'énergie moyenne mesurée est la même dans toutes les directions et en chaque point de l'espace [voir Weaver, 1985, et références]. L'enveloppe du signal au carré, moyennée sur plusieurs périodes, décroît alors exponentiellement avec le temps par dissipation visqueuse (Figure 45a) :

$$\overline{A(t)^2} = \overline{A(t=0)^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (57)$$

où $t = 0$ est l'instant de l'impact. τ est le temps caractéristique d'atténuation visqueuse de l'énergie défini par (voir Annexe C) :

$$\tau(\omega) = \frac{1}{\gamma(\omega)v_g(\omega)}, \quad (58)$$

avec $v_g(\omega)$ la vitesse de groupe, c'est-à-dire la vitesse de propagation de l'énergie [Royer and Dieulesaint, 2000].

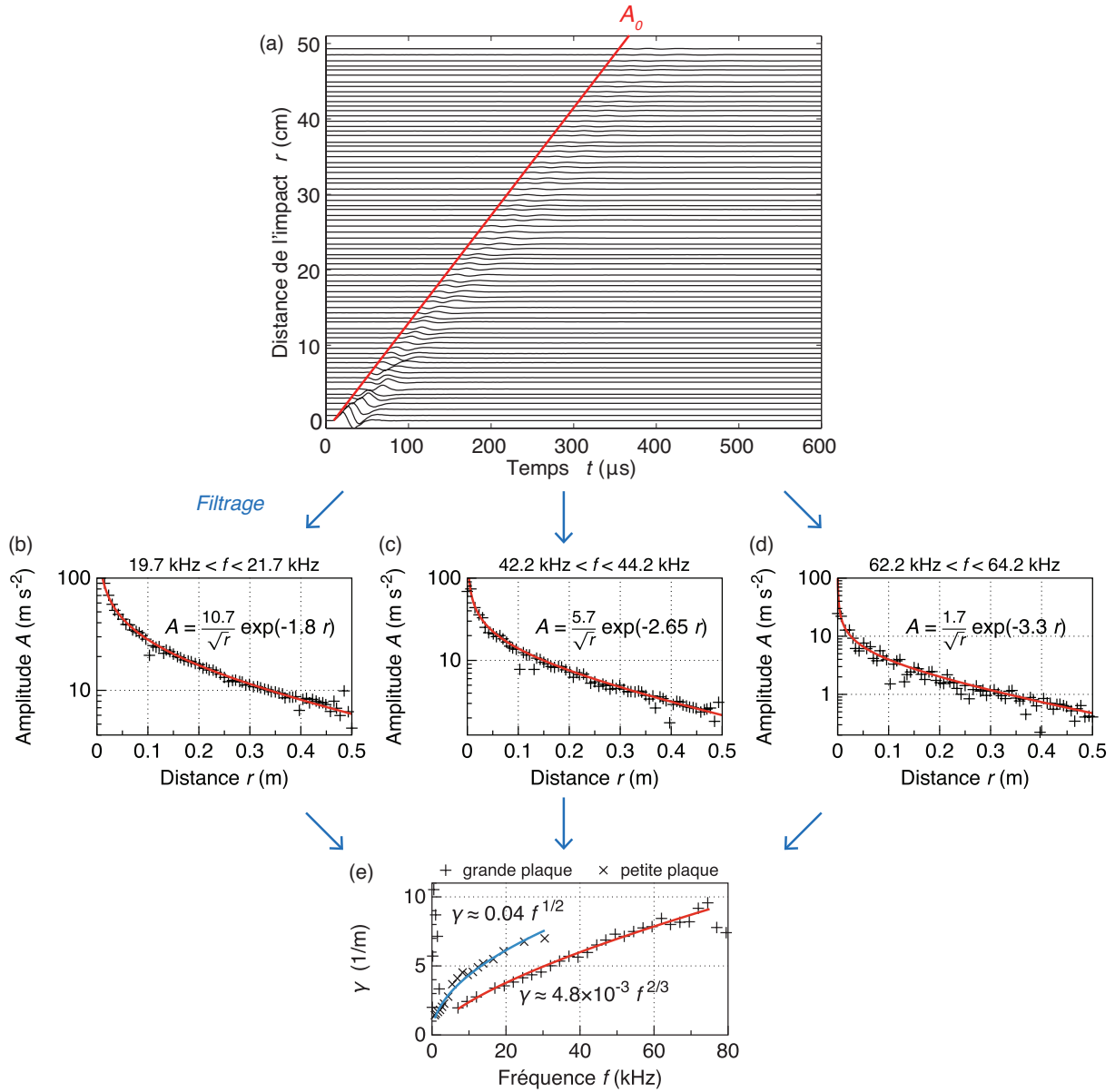


FIGURE 44 : (a) Vibration enregistrée à différentes distances de l'impact d'une bille d'acier de 2 mm de diamètre sur la grande plaque de PMMA. (b), (c) et (d) Les traces sont filtrées dans différentes bandes de fréquences et leur amplitude maximale A est représentée en fonction de la distance r à l'impact. (e) Coefficient caractéristique γ d'atténuation visqueuse de l'énergie dans les plaques de PMMA en fonction de la fréquence f .

Le temps caractéristique τ est l'inverse de la pente de l'enveloppe de la coda en représentation logarithmique (Figures 45b, 45c et 45d). En filtrant la vibration dans différentes bandes de fréquences, on peut alors obtenir la dépendance de τ en fréquence (Figure 45e). Nous montrons ainsi que l'atténuation de l'énergie est la même dans les deux plaques de verre utilisées. Cette méthode est utile pour les petites structures, comme le bloc de marbre, car l'onde directe est mélangée avec ses réflexions sur les parois latérales et la première méthode n'est pas applicable. Dans ce cas, nous pouvons extrapoler le coefficient γ à partir de τ et de la vitesse de groupe v_g en utilisant l'équation (58). Les résultats sont résumés dans le Tableau 5.

Dans les blocs de béton et de marbre, le temps caractéristique τ est inversement proportionnel à la fréquence f (Figure 46). Comme la vitesse de groupe v_g est constante, le coefficient γ est donc proportionnel à la fréquence f . Un modèle classique d'atténuation utilisé sur le terrain pour γ est [Aki and Richards, 1980] :

$$\gamma(f) = \frac{\pi f}{Q c_R}, \quad (59)$$

où f est la fréquence, Q est le facteur de qualité du milieu qui est sans unité et indépendant de la fréquence et c_R est la vitesse des ondes de Rayleigh. Dans le cas du béton et du marbre, les facteurs de qualité sont donc $Q \approx 90$ et $Q \approx 70$, respectivement.

TABLE 5 : Coefficients caractéristiques γ et τ pour l'atténuation visqueuse de l'énergie.

		γ (1/m)	τ (s)
PMMA (grande plaque)	$kh < 1$	1	$0.09 f^{-1/2}$
	$kh > 1$	$4.8 \times 10^{-3} f^{2/3}$	$0.15 f^{-2/3}$
PMMA (petite plaque)	$kh < 1$	1	$0.08 f^{-1/2}$
	$kh > 1$	$0.04 f^{1/2}$	$0.02 f^{-2/3}$
verre	$kh < 1$	$0.014 f^{1/6}$	$3.8 f^{-2/3}$
	$kh > 1$	$8.5 \times 10^{-5} f^{2/3}$	$3.8 f^{-2/3}$
béton	-	$2.3 \times 10^{-5} f$	$28 f^{-1}$
marbre	-	$2.5 \times 10^{-5} f$	$23.1 f^{-1}$

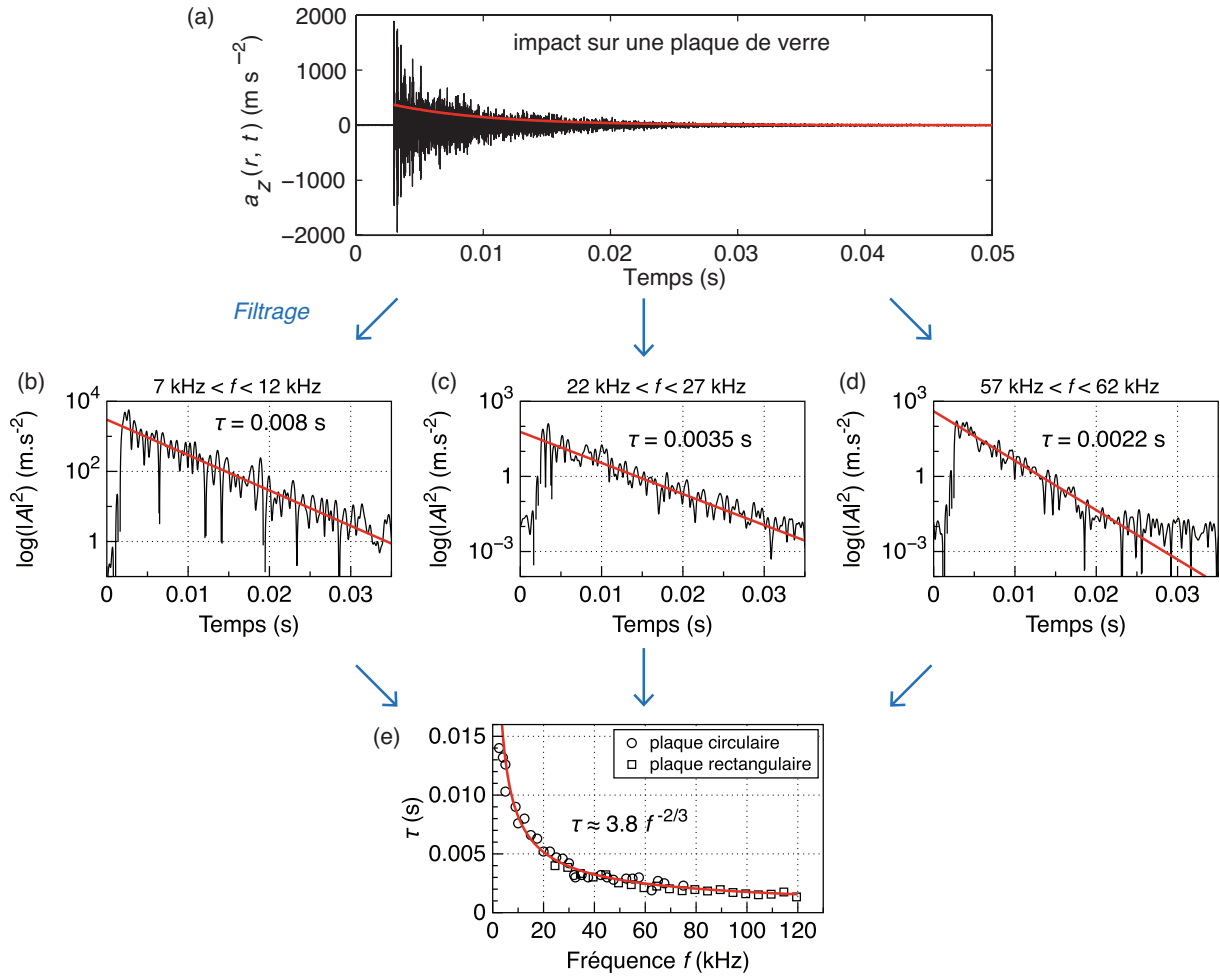


FIGURE 45 : (a) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration générée par un impact d'une bille d'acier de 4 mm de diamètre sur la plaque de verre circulaire. (b), (c) et (d) La vibration mesurée est filtrée dans différentes bandes de fréquences. L'enveloppe du carré de cette vibration décroît exponentiellement dans le temps et l'inverse de la pente en représentation logarithmique est le temps caractéristique τ . (e) τ en fonction de la fréquence f pour les deux plaques de verre.

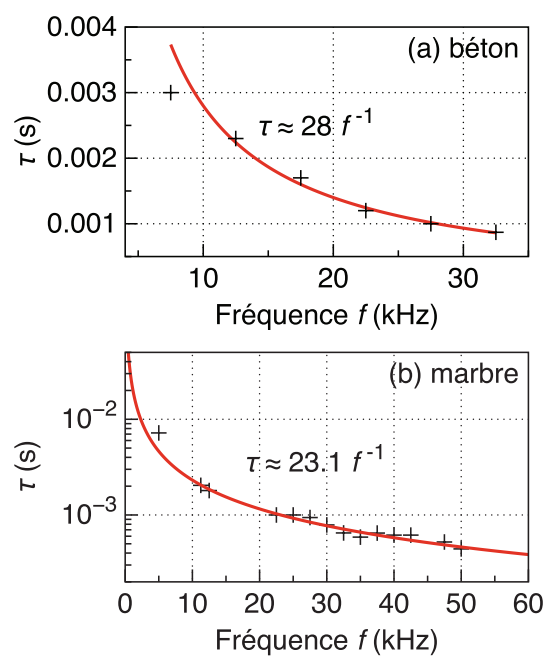


FIGURE 46 : Temps caractéristique τ de l'atténuation de l'énergie en fonction de la fréquence f pour (a) le bloc de béton et (b) le bloc de marbre.

Nous avons identifié les modes qui se propagent dans un bloc et dans une plaque lorsqu'ils sont excités par l'impact d'une sphère et nous avons rappelé les fonctions de Green associées à ces modes. Nous avons maintenant tous les outils nécessaires pour aborder le calcul de l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact individuel.

2. Estimation de l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact

Titre original : Experimental estimation of the elastic energy radiated during an impact

article soumis

Auteurs : Maxime Farin¹, Anne Mangeney^{1,2}, Julien de Rosny³, Renaud Toussaint⁴, Jacques Sainte-Marie², Nikolai Shapiro¹

1 - Institut de Physique du Globe de Paris, Equipe Sismologie, CNRS-UMR 7154, Université Paris-Diderot 7, PRES Sorbonne Paris Cité

2 - ANGE team, INRIA, CETMEF, Lab. J. Louis Lions

3 - ESPCI, Institut Langevin, CNRS

4 - Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Université de Strasbourg / EOST, CNRS

Résumé en français

Les signaux sismiques générés par les éboulements, les écoulements granulaires ou par le charriage des rivières sont en partie composés d'ondes sismiques émises par des impacts individuels. Pour mieux comprendre ces signaux sismiques, nous nous proposons de nous intéresser en premier lieu à la génération d'ondes sismiques par un impact. En particulier, nous cherchons à quantifier l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact à partir d'une mesure sismique à la surface de la structure impactée. Cette énergie est directement reliée à la force appliquée et peut donc nous renseigner sur la dynamique de l'impacteur. Nous distinguons dans notre étude le cas des impacts sur des plaques fines et sur des blocs épais. Comme nous venons de le voir, si l'impact est sur une plaque, la plaque va vibrer principalement dans la direction normale à sa surface. En revanche, sur un bloc, l'énergie est rayonnée sous forme d'ondes de surface de Rayleigh et, en moindre proportion, sous forme d'ondes de compression et de cisaillement.

Dans cet article, nous comparons trois méthodes usuellement utilisées dans la littérature pour estimer l'énergie émise sous forme d'ondes élastiques lors d'un impact sur une plaque ou sur un bloc. Les deux premières méthodes se basent sur l'onde directe émise entre l'impact et le capteur. Elles nécessitent donc que la structure impactée soit suffisamment large pour que l'onde directe ne soit pas mélangée à ses réflexions sur les parois latérales. La première méthode consiste à calculer le flux d'énergie de l'onde directe à travers une surface entourant l'impact. Avec la

seconde méthode, nous retrouvons la force d’impact en déconvoluant l’onde directe et la fonction de Green du milieu. La troisième méthode est au contraire plus efficace pour des impacts sur des petites structures, où les ondes émises sont réfléchies de nombreuses fois sur les parois latérales. Dans ce cas, le champ d’ondes devient équi-réparti (i.e. diffus) dans la structure au bout d’un certain temps et l’enveloppe de la coda du signal décroît exponentiellement dans le temps. En mesurant le temps caractéristique de cette décroissance, nous pouvons alors extrapoler l’énergie élastique rayonnée lors de l’impact.

Pour tester ces méthodes, nous réalisons une série d’expériences de laboratoire d’impacts de billes d’acier de différents diamètres lâchées de différentes hauteurs sur une plaque de PMMA, une plaque de verre et un bloc de béton, dont les caractéristiques permettent d’appliquer les trois méthodes simultanément. Nous montrons que les méthodes basées sur le flux d’énergie et sur la déconvolution donnent les mêmes résultats. L’écart type sur l’estimation de ces méthodes varie entre 40% et 70%. Sur les plaques, la méthode du champ diffus surestime l’énergie rayonnée de 5% à 20% par rapport aux autres méthodes. Sur les blocs, elle donne une énergie du même ordre de grandeur que les autres méthodes, à un facteur 3 près. L’écart-type pour la méthode du champ diffus est entre 50% et 300%.

Lors des expériences, nous estimons l’énergie totale perdue par la bille pendant un impact en mesurant son coefficient de restitution. Cette énergie est la somme de l’énergie élastique rayonnée et de l’énergie perdue dans des processus inélastiques de viscoélasticité ou de déformation plastique. Les méthodes présentées dans cet article nous permettent de déterminer l’énergie élastique rayonnée indépendamment des autres processus de pertes. Nous pouvons donc établir un budget énergétique des impacts. Ce budget est différent pour les impacts sur les plaques ou sur le bloc. Sur les plaques de PMMA et de verre, le pourcentage d’énergie perdue sous forme d’ondes élastiques dépend du rapport du diamètre de la bille sur l’épaisseur de la plaque. Lorsque ce rapport est petit ($< 10\%$), la bille perd moins de 2% de son énergie initiale sous forme d’ondes élastiques. Nous montrons que le coefficient de restitution de la bille varie alors avec la vitesse d’impact V_z comme $1 - V_z^{1/5}$. D’après e.g. [Ramírez et al. \[1999\]](#), cela veut dire que la majorité de l’énergie est perdue par dissipation viscoélastique. Au contraire, quand le diamètre de la bille est de l’ordre ou supérieur à l’épaisseur de la plaque, quasiment toute l’énergie perdue par la bille est rayonnée sous forme d’ondes élastiques. Le reste de l’énergie est vraisemblablement perdu dans de la déformation plastique, comme le suggèrent de petites indentations observées sur la surface des plaques après les impacts de ces billes. Sur le bloc de béton, l’énergie rayonnée sous forme d’ondes élastiques ne représente que 0.2% à 2% de l’énergie perdue, indépendamment du diamètre de la bille. L’impact est donc majoritairement inélastique, principalement à cause de la forte rugosité de la surface du bloc.

Enfin, pour vérifier si nos estimations d’énergie élastique rayonnée sont quantitativement réalistes, nous comparons l’énergie mesurée à l’énergie élastique théorique d’un signal synthétique obtenu par convolution de la force de [Hertz \[1882\]](#) avec les fonctions de Green, comme décrit précédemment (sections 3.2, p.75 et 3.3, p.78). L’énergie élastique mesurée est en bon accord avec le modèle de [Hertz](#) pour des diamètres de billes inférieurs à l’épaisseur des plaques et sur le bloc. Cependant, pour des billes de diamètre plus large que l’épaisseur de la plaque, le modèle prédit une énergie élastique rayonnée supérieure à l’énergie de la bille avant l’impact, ce qui est impossible. Nous montrerons dans un autre article (p. 134) qu’un modèle plus complet que celui de [Hertz](#), proposé par [Zener \[1941\]](#), permet de mieux reproduire la variation de l’énergie perdue par une bille de diamètre équivalent ou supérieur à l’épaisseur de la plaque. Sur le bloc de béton, le modèle élastique de [Hertz](#) surestime d’un facteur 2 à 10 l’énergie élastique rayonnée. Cela est sans doute dû au fait que l’amplitude de la force d’impact est moins importante que celle donnée par modèle de [Hertz](#) lorsque l’impact est inélastique [[Johnson, 1985](#)].

Abstract

Estimating the energy lost in elastic waves during an impact is an important problem in seismology and in industry. Three complementary methods have been applied to estimate the elastic energy radiated by bead impacts on thin plates and thick blocks from the generated vibration. The first two methods are based on the direct wave front and are shown to be equivalent. The third method makes use of the diffuse regime. We use these methods to establish the energy budget of the impacts. On plates, the radiated elastic energy increases from 2% to almost 100% of the total energy lost as the bead diameter approaches the plate thickness. The rest of the lost energy is dissipated by viscoelasticity. For beads larger than the plate thickness, plastic deformation occurs and reduces the amount of energy radiated in elastic waves. On blocks, the energy dissipation during the impact is principally inelastic because only 0.2% to 2% of the energy lost by the bead is transported by elastic waves. A model of elastic waves generation by impacts based on Hertz's contact law is proposed and corroborates most of the experimental results.

1. Introduction

The quantification of the energy emitted by a source in the form of elastic waves is a common problem in various fields such as vibroacoustics or shielding. In seismology, the problem was confronted long ago [e.g. [Lamb, 1904](#)] and many approaches have since been developed to estimate the energy of natural sources such as earthquakes [see [Kanamori, 1977](#); [Aki and Richards, 1980](#); [Pérez-Campos and Beroza, 2001](#); [Lancieri et al., 2012](#)], tremors [e.g. [Fletcher and McGarr, 2011](#)], landslides and rockfalls [e.g. [Deparis et al., 2008](#); [Vilajosana et al., 2008](#); [Hibert et al., 2011, 2014b](#); [Moretti et al., 2012](#)]. In the literature, the power spectral density (PSD) of the emitted signal is often measured to quantify the relative energy of different acoustic sources located at the same distance from the sensor and to compare their frequency content. For example, [Burtin et al. \[2011\]](#) and [Tsai et al. \[2012\]](#) obtained information on river discharge and bed load grain size from the temporal evolution of the PSD. The PSD can also be used to characterize crack formation in brittle [[Lengliné et al., 2012](#); [Stojanova et al., 2014](#)] or granular materials [see [Michlmayr et al., 2012](#), for review] and other crackling or crumpling processes [e.g. [Houle and Sethna, 1995](#); [Sethna et al., 2001](#)]. Finally, acoustic measurements can be useful in industry for particle sizing in powder transport and in particle streams [e.g. [Buttle and Scruby, 1990](#); [Buttle et al., 1991](#)]. However, the PSD does not provide an absolute estimate of the elastic energy radiated by the source because it depends on the distance of measurement.

There are three main approaches to determine the absolute elastic energy from acoustic emissions. The first method consists in computing the energy flux crossing a surface surrounding the source. The integration of the energy flux over this surface gives the radiated power. This technique is applied in seismology to estimate the energy absorbed in elastic waves during earthquakes [e.g. [Crampin, 1965](#); [Lancieri et al., 2012](#)] and rockfalls [e.g. [Vilajosana et al., 2008](#); [Hibert et al., 2011, 2014b](#)]. The surface of integration depends on the type of radiated waves. For body waves, the surface is a sphere [e.g. [Crampin, 1965](#); [Lancieri et al., 2012](#)] or a half sphere if the source is at the surface [[Vilajosana et al., 2008](#)]. For surface waves, the integration surface is a cylinder [[Vilajosana et al., 2007](#); [Hibert et al., 2011](#)].

The second technique to deduce the radiated energy W_{el} is based on the time dependence of the source force because, by definition [e.g. [Royer and Dieulesaint, 2000](#)],

$$W_{el} \doteq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F}(r_0, t) \cdot \mathbf{v}(r_0, t) dt, \quad (60)$$

where $\mathbf{F}(r_0, t)$ is the temporal profile of the force and $\mathbf{v}(r_0, t)$ is the surface vibration speed at the position of force application r_0 . Miller and Pursey [1955] and Goyder and White [1980] thus estimated the power radiated in an elastic half-space and in an infinite plate, respectively, by a monochromatic harmonic force $F_0 e^{i\omega t}$. In most cases, the force profile $\mathbf{F}(r_0, t)$ is generally unknown but it can be retrieved by deconvolution of the displacement field $\mathbf{u}(r, t)$ recorded at a distance r from the impact location with the Green's function rank-2 tensor $\bar{\mathbf{G}}(r, t, t_0)$ because [Aki and Richards, 1980]:

$$\mathbf{u}(r, t) = \bar{\mathbf{G}}(r, t, t_0) * \mathbf{F}(t), \quad (61)$$

where $*$ stands for the convolution. The Green's function has been determined theoretically for plate [e.g. Goyder and White, 1980; Bouthier and Bernhard, 1995] and block geometries [e.g. Miller and Pursey, 1954; Aki and Richards, 1980; Johnson, 1985; Kausel, 2013], and measured experimentally using transducers [e.g. Buttle and Scruby, 1990; McLaskey and Glaser, 2010] and laser vibrometers [e.g. Koller and Kolsky, 1987]. From the knowledge of the Green's function, it is therefore possible to obtain information on the source force and more especially on the elastic energy.

These two first methods can however be performed only when the emitted wave front is not mixed with its reflections off the boundaries of the elastic solid. If multiple side reflections occur, the transported energy becomes homogeneously distributed within the elastic solid and decreases exponentially with time due to viscoelastic dissipation. This situation is commonly referred to as a diffuse field in the literature [see e.g. Weaver, 1982, 1984, 1985]. A third energy estimation method, called the diffuse method hereafter, thus consists in extrapolating the radiated energy at the instant of the source from the exponential decrease of the signal coda [see e.g. Weaver, 1985, and references therein] [Mayeda and Malagnini, 2010].

The energy flux, deconvolution and diffuse field methods to estimate the elastic energy are used separately by different communities and are based on different assumptions. The first two methods require a sufficiently large elastic solid so that the direct wave front can be clearly distinguished from its reflections off the lateral sides of the elastic solid. On the other hand, with the diffuse method, the elastic solid dimensions must be smaller than the characteristic distance of energy attenuation so that multiple side reflections occur. To our knowledge, no laboratory study has ever compared these three methods in cases where all three can be applied. In this paper, we use the three methods to estimate the elastic energy absorbed during the normal impacts of steel beads of various diameters dropped from different heights on glass and PMMA plates and on a concrete block. We quantify (i) the differences between the energy estimates and (ii) the errors made using each of the methods.

It is important to know the percentage of the total energy of the source that is radiated by elastic waves because the elastic energy is the only energy that can be measured in the field. From a practical viewpoint, this percentage is very difficult to determine in nature, for example for earthquakes [e.g. Kanamori, 1977; Pérez-Campos and Beroza, 2001; Lancieri et al., 2012]. The ratio of the seismic energy radiated by rockfalls to their lost potential energy from initiation to deposition, i.e. the seismic efficiency, can vary between 10^{-5} to 10^{-3} [e.g. Deparis et al., 2008; Hibert et al., 2011]. The complex seismic signals generated by the rockfalls are partially composed of waves generated by the impacts of individual blocks. Therefore, if we hope to understand these signals, we must first understand the energy budget of individual impacts. The energy that is not radiated in elastic waves during an impact is lost by plastic deformation (i.e. not reversible) of the block or of the surface [Davies, 1949] by local viscoelastic dissipation around the contact [Falcon et al., 1998] and by conversion into other degrees of freedom of the block's motion, such as rotation and other displacement modes. Because of the significant differences between the conditions of each impact, it is however not clear how the seismic efficiency depends on block size and impact speed. In our laboratory experiments of bead rebounds, the total energy

lost can be easily measured from the ratio of the bead velocity after rebound over the approach velocity, i.e. the coefficient of restitution e [e.g. [Falcon et al., 1998](#)]. We can therefore observe how the percentages of energy radiated in elastic waves and dissipated by inelastic processes vary for bead impacts of different diameters and impact speeds on the thin plates and thick block investigated. Moreover, in the field, most of the radiated elastic energy is not measured because high frequencies are rapidly attenuated. Energy attenuation is far less in our experiments. We compute the time Fourier transform of the recorded signals to observe how the elastic energy is partitioned among the frequencies.

Impacts of spherical beads on a plane surface are often compared with [Hertz's 1882](#) theory of elastic impact [e.g. [Hunter, 1957](#); [Johnson, 1985](#); [Reed, 1985](#); [Buttle et al., 1991](#); [Falcon et al., 1998](#); [McLaskey and Glaser, 2010](#)]. Using equation (60) with a force expression based on [Hertz's 1882](#) theory, [Hunter \[1957\]](#) and [Reed \[1985\]](#) estimated the elastic energy lost by beads impacting thick elastic blocks. They predicted that the elastic energy W_{el} was smaller than 5% of the kinetic energy of fall $\frac{1}{2}mV_z^2$, where m and V_z are the bead mass and impact speed, respectively. The calculations of [Hunter \[1957\]](#) and [Reed \[1985\]](#) are valid for elastic impacts on thick blocks [[Tillett, 1954](#)], assuming that all the energy lost by the bead during a rebound is radiated in elastic waves. However, their approach has never been extended to the case of impacts on thin plates. Moreover, if inelastic energy dissipation occurs during the impact, the amplitude of the impact force is expected to decrease with respect to the elastic case [[Hutchings, 1979](#); [Johnson, 1985](#); [Falcon et al., 1998](#)] and [Hertz's](#) model may overestimate the elastic energy. In our experiments, we compare the elastic energy W_{el} and the energy ratio $W_{el}/\frac{1}{2}mV_z^2$ measured from the acoustic signal with that predicted using the elastic impact force of [Hertz \[1882\]](#) and quantify their differences when inelastic dissipation occurs.

Section 2 of the paper presents the three methods to derive the elastic energy from the normal surface vibration in thin plates and thick blocks. In section 3, the three methods are compared for laboratory experiments of beads impacts. We quantify the proportion of the total energy radiated in elastic waves and dissipated in inelastic processes. In section 4, we compare the measured energy with that predicted using [Hertz's](#) theory and discuss the conditions of applicability of the methods.

2. Elastic Energy Estimation

2.1. Thin plates

A force $\mathbf{F}(t) = -F_z(t)\mathbf{u}_z$ is applied normally at a given position $(x, y, 0)$ on the surface ($z = 0$) of a homogeneous and isotropic thin plate (Figure 47). The expression “thin plate” means that the impact duration T_c is longer than the two-way travel time of the compressional wave in the plate thickness. The emitted elastic waves propagate radially from the impact location (direction \mathbf{u}_r , Figure 47). We consider that the principal mode excited in plates is the fundamental mode A_0 of Lamb, for which the direction of vibration is normal to the plate surface (i.e. direction \mathbf{u}_z , Figure 47) [e.g. [Royer and Dieulesaint, 2000](#)]. This assumption will be verified experimentally later. For all the methods tested below, it is therefore assumed that the vibration is only along direction \mathbf{u}_z (Figure 47).

The mode A_0 of Lamb is highly dispersive at low frequencies, when the wavelength is much greater than the plate thickness h , i.e. within the limit $kh \ll 1$ where k is the wave number. [Royer and Dieulesaint \[2000\]](#) indicate the following relationship between the angular frequency

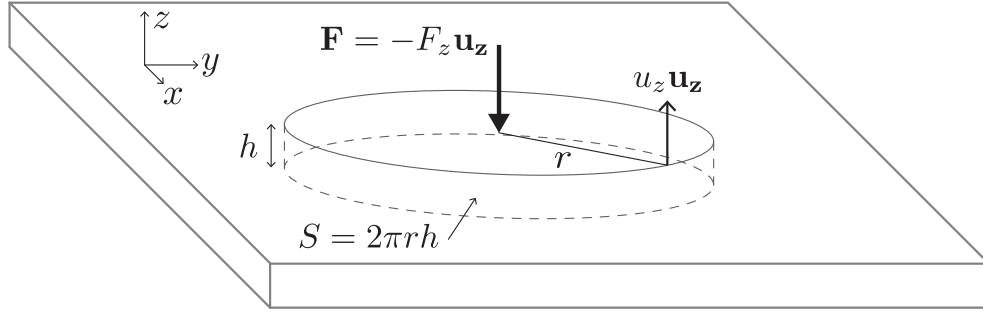


Figure 47 : Sketch of the plate of thickness h , characterized by Cartesian coordinates x, y, z . $z = 0$ corresponds to the plate free surface. When a normal impact force $-F_z \mathbf{u}_z$ excites the plate at the origin $(0, 0, 0)$, Lamb waves are emitted radially and generate a displacement field $\mathbf{u} \approx u_z(r, t) \mathbf{u}_z$. S is a closed section of the plate, surrounding the impact position and corresponds here to a cylinder of radius r and height equal to the plate thickness h .

ω and the wave number k , i.e. the dispersion relation verified by the mode A_0 for $kh \ll 1$:

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{B}{\rho h}}. \quad (62)$$

where ρ is the plate density. The bending stiffness B is defined by $B = h^3 E / (12(1 - \nu^2))$, where E and ν are the Young's modulus and Poisson's ratio of the plate material, respectively. The propagation speed of the energy, i.e. the group velocity $v_g = \partial\omega / \partial k$, therefore also depends on the wave number k (i.e. on the angular frequency ω):

$$v_g(\omega) = 2k \sqrt{\frac{B}{\rho h}}. \quad (63)$$

On the other hand, the mode is not dispersive at higher frequencies, where the wavelength becomes smaller than the plate thickness (i.e. $kh > 1$). The phase and group velocities, v_ϕ and v_g , both tend towards the Rayleigh wave speed [Royer and Dieulesaint, 2000].

2.1.1. Energy flux method

The first method to estimate the elastic energy is based on energy flux conservation on the first wave arrival. The energy density flux $\tilde{\Pi}(\omega)$ at frequency ω is by definition the bulk density of the total energy $\tilde{e}_t(\omega) = \tilde{e}_c(\omega) + \tilde{e}_p(\omega)$, integrated over plate thickness h , multiplied by the energy speed, i.e. the group velocity $v_g(\omega)$ [Royer and Dieulesaint, 2000]:

$$\tilde{\Pi}(\omega) \triangleq v_g(\omega) \int_{-h/2}^{h/2} \tilde{e}_t(\omega) dz. \quad (64)$$

For elastic waves propagating in a homogeneous guide (for example a plate), the bulk densities of kinetic and potential energies $\tilde{e}_c(\omega)$ and $\tilde{e}_p(\omega)$ are equal [e.g. Royer and Dieulesaint, 2000]:

$$\tilde{e}_c(\omega) = \tilde{e}_p(\omega) = \frac{1}{2} \rho |\tilde{V}_z(r, \omega)|^2, \quad (65)$$

where $\tilde{V}_z(r, \omega)$ is the time Fourier transform of the surface vibration speed $v_z(r, t)$.

According to Parseval's theorem, the elastic energy W_{el} radiated within the plate [equation (60)]

is equivalent to the integral over the frequencies ω of the radiated power, which is the flux $\tilde{\Pi}(\omega)$ integrated over a line surrounding the impact:

$$W_{el} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\oint \tilde{\Pi}(\omega) r d\theta \right] d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[v_g(\omega) \iint_S \rho |\tilde{V}_z(r, \omega)|^2 r d\theta dz \right] d\omega. \quad (66)$$

As waves propagate radially from the source, one can integrate the surface element $r d\theta dz$ over a cylinder of height equal to the plate thickness h and of radius equal to the distance r between the impact and the position of measurement (Figure 47). In equation (66), the distance r compensates the geometrical attenuation in $1/r^{1/2}$ of the vibration amplitude $\tilde{V}_z(r, \omega)$. In addition, other dissipation is due to the intrinsic viscosity of the plate. This dissipation can be modeled by $\exp(-\gamma(\omega)r)$, where $\gamma(\omega)$ is the coefficient representing the frequency-dependent attenuation of energy with distance r in the plate (see Appendix C):

$$W_{el} = \int_0^{+\infty} 2rh\rho v_g(\omega) |\tilde{V}_z(r, \omega)|^2 \exp(\gamma(\omega)r) d\omega. \quad (67)$$

Note that if we consider a constant group velocity v_g , we obtain an expression for W_{el} similar to that used by Hibert et al. [2014b] to estimate the energy of surface waves generated by rockfalls in a homogeneous surface layer of depth h in Dolomieu crater, Réunion Island.

2.1.2. Deconvolution method

As opposed to the energy flux method, here we compute the elastic energy from the estimation of the time dependence of the force of impact. Indeed, the energy W_{el} transferred into the plate at the point of application of a normal force $\tilde{F}_z(\omega)$ is the frequency integral of the radiated power, which is given by Goyder and White [1980]:

$$W_{el} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{|\tilde{F}_z(\omega)|^2}{8\sqrt{B\rho h}} d\omega \quad (68)$$

where ρ and h are respectively the plate density and thickness and B is the bending stiffness.

The normal force $\tilde{F}_z(\omega)$ can be deduced by deconvolution of the first arrival of the vertical vibration speed $\tilde{V}_z(r, \omega)$ with the plate Green's function $\tilde{G}_{zz}(r, \omega)$ using the projection on the direction z of the time Fourier transform of equation (61):

$$\tilde{V}_z(r, \omega) = i\omega \tilde{F}_z(\omega) \tilde{G}_{zz}(r, \omega). \quad (69)$$

The Green's function of thin plates is a combination of Hankel functions [e.g. Bouthier and Bernhard, 1995]:

$$\tilde{G}_{zz}(r, \omega) = \frac{1}{8Bk^2} (H_0^{(2)}(kr) - H_0^{(2)}(-ikr)) \quad (70)$$

where $i = \sqrt{-1}$. It is however more convenient to use its asymptotic expression for $kr \gg 1$ [e.g. Bouthier and Bernhard, 1995], which is valid for distances r greater than half a wavelength from the impact location [Noiseux, 1970]:

$$|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)| = \frac{1}{8Bk^2} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \quad (71)$$

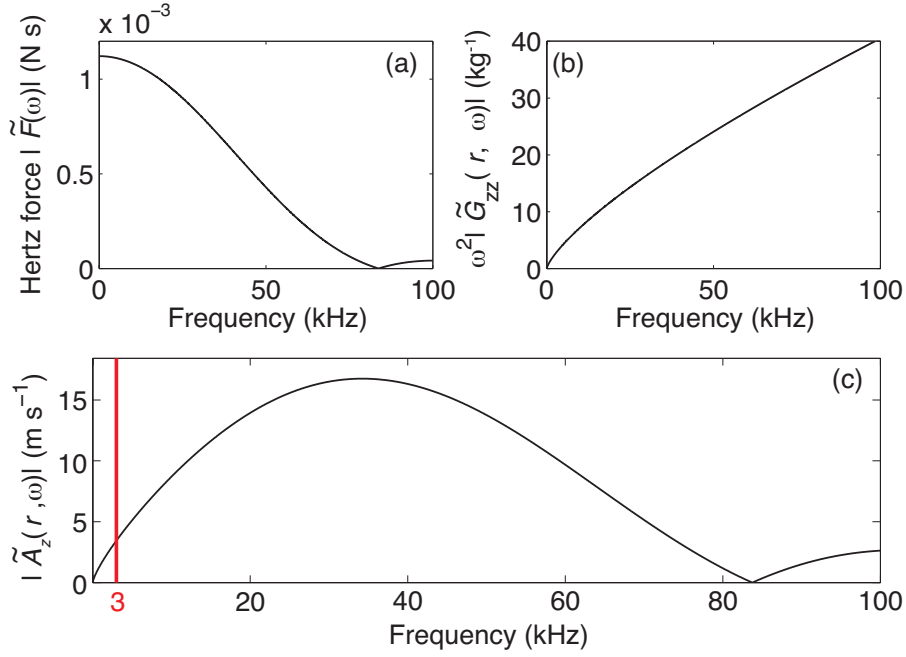


Figure 48 : (a) Fourier transform $|\tilde{F}(\omega)|$ of the ideal [Hertz](#) force of elastic impact of a 4 mm diameter steel sphere on PMMA. This force is multiplied by (b) the Green's function $|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)|$ [equation (71)] at $r = 10$ cm to obtain (c) the synthetic amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, \omega)|$.

Finally, the radiated elastic energy W_{el} is given by:

$$W_{el} = \frac{1}{8\pi\sqrt{B\rho h}} \int_0^{+\infty} \omega^{-2} \frac{|\tilde{V}_z(r, \omega)|^2}{|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)|^2} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega. \quad (72)$$

where $\exp(-\gamma(\omega)r)$ models the viscoelastic dissipation.

Interestingly, if we replace the Green's function $|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)|$ by its expression [equation (71)], we retrieve the same expression of W_{el} as for the energy flux method under the condition that $\omega = k^2\sqrt{B/\rho h}$, which is valid for $kh \ll 1$. Therefore, the two methods are equivalent at low frequencies $\omega \ll \sqrt{B/\rho h}/h^2$.

Note that the operation of dividing the amplitude of the vibration $|\tilde{V}_z(r, \omega)|$ by the Green's function $|\tilde{G}_{zz}(r, \omega)|$ is not trivial because the inverse Green's function diverges when k (or ω) tends towards 0 [see e.g. [Michaels et al., 1981](#); [McLaskey and Glaser, 2010](#)]. Therefore, we cannot deconvolve the signal and estimate the energy W_{el} below a cutoff frequency. In practice, we cut all frequencies below 3 kHz in the amplitude spectrum $|\tilde{V}_z(r, \omega)|$ before dividing it by the Green's function. Using a synthetic signal obtained by the convolution of the [Hertz](#) force for the elastic impact of bead diameters smaller than 20 mm with the Green's function in equation (71), we estimate that the energy W_{el} of the signal after the cutoff at 3 kHz is less than 5% smaller than the exact elastic energy (Figure 48).

2.1.3. Diffuse method

This technique is derived from classical methods used in room acoustics [see e.g. [Weaver, 1985](#), and references therein]. When the emitted wave is reflected off the boundaries many times, the elastic field becomes diffuse, i.e. homogeneously distributed over the plate and equipartitioned.

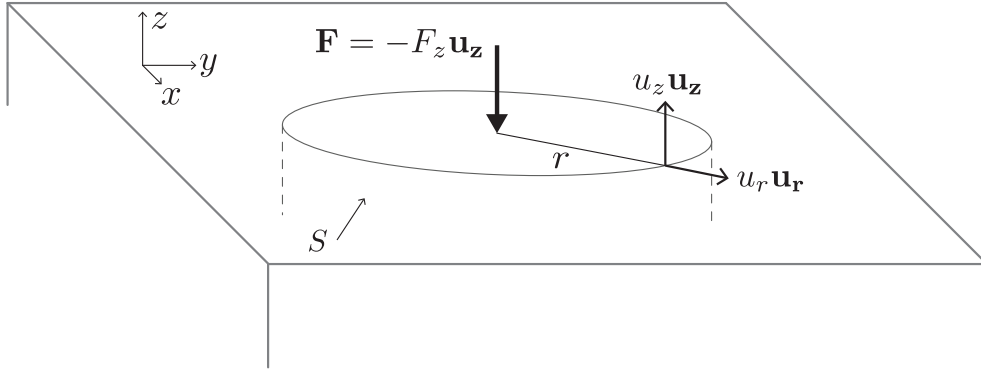


Figure 49 : Sketch of the block configuration, characterized by Cartesian coordinates x, y, z . $z = 0$ corresponds to the block free surface. When a normal impact force $-F_z \mathbf{u}_z$ excites the block normally at the origin $(0, 0, 0)$, Rayleigh waves are emitted radially at the surface and generate a displacement field $\mathbf{u} = u_r(r, z, t) \mathbf{u}_r + u_z(r, z, t) \mathbf{u}_z$ with an amplitude that decreases exponentially with depth z (see text). S is a closed section of the block, surrounding the impact position, and corresponds here to a cylinder of radius r and infinite height.

When the field is equipartitioned, the potential and kinetic energy are equal. At a given time t , the average over several periods (noted $\bar{}$) of the total energy $E_{tot}(t)$ within the plate therefore satisfies:

$$\overline{E_{tot}(t)} \approx \rho h S \overline{v_z(t)^2}. \quad (73)$$

where ρ , h and S are respectively the plate density, thickness and surface and $\overline{v_z(t)^2}$ is the average of the normal squared vibration speed $v_z(r, t)^2$ over several periods. When the field is diffuse, the energy decreases exponentially with time due to viscoelastic dissipation:

$$\overline{E_{tot}(t)} \approx \rho h S \overline{v_z(t_0)^2} \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau}\right), \quad (74)$$

where t_0 is the instant of the impact and τ is the characteristic time of energy dissipation. This time equals $(\gamma v_g)^{-1}$ (see Appendix C). The elastic energy radiated in the plate at the instant t_0 is therefore:

$$W_{el} = \langle \overline{E_{tot}(t_0)} \rangle \approx \rho h S \overline{v_z(t_0)^2}. \quad (75)$$

Knowing the instant of impact t_0 and the characteristic time τ is sufficient to determine the elastic energy W_{el} . Note that $\overline{v_z(t_0)^2}$ may fluctuate with the position of vibration measurement depending on how the assembly of proper modes of the plate are excited. This result assumes that no mode conversion occurs off the plate boundaries between the normally vibrating mode A_0 and transversal horizontal (TH) or longitudinal (S_0) modes.

2.2. Thick blocks

A force $\mathbf{F}(t) = -F_z \mathbf{u}_z$ is applied normally at a given position $(x, y, 0)$ over the surface ($z = 0$) of a homogeneous and isotropic thick block (Figure 49). The expression “thick block” means that the duration of impact T_c is shorter than the two-way travel time of the compressional wave from the closest border of the block.

The problem of wave generation in a semi-infinite solid is commonly referred as Lamb’s problem [Lamb, 1904]. It has been treated many times for various sources below the surface [e.g. Lamb, 1904; Miller and Pursey, 1954; Aki and Richards, 1980] and at the surface [e.g. Lamb, 1904; Miller

and Pursey, 1954, 1955; Kausel, 2013]. The elastic energy W_{el} initially input within blocks by a normal force is distributed among three different modes: compressional wave P , shear vertical wave SV and surface Rayleigh waves. Sánchez-Sesma et al. [2011] give the partitions π_P , π_S and π_R of energy radiated in P , SV and Rayleigh waves respectively, as a function of the Poisson ratio ν . For a concrete block with $\nu = 0.4$, the energy partition is $\pi_R \approx 61\%$ in Rayleigh waves, $\pi_S \approx 35\%$ in SV waves and only $\pi_P \approx 4\%$ in P waves.

The vibration propagating at the surface of the block contains Rayleigh waves but also compressional and shear waves as shown by the expression of the Green's function \tilde{G}_{zz} owing to a normal surface force (see section 3.2, p.75):

$$\tilde{G}_{zz} = \tilde{G}_{zz}^P + \tilde{G}_{zz}^S + \tilde{G}_{zz}^R \quad (76)$$

where \tilde{G}_{zz}^P , \tilde{G}_{zz}^S and \tilde{G}_{zz}^R are the contributions of each mode:

$$\tilde{G}_{zz}^P(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_P \frac{k_1}{(k_1 r)^2} \exp(-i\omega r/c_P), \quad (77)$$

$$\tilde{G}_{zz}^S(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_S \frac{k_1}{(k_1 r)^2} \exp(-i\omega r/c_S), \quad (78)$$

$$\tilde{G}_{zz}^R(r, \omega) \approx -\frac{i}{\mu} A_R k_1 \sqrt{\frac{2}{\pi k_1 r}} \exp\left(-i\left(\omega r/c_R - \frac{\pi}{4}\right)\right). \quad (79)$$

In these equations, A_P , A_S and A_R are functions of Poisson's ratio ν (see Figure 36, p.78), c_P , c_S and c_R are the compressional, shear and Rayleigh wave speeds, respectively, μ is the Lamé shear modulus and $k_1 = \omega/c_P$ is the wave number. The expressions of these Green's functions show that the energy of compressional and shear waves at the surface decreases with frequency f and distance r as $(fr)^{-4}$ while the energy of Rayleigh waves varies as f/r . Therefore, the Rayleigh waves dominate the signal at high frequencies and far from the impact [Lamb, 1904; Miller and Pursey, 1955].

In the following, we apply the energy flux and deconvolution methods on the Rayleigh waves to deduce the total radiated energy W_{el} . Consequently, we need to determine the percentage $\pi_R^{surf}(r)$ of Rayleigh waves in the energy at the position r of recording. To that end, we compute the impact force from Hertz elastic model [e.g. Johnson, 1985] (Figure 50a) and convolve it with the Green's functions \tilde{G}_{zz}^P , \tilde{G}_{zz}^S and \tilde{G}_{zz}^R and the total Green's function at $r = 20$ cm on concrete (Figure 50b) to obtain the synthetic vibration acceleration $a_z(r, t)$ associated with each mode (Figure 50c). The compressional wave arrives clearly before the other modes. However, shear and Rayleigh waves arrive roughly at the same time and are mixed together. The total vibration acceleration $a_z(r, t)$ is very similar to that of the Rayleigh waves with the exception of the small wavelet corresponding to the compressional wave. Because shear and Rayleigh waves are out of phase, the maximum amplitude of the total vibration acceleration is 12% lower than that of the Rayleigh waves only and its squared integral is 18% lower.

The contribution of each mode n to the signal energy as a function of the frequency f is therefore simply $|\tilde{A}_z^n(r, f)|^2 / \sum_i |\tilde{A}_z^i(r, f)|^2$, where $|\tilde{A}_z^n(r, f)|$ is the amplitude spectrum of the signal $a_z^n(r, t)$ associated with the n^{th} mode (Figure 50d). Shear waves dominate the signal at low frequencies up to about $f = 7000$ Hz, where surface Rayleigh waves become overriding. The percentage of compressional waves is much smaller ($<10\%$) and decreases with frequency. For frequencies greater than 30 kHz, the surface vibration contains only Rayleigh waves. The integration of these energy partitions over the frequencies f gives the percentages of Rayleigh, compressional and shear waves at the surface (Figures 50e and 50f). For example, the percentages for a 5 mm diameter steel bead dropped from a height of 10 cm at $r = 20$ cm on a concrete block ($\nu = 0.4$) are respectively $\pi_R^{surf} = 98.5\%$, $\pi_P^{surf} = 0.1\%$ and $\pi_S^{surf} = 1.4\%$. Note that, at a

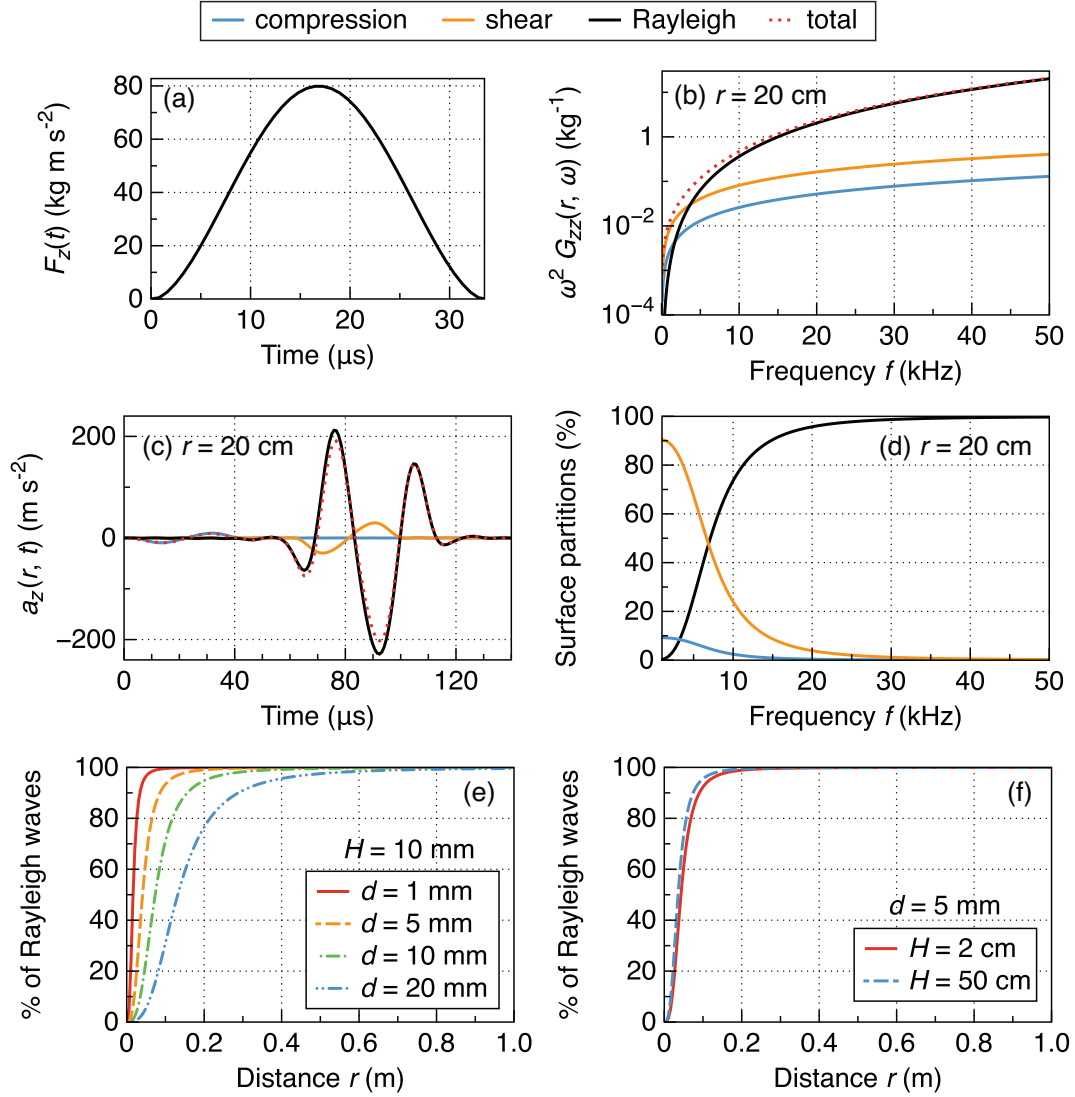


Figure 50 : (a) Hertz's force of elastic impact of a steel bead of diameter $d = 5$ mm dropped from height $H = 10$ cm on a concrete block is convolved with (b) the Green's functions \tilde{G}_{zz}^P , \tilde{G}_{zz}^S and \tilde{G}_{zz}^R [equations (77), (78) and (79), respectively], multiplied by ω^2 , at $r = 20$ cm from the impact to obtain (c) the synthetic vertical vibration acceleration $a_z(r, t)$ of each mode at the surface. (d) Percentage of the energy transported by compressional, shear and Rayleigh waves at $r = 20$ cm from the impact as a function of frequency f . (e) Percentage $\pi_{surf}^R(r)$ of Rayleigh waves in the surface vibration as a function of the distance r from the impact for (e) a fall height $H = 10$ cm and different bead diameters d and (f) for a bead diameter of $d = 5$ mm and fall heights $H = 5$ cm and $H = 50$ cm.

given distance from the impact, the percentage π_R^{surf} of Rayleigh waves decreases as the bead diameter d increases (Figure 50e) and the height of fall H decreases (Figure 50f). For example, at $r = 20$ cm, Rayleigh waves represent 99.9% of the signal for $d = 1$ mm while only about 71% for $d = 20$ mm (Figure 50e). In other words, if we assume that the signal contains only Rayleigh waves at $r = 20$ cm from the impact, the error introduced in the energy W_{el} is negligible for a bead of diameter $d = 1$ mm but is about 30% for $d = 20$ mm. On the other hand, the influence of the height of fall H on this percentage is negligible over the range of heights investigated here (5 cm to 50 cm, Figure 50f).

For the last method, based on the diffuse field approximation, the partitions π_R and $\pi_R^{surf}(r)$ indicated above are no longer valid because the energy is distributed over the three directions of space x , y and z . In this case, we use the horizontal to vertical amplitude ratio

$$\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}} = \frac{|\tilde{V}_x(r, \omega)| + |\tilde{V}_y(r, \omega)|}{|\tilde{V}_z(r, \omega)|}, \quad (80)$$

calculated by [Sánchez-Sesma et al. \[2011\]](#) for diffuse fields, to deduce the elastic energy W_{el} from the normal surface vibration speed $\tilde{V}_z(r, \omega)$, using the same method as for plates.

2.2.1. Energy flux method

We can estimate the total energy radiated in elastic waves from the energy transported by Rayleigh waves. Their energy W_{el}^R is calculated similarly to the elastic energy in plates [equation (66)]:

$$W_{el}^R = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[\rho v_g \iint_S |\tilde{V}^R(r, z, \omega)|^2 r d\theta dz \right] d\omega. \quad (81)$$

where $\tilde{\mathbf{V}}^R = \tilde{V}_r^R \mathbf{u}_r + \tilde{V}_z^R \mathbf{u}_z$ is the vibration speed associated with Rayleigh waves in both directions \mathbf{u}_r and \mathbf{u}_z (Figure 49). The asymptotic amplitudes far from the source of the vibration speeds \tilde{V}_r^R and \tilde{V}_z^R of surface waves are given as a function of depth z by [Miller and Pursey \[1955\]](#):

$$|\tilde{V}_r^R(r, z, \omega)| \approx \omega \frac{\tilde{F}_z(\omega)}{\mu f'_0(x_0)} \sqrt{\frac{\pi k_1 x_0^3}{2r}} \left(2\sqrt{x_0^2 - 1} \sqrt{x_0^2 - \eta^2} e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1 \right), \quad (82)$$

$$|\tilde{V}_z^R(r, z, \omega)| \approx \omega \frac{\tilde{F}_z(\omega)}{\mu f'_0(x_0)} \sqrt{\frac{\pi k_1 x_0 (x_0^2 - 1)}{2r}} \left(2x_0^2 e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1 \right), \quad (83)$$

where μ is the Lamé shear modulus, $k_1 = \omega/c_P$, with angular frequency $\omega = 2\pi f$ and compressional wave speed c_P , $f_0(x) = (2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2 \sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - \eta^2)}$, x_0 is the positive root of f_0 and $\eta = \sqrt{2(1 - \nu)/(1 - 2\nu)}$, ν is Poisson's ratio, $e_\eta = \exp(-k_1 z \sqrt{x_0^2 - \eta^2})$ and $e_1 = \exp(-k_1 z \sqrt{x_0^2 - 1})$. From these equations, we deduce that the total vibration speed \tilde{V}^R is related to its vertical component \tilde{V}_z^R by:

$$|\tilde{V}^R(r, z, \omega)|^2 = |\tilde{V}_z^R(r, z, \omega)|^2 \left[1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_R^2 \right] \quad (84)$$

with

$$\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_R = \frac{|\tilde{V}_r^R(r, z, \omega)|}{|\tilde{V}_z^R(r, z, \omega)|} = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 - 1}} \frac{2\sqrt{x_0^2 - 1} \sqrt{x_0^2 - \eta^2} e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1}{2x_0^2 e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1}. \quad (85)$$

Equation (83) also shows that \tilde{V}_z^R decreases exponentially with depth z as

$$\tilde{V}_z^R(r, z, \omega) = \tilde{V}_z^R(r, z = 0, \omega) \frac{2x_0^2 e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1}{\eta^2}. \quad (86)$$

The integral over the surface S surrounding the impact in equation (81) then becomes:

$$\iint_S |\tilde{V}^R(r, z, \omega)|^2 r d\theta dz = 2\pi r \frac{|\tilde{V}_z^R(r, z = 0, \omega)|^2}{k_1} A(\nu), \quad (87)$$

where $A(\nu) = \int_0^{+\infty} \left[1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_R^2 \right] (2x_0^2 e_\eta - (2x_0^2 - \eta^2) e_1)^2 / \eta^4 d(k_1 z)$ is a function of Poisson's ratio ν only and equal to 1.6 for our concrete block with $\nu = 0.4$.

Furthermore, as discussed earlier, the squared vibration speed of Rayleigh waves $|\tilde{V}_z^R(r, z = 0, \omega)|^2$ represents a proportion $\pi_R^{surf}(r)$ of the vertical squared vibration speed $|\tilde{V}_z(r, z = 0, \omega)|^2$, that also includes the effects of compressional and shear waves. Thus, using equations (81), (84) and (87), we express the energy W_{el}^R of Rayleigh waves as a function of the sole vertical component of the vibration speed measured at the surface of the block:

$$W_{el}^R = 2\rho r v_g c_p \pi_R^{surf}(r) A(\nu) \int_0^{+\infty} |\tilde{V}_z(r, z = 0, \omega)|^2 \omega^{-1} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega, \quad (88)$$

where $\exp(-\gamma(\omega)r)$ models the viscoelastic dissipation. In practice, we cut the frequencies below 3 kHz in the amplitude spectrum $|\tilde{V}_z(r, z = 0, \omega)|$ to avoid the divergence of the term within the integral as ω tends towards 0 (see section 2.1.2, p.99).

Finally, the energy W_{el}^R of Rayleigh waves represents only a percentage π_R of the total elastic energy W_{el} radiated within the block, thus:

$$W_{el} = \frac{W_{el}^R}{\pi_R} = 2\rho r v_g c_p \frac{\pi_R^{surf}(r)}{\pi_R} A(\nu) \int_0^{+\infty} |\tilde{V}_z(r, z = 0, \omega)|^2 \omega^{-1} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega. \quad (89)$$

2.2.2. Deconvolution method

Miller and Pursey [1955] deduced an analytical expression for the elastic energy W_{el} from the surface deformation created by the action of a point force $\tilde{F}(\omega)$ (in the time Fourier domain) on the surface of a semi-infinite solid:

$$W_{el} = \frac{\eta^4 \beta}{2\pi^2 \rho c_p^3} \int_0^{+\infty} \omega^2 |\tilde{F}(\omega)|^2 d\omega, \quad (90)$$

where β is the imaginary part of

$$\int_0^X \frac{x \sqrt{x^2 - 1}}{f_0(x)} dx, \quad (91)$$

with $f_0(x) = (2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2 \sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - \eta^2)}$, $\eta = \sqrt{2(1 - \nu)/(1 - 2\nu)}$ and X a number greater than the real root x_0 of f_0 . The coefficient β depends only on the Poisson ratio ν (see Appendix D for details on the calculation of β).

In our case, the impact force $\tilde{F}(\omega)$ is vertical and can be obtained from the normal surface vibration speed $\tilde{V}_z^R(r, z = 0, \omega)$ using equation (69) with the Green's function of Rayleigh waves

[equation (79)]. Therefore, the elastic energy W_{el} is given by:

$$W_{el} = \frac{\eta^4 \beta \pi_R^{surf}(r)}{2\pi^2 \rho c_p^3} \int_0^{+\infty} \frac{|\tilde{V}_z^R(r, z=0, \omega)|^2}{|\tilde{G}_{zz}^R(r, \omega)|^2} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega \quad (92)$$

To compute the elastic energy, we perform the same operation as in section 2.1.2, p.99 because the inverse Green's function $1/\tilde{G}_{zz}$ also diverges as ω tends toward 0.

If we replace $|\tilde{G}_{zz}^R(r, \omega)|$ by its expression in equation (79), we obtain:

$$W_{el} = 2\rho r v_g c_p \pi_R^{surf}(r) \frac{\beta x_0}{8\pi A_R^2} \int_0^{+\infty} |\tilde{V}_z(r, z=0, \omega)|^2 \omega^{-1} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega \quad (93)$$

Note that the energy W_{el} calculated with the energy flux method [equation (89)] and the energy calculated from the impact force [equation (93)] are proportional to the same integral. The difference between the energies computed with the two methods can be estimated by the ratio of the coefficients in front of the integral in equations (89) and (93), i.e. $\beta x_0 \pi_R / 8\pi A_R^2 A(\nu)$, which equals 1 ± 10^{-4} regardless of Poisson's ratio ν . The two methods are therefore equivalent.

2.2.3. Diffuse method

This method is very similar to that applied for plates (see section 2.1.3, p.100). After many reflections of the wave front off the block boundaries, the energy within the block is expected to be distributed along the three directions of space. The ratio of horizontal to vertical amplitude at the surface of a semi-infinite medium under a diffuse field approximation is given by Sánchez-Sesma et al. [2011] for a normal loading force as a function of the Poisson ratio ν : $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse} \approx 1.245 + 0.348\nu$. For our concrete block ($\nu = 0.4$), $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse} \approx 1.38$. The expression of the elastic energy W_{el} previously demonstrated for plates [equation (75)] remains valid for blocks but must be multiplied by $1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse}^2$ to take into account the energy distribution over the three directions of space:

$$W_{el} \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse}^2\right) \rho V \overline{v_z(t_0)^2}, \quad (94)$$

where V is the block volume.

3. Experimental test

3.1. Setup

We conduct impact experiments on two thin plates and a thick block to test the three methods presented in the previous section. Piezoelectric charge shock accelerometers (type 8309, *Brüel & Kjær*) record the normal acceleration generated by impacts at various positions. The surface vibration is digitalized with an acquisition rate of 0.3 MHz via an 8-channel acquisition card NI PCI-6133 (*National Instruments*). The accelerometers have a rather flat response over a wide range of frequencies (1 Hz to 54 kHz). Note that only one accelerometer is necessary to measure the elastic energy regardless of the method used because the radiated wave field is isotropic. Nevertheless, several sensors are placed at different distances from the impact to measure wave dispersion and energy attenuation with distance, i.e. the coefficient $\gamma(\omega)$ in equations (67) and (88) (Table 6).

Table 6 : Physical values used for calculation of the elastic energy in the glass plate and the concrete block: density ρ , Young's modulus E , Poisson ratio ν , compressional and shear wave speeds c_P and c_S , bending stiffness B , characteristic distance $1/\gamma$ and time τ of energy attenuation, group velocity v_g (that depends on the frequency f (in Hz)), phase velocity v_ϕ and coefficient β . Glass parameters are from Fuegel [2007] and PMMA parameters from the MIT material properties database [MIT, 2014]. Elastic parameters E and ν of concrete are estimated from the compressional and shear wave velocities measured through the block and the density ρ of concrete is from Elert, G. [1999].

material	ρ (kg m ⁻³)	E (GPa)	ν -	c_P (m s ⁻¹)	c_S (m s ⁻¹)	B (J)
glass	2500	74	0.2	5730	3500	4760
PMMA	1180	4.4	0.37	1920	860	357
concrete	2200	16.3	0.4	4030	1620	-

material		γ (1/m)	τ (s)	v_g (m s ⁻¹)	v_ϕ (m s ⁻¹)	β -
glass	$kh < 1$	$0.014f^{1/6}$	$3.8f^{-2/3}$	$18.6f^{1/2}$	$9.3f^{1/2}$	-
	$kh > 1$	$8.5 \times 10^{-5}f^{2/3}$		3100	3100	
PMMA	$kh < 1$	1	$0.09f^{-1/2}$	$11.7f^{1/2}$	$5.8f^{1/2}$	-
	$kh > 1$	$4.8 \times 10^{-3}f^{2/3}$		1400	1400	
concrete	-	$2.3 \times 10^{-5}f$	$28f^{-1}$	1530	1530	0.3

The impactors are spherical steel beads of density 7800 kg m⁻³ and diameter ranging from 1 mm to 20 mm. The beads are dropped from various heights from 2 cm to 25 cm, without initial velocity and rotation, on a circular glass plate with a radius of 40 cm and thickness of 1 cm, on a 1.2×1 m² PMMA plate with a thickness of 1 cm and on a $3 \times 1.5 \times 0.6$ m³ concrete block. The properties of these structures are presented in Table 6. The two plates and the block were selected to check as comprehensively as possible the assumptions made in the previous section to calculate the elastic energy. This is discussed in the following paragraphs.

3.2. Validation of the “thin plate” and “thick block” approximations

The calculations in the previous section are valid for thin plates and thick blocks. For plates, this means that the two-way travel time in the plate thickness is less than the impact duration. On the other hand, for blocks, the two-way travel time from the block's closest boundary must be greater than the impact duration. From Hertz's 1882 theory of elastic impact between spheres [see Johnson, 1985], we estimate the duration of impact T_c for steel beads with diameters d between 1 mm and 20 mm on glass, PMMA and concrete. For glass, T_c varies from 4.3 μ s to 130 μ s with increasing bead diameter d and is longer than the two-way travel time in the plate thickness $2h/c_P = 0.02/5730 \approx 3.5$ μ s, where c_P is the compressional wave speed in glass. For PMMA, T_c varies from 14.3 μ s to 286 μ s and is always greater than $2h/c_P = 0.02/1920 \approx 10.4$ μ s. The two plates can thus be considered as thin. On the concrete block, T_c varies from 13 μ s to 130 μ s as d increases from 1 mm to 20 mm. The shortest two-way travel time is $L/c_P = 1.2/4030 \approx 300$ μ s, which is greater than the greatest impact duration. Our concrete block can therefore be considered as thick.

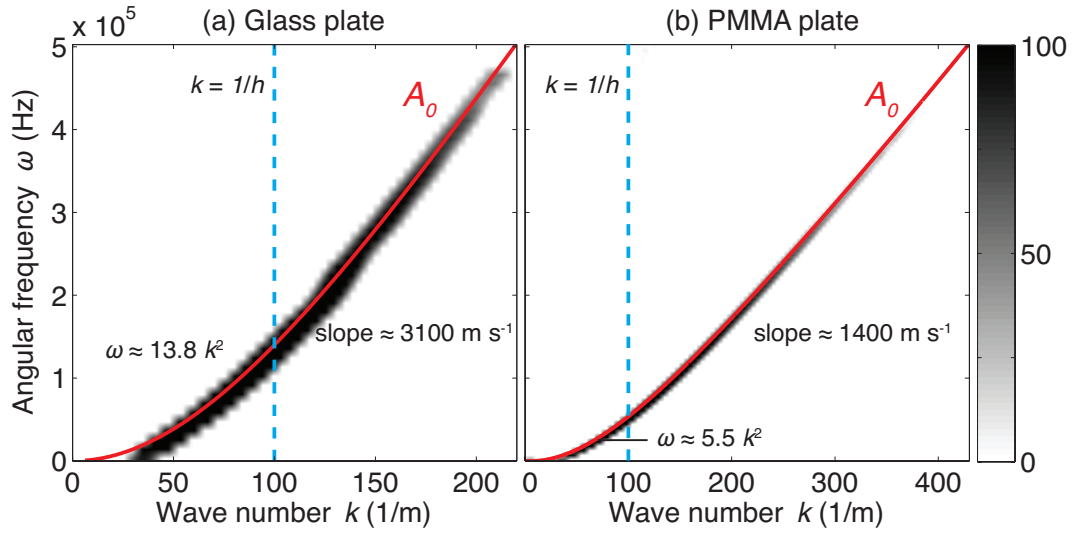


Figure 51 : Relation between the angular frequency ω and the wave number k (i.e. dispersion relation) for the direct wave front in (a) the glass plate and (b) the PMMA plate. Light and dark shading represent respectively low and high power spectral energy (normalized). Full red line: theoretical dispersion relation for the fundamental mode of Lamb A_0 in a glass plate and a PMMA plate of thickness $h = 1$ cm and elastic parameters reported in Table 6.

3.3. Determination of the dispersion relation

For plates, we assume that the fundamental mode A_0 of Lamb is the sole mode excited. To test this assumption, we measure the wave front emitted by a given bead impact at several distances in order to observe wave dispersion. As expected, for the plates of glass and PMMA the relation between the angular frequency ω and the wave number k , i.e. the dispersion relation, corresponds exactly to that of the fundamental mode A_0 of Lamb (Figures 51a and 51b). At low frequencies, i.e. for $kh < 1$, the dispersion relation can be approximated by $\omega \approx 13.8k^2$ in glass and $\omega \approx 5.5k^2$ in PMMA, thus satisfying equation (62) with a bending stiffness $B = 4760$ J and $B = 357$ J, respectively. For $kh > 1$, the relation between the frequency and the wave number becomes roughly linear and the group velocity $v_g = \partial\omega/\partial k$ tends towards the Rayleigh wave velocity that is ≈ 3100 m s $^{-1}$ for glass and ≈ 1400 m s $^{-1}$ for PMMA.

For the glass and PMMA plates, we estimate the energy associated with the longitudinal S_0 mode with an accelerometer on the plate border. In both plates, the energy of this mode is about 0.2% of that of the vertical A_0 mode and is consequently negligible. The plates vibration is therefore mostly normal to the surface. The lowest secondary mode in plates is the mode A_1 that has a cutoff frequency equal to $c_S/4h \approx 82$ kHz in glass and 22 kHz in PMMA, where c_S is the shear wave speed. The accelerometers record frequencies up to 80 kHz, therefore we do not measure modes higher than the A_0 mode in glass. In PMMA, however, the mode A_1 may be present but its amplitude is too low to be detected in the dispersion curve $\omega = f(k)$ (Figure 51b).

We obtain the relation between the angular frequency ω and the wave number k for the concrete block using the same method as for the plates (Figure 52). This relation is roughly linear with a slope of 1530 m s $^{-1}$ that corresponds to both the phase v_ϕ and group v_g velocities.

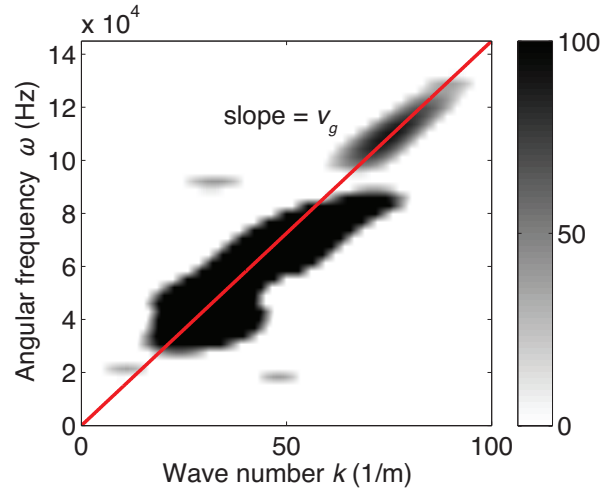


Figure 52 : Relation between the angular frequency ω and the wave number k (i.e. dispersion relation) for the direct wave front in the concrete block. Light and dark shading represent respectively low and high power spectral energy (normalized). The angular frequency ω is roughly proportional to the wave number k (full red line). The group velocity $v_g = \partial\omega/\partial k$ equals the phase velocity $v_\phi = \omega/k$ and is about 1530 m s^{-1} .

3.4. Description of the measured signals

In the glass plate, the smallest distance of energy attenuation (i.e. for the greatest frequency 80 kHz) is $1/\gamma \approx 6.5 \text{ m}$, which is 8 times greater than the plate diameter (Table 6). As a consequence, the accelerometers record a long coda after each bead impact owing to the multiple side reflections off the lateral sides of the plate (Figure 53a). Concrete is more attenuating and the mean attenuation distance is smaller than the block dimension ($1/\gamma \approx 1 \text{ m} \approx 0.3L$). Yet, we measure several tens of side reflections (Figure 54a). In the glass plate and the concrete block, there are enough reflections for a diffuse field to be set up and we can apply the diffuse field method to estimate the elastic energy. After about 30 side reflections on the glass plate and 10 on the block, the averaged squared vibration amplitude $|\overline{a_z(r, t)}|^2$ decreases exponentially with time, until it reaches the noise level (Figures 53b and 54b). We can thus measure the characteristic time τ of energy attenuation as a function of frequency f and we verify that $\tau = (\gamma v_g)^{-1}$ for every frequency (Table 6). On the other hand, side reflections are too attenuated in the PMMA plate and we cannot use the diffuse field method for this plate (Figure 55a).

The two plates and the block are sufficiently large to record a majority of the first arrival of the emitted vibration before the return of the first side reflection (Figures 53c, 54c and 55a). From a practical viewpoint, to identify the first arrival, we calculate the velocity of the fastest mode within the solid, i.e. A_0 mode in the plates and P waves in the block, knowing the position of the source and the accelerometers. We can therefore use the energy flux and deconvolution methods for experiments on the glass and PMMA plates and on the concrete block.

The time Fourier transform of the first arrival gives the amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ (Figures 53d, 54d and 55c). Impacts of beads excite a wide frequency range up to about 80 kHz and are characterized by an energy peak with a central frequency between 2 kHz and 40 kHz (Figure 56). The duration of impact increases with the bead diameter and consequently the peak frequency of the generated vibration decreases. Interestingly, for all beads of diameter smaller than 5 mm, the peak frequency is constant for impacts on glass and equals 34 kHz.

We compare the measured signals and amplitude spectra with synthetic signals obtained by

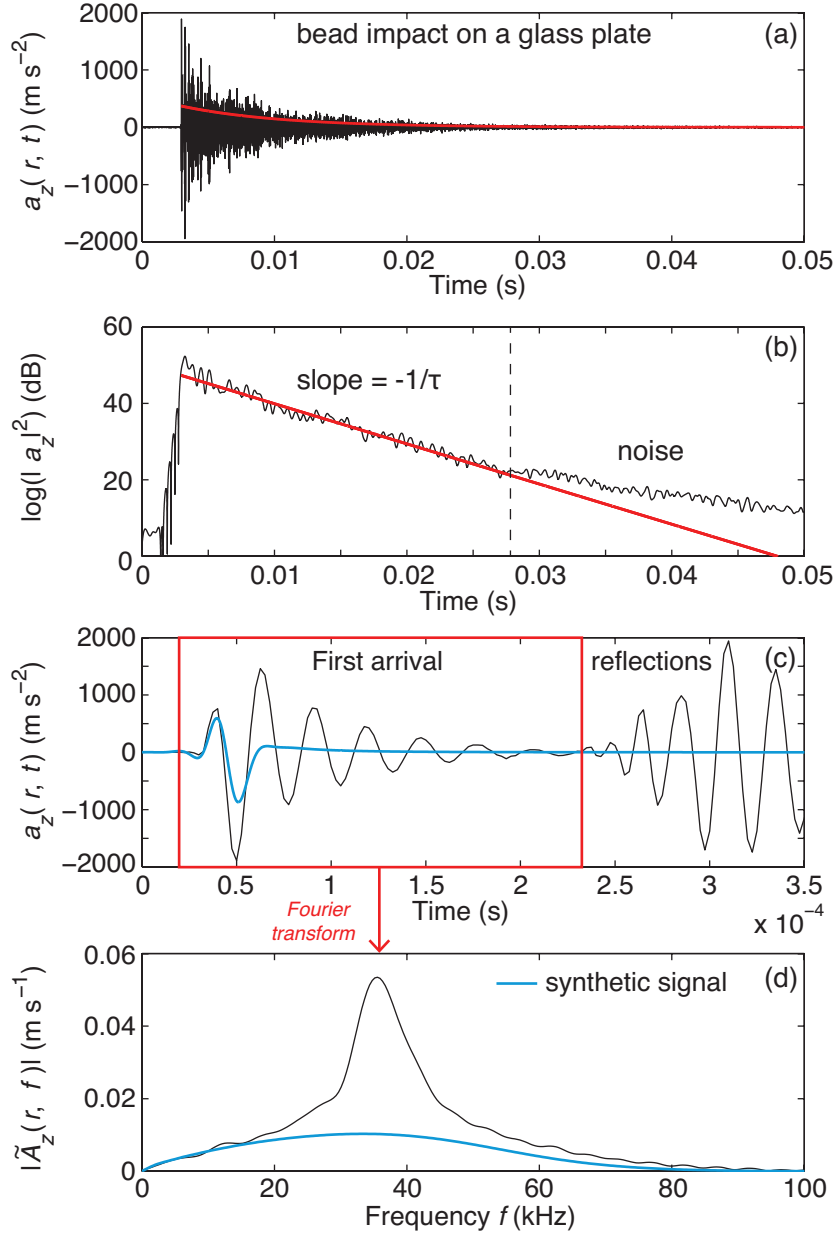


Figure 53 : (a)-(c) Normal surface acceleration $a_z(r, t)$, filtered below 100 kHz, recorded at $r = 6$ cm from the source after the impact of a steel bead of diameter 4 mm on the glass plate. (a) and (b) The wave reflects many times off the plate lateral sides and the energy decreases exponentially with time due to viscoelastic dissipation (thick red line). In (b), $a_z(r, t)$ is squared, filtered below 2000 Hz and plotted in semi-log form. (c) The plate is sufficiently large to record the first wave arrival entirely (thick red frame) before the return of the first side reflections. (d) Time Fourier transform $|\tilde{A}_z(r, f)|$ of the first wave arrival as a function of the frequency f . The thick blue line in (c) and (d) is a synthetic signal obtained with the convolution of the Green's function in equation (71) with the force of Hertz.

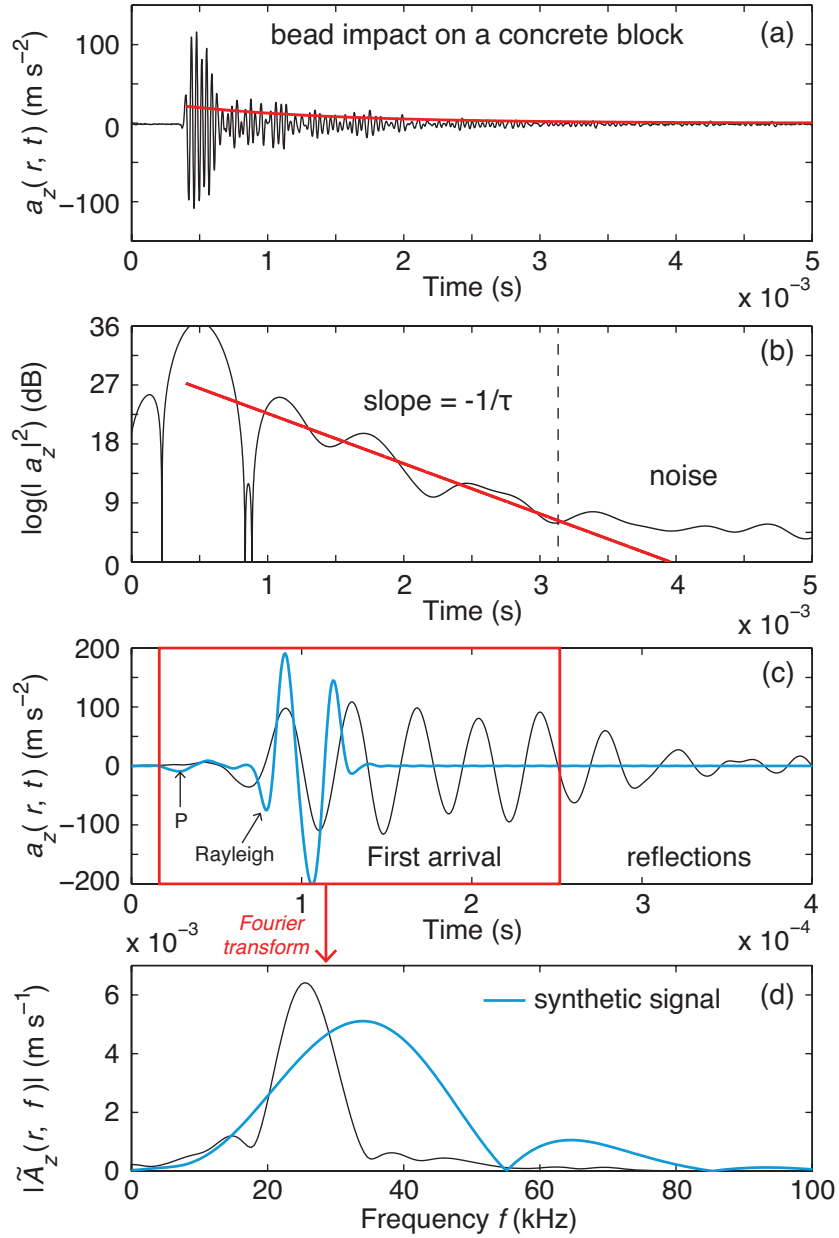


Figure 54 : (a)-(c) Normal surface acceleration $a_z(r, t)$ recorded at $r = 20$ cm from the source after the impact of a steel bead of diameter 5 mm on the concrete block. (a) and (b) The wave reflects several times off the block boundaries and the energy decreases exponentially with time due to viscoelastic dissipation (thick red line). In (b), $a_z(r, t)$ is squared, filtered below 2000 Hz and plotted in semi-log form. (c) The block is sufficiently large to record most of the first wave arrival (thick red frame) before the return of the first side reflection that should arrive on the right side of the thick frame. (d) Time Fourier transform $|\tilde{A}_z(r, f)|$ of the first wave arrival as a function of the frequency f . The thick blue line in (c) and (d) is a synthetic signal obtained with the convolution of the Green's function in equation (76) with the force of Hertz. In the temporal synthetic signal in (c), we can discern the compressional wave (noted P) and the Rayleigh waves.

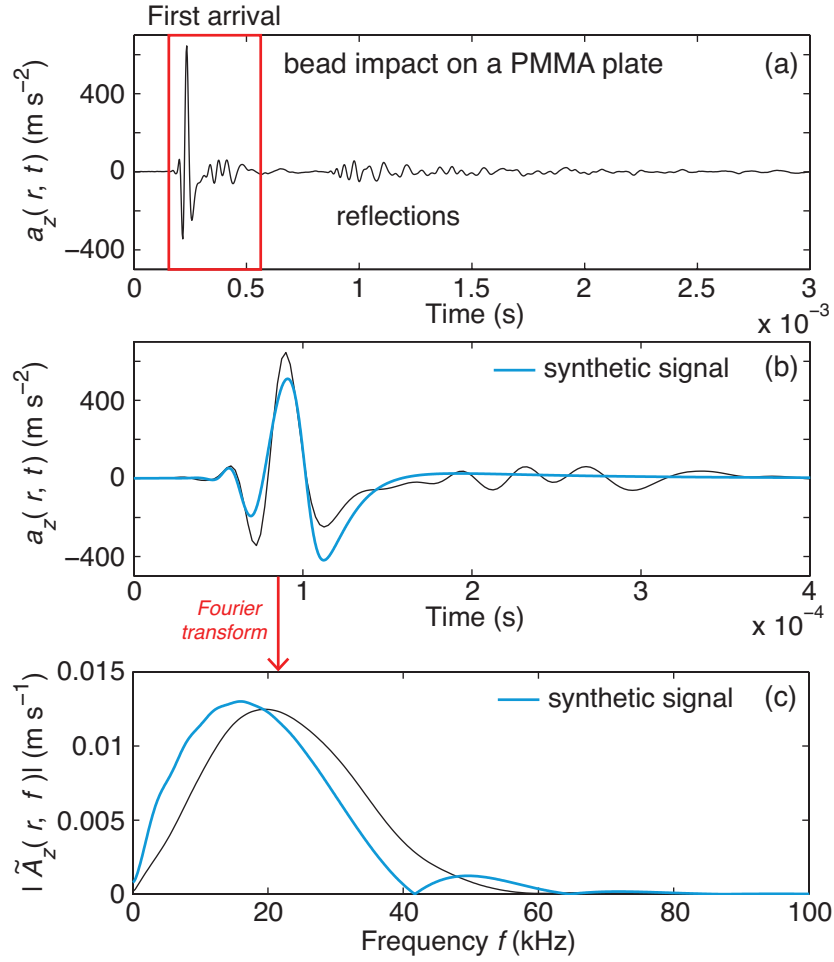


Figure 55 : (a) and (b) Normal surface acceleration $a_z(r, t)$, filtered below 100 kHz, recorded at $r = 10$ cm from the source after the impact of a steel bead of diameter 3 mm on the PMMA plate. (a) The direct wave front (thick red frame) is clearly separated from its reflections off the plate lateral sides. (b) Zoom on the first wave arrival. (c) Time Fourier transform $|\tilde{A}_z(r, f)|$ of the first wave arrival as a function of the frequency f . The thick blue line in (b) and (c) is a synthetic signal obtained with the convolution of the Green's function in equation (71) with the force of Hertz.

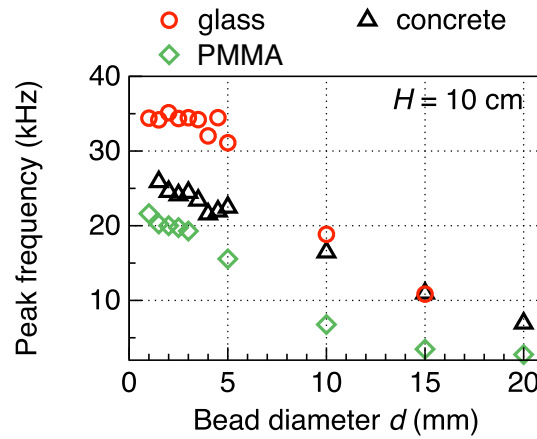


Figure 56 : Frequency of the maximum of the amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$, or peak frequency, for impacts of steel beads of different bead diameters d on the glass plate, PMMA plate and concrete block. The peak frequency is independent of the fall height in the range investigated.

convolution of the Green's function [equations (71) and (76)] with Hertz's force of elastic impact (Figures 53c, 53d, 55b, 55c, 54c and 54d). A good agreement with elastic theory is observed for the PMMA plate in terms of amplitude and frequencies (Figures 55b and 55c). In the glass plate, the very beginning of the temporal signal is well reproduced by the elastic theory but the measured signal lasts much longer than the synthetic signal and has a greater amplitude (Figure 53c). The amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ is completely different than that predicted using Hertz's force (Figure 53d). The measured spectrum has an amplitude peak centered around 34 kHz while the synthetic spectrum is of much lower amplitude. The agreement with Hertz's theory is also unsatisfactory on the concrete block in terms of amplitude and frequencies (Figures 54c and 54d). Moreover, we can discern the compressional wave and the Rayleigh wave in the synthetic signal but not in the measured signal (Figure 54c). The discrepancies observed with Hertz's theory are discussed in the next section.

3.5. Estimation of elastic energy

For experiments on bead impacts on the glass and PMMA plates, the energy flux and deconvolution methods give almost identical results (Figure 57a and 57c). The energy obtained with deconvolution is 2% greater than that obtained with the energy flux method on the glass plate and 5% greater on PMMA. On the glass plate, we also observe a fair agreement between the energy estimated using the energy flux method and the diffuse method (Figure 57b). The lower signal to noise ratio for small beads (i.e. for $W_{el} < 10^{-7}$ J, Figure 57b) leads to an error of +20% on the elastic energy W_{el} with the diffuse method with respect to the energy flux method. However, the difference between the methods is lower than the uncertainties on the energy W_{el} (± 1 standard deviation). The errors are estimated from reproducibility tests conducted on a series of 12 experiments carried out for each bead size and height of fall. The error is about $\pm 37\%$ with the energy flux method, $\pm 36\%$ with the deconvolution method and $\pm 53\%$ with the diffuse method. The error is greater ($\pm 60\%$) for beads smaller than 2 mm (i.e. for $W_{el} < 10^{-7}$ J, Figure 57) because of the lower signal to noise ratio.

For impacts on the concrete block, the elastic energy W_{el} obtained with the deconvolution method is equal to that computed with the energy flux method, as discussed in section 2.2.2, p.105 (Figure 58a). The energy estimation error with these two methods is that of the integral $\int_0^{+\infty} |\tilde{V}_z(r, z = 0, \omega)|^2 \omega^{-1} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega$ in equations (89) and (93) and is about $\pm 75\%$. We cannot use the diffuse method for beads smaller than 2 mm in diameter because not enough side reflections can be recorded. For larger beads, the energy measured with the diffuse method is between 0.3 to 3 times that obtained with the other methods (Figure 58b). Error bars with the diffuse method are between $\pm 70\%$ and $\pm 300\%$ and are of the same order of magnitude as the difference between the methods.

Let us discuss the possible source of errors in our experiments. For the energy flux and deconvolution methods, the error bars are greater on the block ($\approx 75\%$) than on the plates ($\approx 36\%$). This is probably because we can less clearly identify the first emitted wave train from the side reflections in the concrete block than in the plates (Figures 53c, 54c and 55b). Moreover, the rough surface of the concrete block is a likely cause for greater scattering of the results than on the smooth glass and PMMA plates, in particular for beads of diameter $d < 3$ mm for which the depth of penetration into the concrete is of the same order of magnitude as the surface roughness. The diffuse method is based on statistical assumptions that induce additional errors. First, the diffuse regime is reached after at least 30 side reflections in the glass plate and ten in the concrete block. Consequently, if damping is important, as is the case in concrete, the diffuse field is not completely set, the exponential decay of the energy is not clear and the characteristic time τ of energy dissipation is not well estimated (Figure 54b). The error on τ therefore leads to

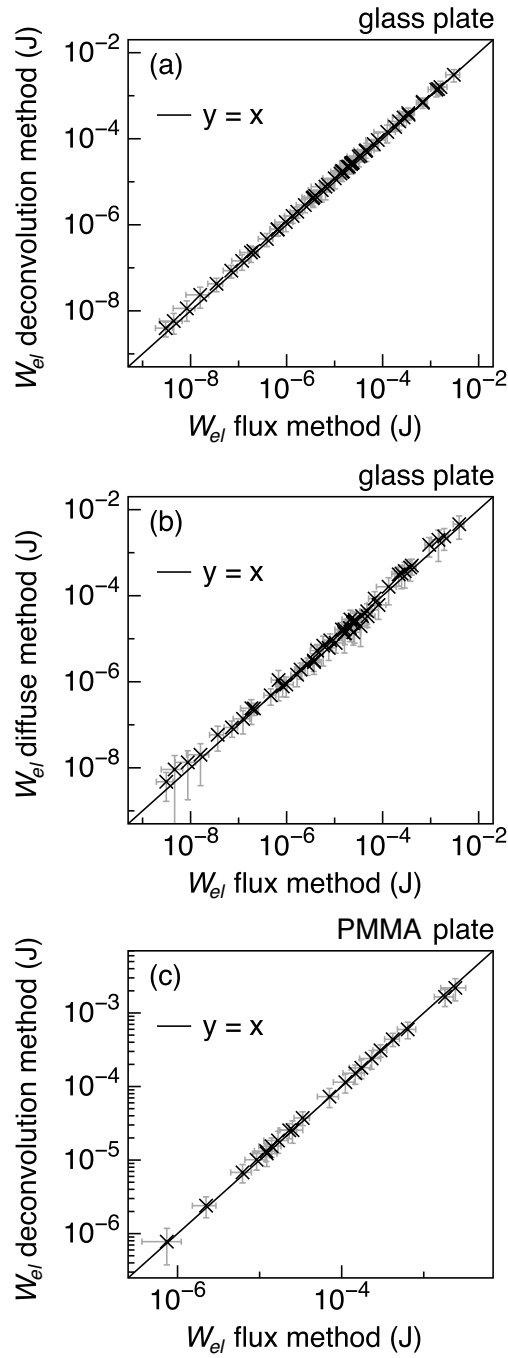


Figure 57 : Comparison of the elastic energy W_{el} calculated using the three methods [equations (67), (72) and (75)] for impacts of steel beads of various diameters from 1 mm to 20 mm dropped from various heights from 2 cm to 25 cm on (a) and (b) the glass plate and (c) the PMMA plate. Error bars (± 1 standard deviation) are estimated from reproducibility tests conducted on a series of 12 identical experiments.

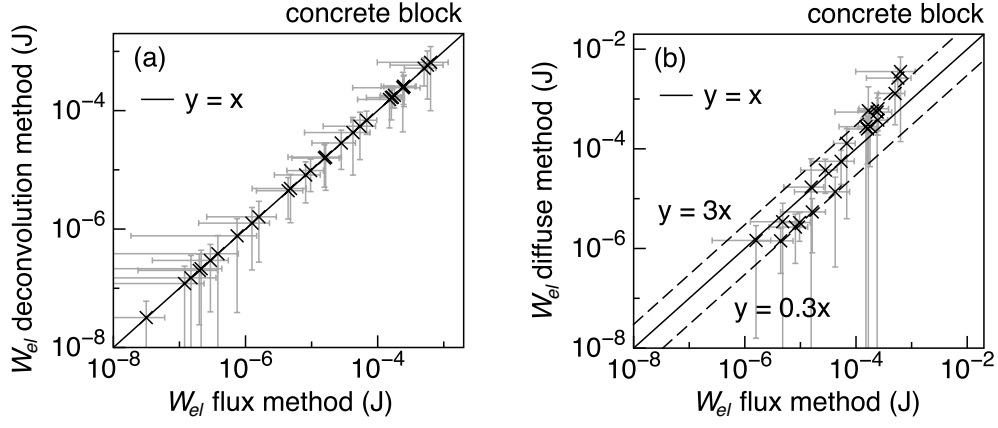


Figure 58 : Comparison of the elastic energy W_{el} calculated using the three methods [equations (89), (93) and (94)] for impacts of steel beads of various diameters from 2 mm to 20 mm dropped from various heights from 5 cm to 43 cm on the concrete block. Error bars (± 1 standard deviation) are estimated from reproducibility tests conducted on a series of 12 identical experiments.

either overestimate or underestimate the elastic energy. Secondly, an exponential decay of the energy assumes that the energy dissipation is frequency independent, which is not completely the case for glass and concrete (Table 6).

3.6. Elastic transfer efficiency

We measure the total energy lost ΔE_c by the beads from their vertical coefficient of restitution e [e.g. Falcon et al., 1998]. The proportion of energy radiated in elastic waves W_{el} with respect to the lost energy ΔE_c , i.e. the elastic transfer efficiency, increases with bead diameter up to $d = 5$ mm and therefore decreases for $d \geq 10$ mm (Figure 59a). The ratio $W_{el}/\Delta E_c$ does not depend on the fall height H for impacts on the PMMA plate and concrete block (Figure 59b). On the glass plate, for bead diameters d between 2 and 5 mm and fall heights $H > 5$ cm, the elastic energy W_{el} is greater than the lost energy ΔE_c , which is impossible. We will explain this discrepancy in the discussion section. More energy is converted into elastic waves for impacts on the glass plate and on the PMMA plate than on the concrete block. Indeed, the ratio $W_{el}/\Delta E_c$ is never greater than 2% on the concrete block while on the PMMA plate, almost all the lost energy is radiated elastically for bead diameters $d \geq 5$ mm (Figure 59a), regardless of the fall height H (Figure 59b).

4. Discussion

4.1. Comparison with Hertz's model of elastic impact

In accordance with Hunter [1957] and Reed [1985], we compute numerically the theoretical elastic energy W_{el}^{th} using equations (68) and (90) with the force of Hertz's model of elastic impact between spheres [see Johnson, 1985]. A comparison of the measured signals and elastic energy W_{el} with that predicted using Hertz's force can be used to interpret our results.

For impacts on the PMMA plate and on the concrete block, the measured elastic energy W_{el} is generally of the same order of magnitude but smaller than W_{el}^{th} by up to a factor of 3 on

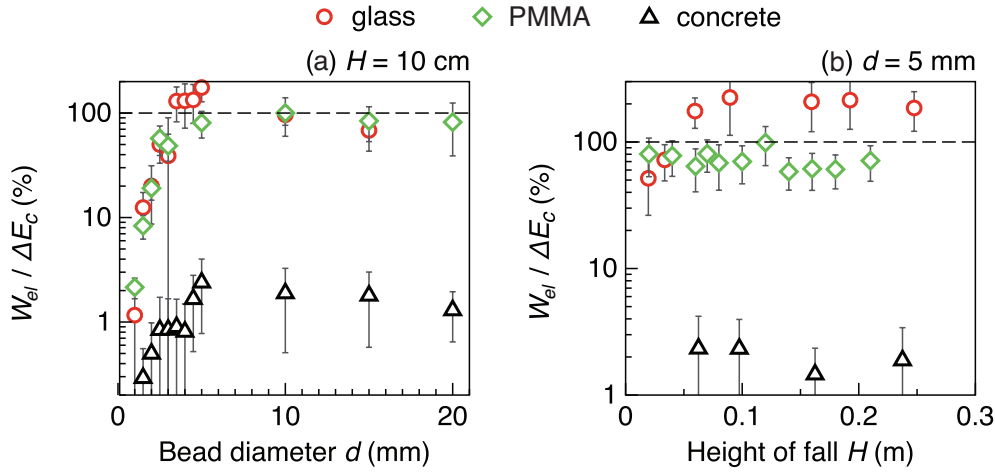


Figure 59 : Ratio of the elastic energy W_{el} to the energy lost during the impact ΔE_c , as a function of (a) the bead diameter d for drops tests from height $H = 10$ cm and (b) the fall height H for a bead diameter $d = 5$ mm, on the glass plate, PMMA plate and concrete block. Error bars (± 1 standard deviation) are estimated from reproducibility tests conducted on a series of 12 identical experiments.

PMMA and of 7 on concrete (Figures 60a and 60b). Hertz's model does not take into account inelastic dissipation during impact, which can reduce the amplitude of the impact force and thereby decrease the amount of energy radiated by elastic waves [see Johnson, 1985]. The difference observed between W_{el} and W_{el}^{th} can therefore be explained by the presence of inelastic dissipation, which is greater for beads of diameter $d < 3$ mm and $d > 5$ mm, as discussed later.

On the glass plate, the measured elastic energy W_{el} is overestimated for impacts of beads of diameter $d < 10$ mm because it is up to 4 times greater than W_{el}^{th} , regardless of the fall height H (Figures 60a and 60b). More importantly, W_{el} is even greater than the lost energy ΔE_c (Figures 59a and 59b), which is impossible owing to energy conservation. The system constituted by the accelerometer and the glass plate shows a resonance frequency around 34 kHz. This resonance is excited by impacts of beads of diameter $d \leq 5$ mm. As a consequence, the accelerometer is more sensitive to plate vibration at frequencies close to 34 kHz and records a greater amplitude than that of the generated vibration. This resonance is clearly visible both on the temporal signal and amplitude spectrum when we compare them with their synthetic counterparts (Figures 53c and 53d). Indeed, the measured signal lasts much longer than the synthetic signal (Figure 53c) and the measured spectrum has a higher amplitude than the synthetic spectrum around the resonance frequency (Figure 53d). The peak frequency of the amplitude spectrum generated by these beads of diameter $d \leq 5$ mm is constant and equals 34 kHz (Figure 56), while it should decrease for increasing bead diameter d [McLaskey and Glaser, 2010]. The origin of this resonance is still under study. Note that we do not observe such a resonance for bead impacts on the PMMA plate, for which the synthetic signals and amplitudes well match their experiment counterparts (Figures 55b and 55c). It is not clear whether the resonance is also observed for impacts on the concrete block because the synthetic signal is very different from the measured signal (Figures 54c and 54d). However, on concrete, the peak frequency of the amplitude spectrum decreases for increasing bead diameter d , which does not suggest resonance (Figure 56). The measured signal has smaller frequencies than the synthetic signal, probably because the duration of the impact of steel beads on this concrete block is longer than that predicted by Hertz (Figures 54c and 54d).

For impacts on thin plates, Hertz's theory reproduces well the variation of the energy ratio W_{el}/E_c on the plates up to $d = 10$ mm, but the agreement is not quantitatively good on the

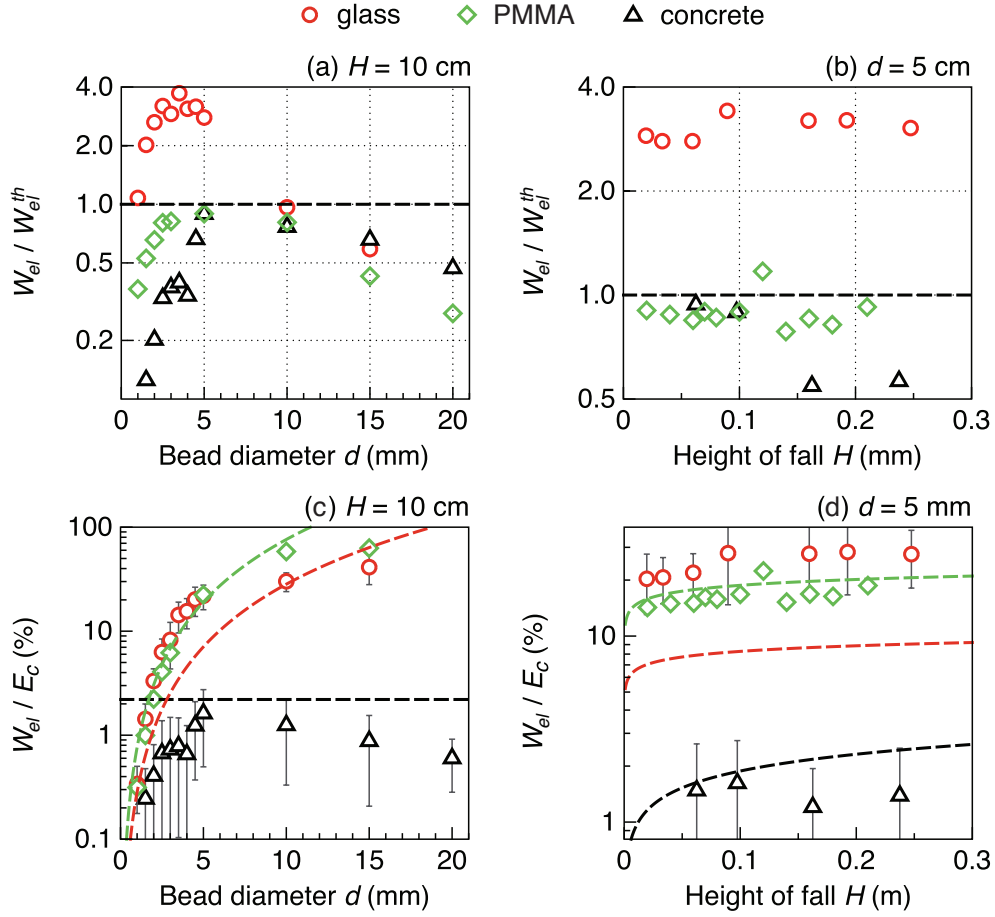


Figure 60 : Ratio of the elastic energy W_{el} measured with the energy flux method (a)-(b) to the theoretical elastic energy W_{el}^{th} and (c)-(d) to the energy of the impact $E_c = \frac{1}{2}mV_z^2$, with m , the bead mass and V_z , the impact speed for impacts of steel beads of (a)-(c) different diameters d for a fall height $H = 10$ cm and (b)-(d) different fall heights H for a diameter $d = 5$ cm, on the glass plate, PMMA plate and concrete block. In Figures (c) and (d), the dashed lines represent the ratio of the theoretical elastic energy W_{el}^{th} to E_c .

glass plate, probably due to the resonance (Figures 60c and 60d). For larger beads, however, Hertz's theory leads to values of the elastic energy W_{el}^{th} greater than the impact energy E_c , which is impossible (Figure 60c). On the concrete block, the model fails to reproduce the variation of the ratio W_{el}/E_c with bead diameter d (Figure 60c). Indeed, for an elastic impact, the ratio W_{el}^{th}/E_c is independent of the bead diameter d while the measured ratio W_{el}/E_c first increases, reaches a maximum for $d = 5$ mm and then decreases (Figure 60c). Similarly, the measured ratio W_{el}/E_c is roughly independent of the fall height H while theory predicts it should increase (Figure 60d). The average measured ratio W_{el}/E_c on the block is between 0.1% and 2%, which is in agreement with previous bead-drop experiments on thick blocks [Hunter, 1957; Hutchings, 1979; Reed, 1985]. This is however several orders of magnitude higher than the ratios $W_{el}/E_c = 10^{-5}$ to 10^{-3} measured for rockfalls in the field, for which plastic deformation is much more important [Hibert et al., 2011, 2014b].

To sum up, for bead diameters smaller than the plate thickness, it is valid to use Hertz's force of elastic impact to qualitatively predict the variation of the elastic energy with bead diameter and fall height on a smooth plate. However, the small ratio of the elastic energy W_{el} to the lost energy ΔE_c for beads of diameter $d < 3$ mm and $d > 10$ mm suggests that our experiments involve a range of bead diameters and impact speeds in which viscoelastic and plastic dissipation may occur (Figure 59a). A more complex model is therefore needed to account for these energy losses.

4.2. Inelastic energy dissipation

For a viscoelastic impact, Ramírez et al. [1999] showed that the coefficient of restitution e decreases with the impact speed V_z as $1 - cV_z^{1/5}$ where c is a constant depending on bead diameter. This scaling law agrees well with our experimental results on the glass and PMMA plates but not with those on the concrete block (Figure 61). Some energy may therefore be dissipated viscoelastically on plates. Although not explicitly indicated by the authors, the model of Ramírez et al. [1999] shows that the energy lost by viscoelastic dissipation is greater for small beads. This is in agreement with our data because less energy is lost in elastic waves as the bead diameter d decreases (Figure 59a). Additional energy losses may also occur for the smallest beads investigated ($d < 3$ mm) due to surface imperfections and adhesion [McLaskey and Glaser, 2010]. These effects are even greater on the concrete block with its surface roughness of ≈ 0.5 –1 mm. Therefore, the energy that is not radiated in elastic waves for beads of diameter $d < 5$ mm is likely dissipated in viscoelasticity as well as in adhesion and rotational and translational modes. On the PMMA plate, this inelastic dissipation represents from 99% to 10% of the lost energy with increasing diameter d from 1 mm to 4 mm (Figure 60a). On the concrete block, this represents almost all the lost energy because the percentage of energy radiated in elastic waves is very small (0.1%-2%) (Figure 60a).

The minimum impact speed necessary to deform a structure plastically is very low ($\simeq 0.1$ m s⁻¹ for steel impacting steel [Johnson, 1985]) and this velocity is clearly exceeded in all our experiments. However, the minimum impact speed to cause fully plastic deformation is much higher and such impacts are characterized by a coefficient of restitution e that decreases with impact speed as $V_z^{-1/4}$ [Johnson, 1985]. Our data do not fit this scaling law, even for the largest beads investigated (Figure 61). The impacts in our experiments are therefore elastic-plastic but not fully plastic. Plastic deformation is more likely to occur for the largest beads because higher stresses are developed during the impact. As a matter of fact, plastic deformation was observed on glass and concrete, but not on PMMA, by the presence of small indentations on the surface after impacts of beads larger than 10 mm. As a consequence, the elastic transfer efficiency decreases for beads of diameter $d > 5$ mm (Figure 59a). For a given bead diameter $d > 10$ mm, the

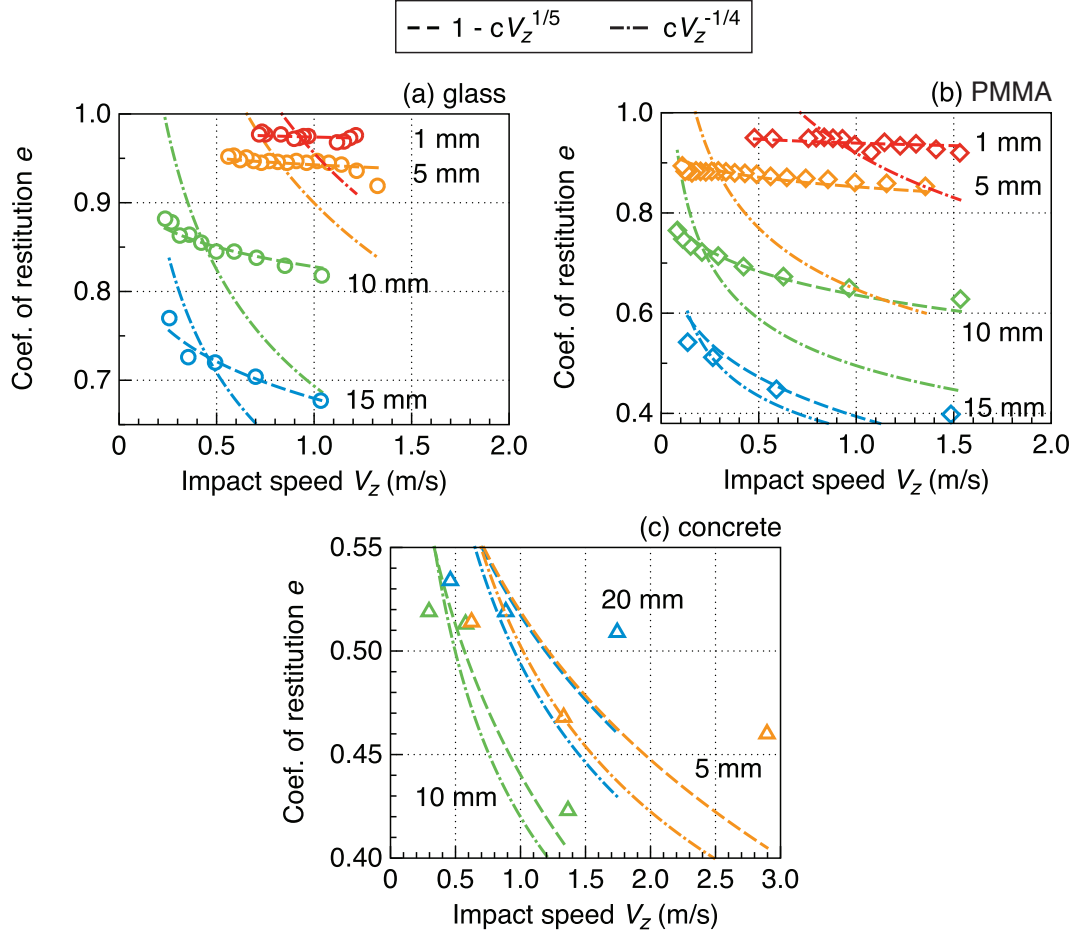


Figure 61 : Coefficient of restitution e as a function of the impact speed V_z for different bead diameters d on the (a) glass plate, (b) PMMA plate and (c) concrete block. The dashed and dash-dotted lines represent the fitting of the experimental data with the scaling laws $e = 1 - cV_z^{1/5}$ and $e = cV_z^{-1/4}$, respectively, where c is a constant that depends on the bead diameter.

impact seems more elastic on PMMA than on glass or on concrete because the ratio $W_{el}/\Delta E_c$ decreases less on PMMA than on the other structures (Figure 59a). As suggested by [McLaskey and Glaser \[2010\]](#), PMMA is a more compliant material than glass and concrete and thereby the impacts lasts longer and over a larger area of contact, reducing the maximum stresses applied on the surface. On the plates, we estimate that the plastic deformation represents up to 20% of the lost energy for $d = 20$ mm (Figure 59a). This is however not quantifiable on the concrete block because the surface roughness may contribute to a high proportion of the energy losses.

Finally, note that even when inelastic dissipation occurs, the three methods of energy calculation compared in this paper give very similar results (Figures 57 and 58). However, plastic deformation (or surface roughness) may generate an impact force with a greater tangential component, as suggested by [Buttle and Scruby \[1990\]](#). This can therefore affect our estimation of the elastic energy because we make the assumption that the impact force is normal to the surface. For example, [Sánchez-Sesma et al. \[2011\]](#) showed that the stronger the tangential force is on the surface of a semi-infinite block, the smaller the generated vertical displacement is with respect to the radial displacement.

4.3. Comparison between the different methods

It is valid to use the energy flux and deconvolution methods when the first wave arrival can be discerned from side reflections or when the side reflections are very attenuated. The diffuse method is applicable provided that enough side reflections occur to equipartition the energy. The diffuse method therefore becomes very efficient in a small structure. Typically, in our experiments on the glass plate, 30 side reflections were sufficient to establish a diffuse field.

To use the first two methods, we must know the distance from the impact, the elastic parameters, the attenuation coefficient and the energy partitions among the different modes propagating within the impacted structure [equations (67), (72), (88) and (93)]. It is not necessary to know these characteristics to use the diffuse method. We need however to know the structure density and dimensions [equations (75) and (94)]. For the diffuse method, note that the time of the impact t_0 does not need to be measured precisely because the travel time of the wave front from the impact to the sensor is negligible with respect to the duration of the coda. Another advantage of the diffuse method is that there is no assumption on the direction of the impact force.

The three methods can be used with only one sensor to measure the elastic energy but the precision of the energy estimation can be enhanced when several sensors are used. For the direct wave methods, the use of several sensors can take into account an anisotropic emission. For the diffuse method, it can compensate for a not completely equipartitioned field because we estimate the averaged value of the energy over the surface of the structure.

5. Conclusions

The acoustic signals generated by rockfalls, bed load transport in rivers or by granular flows are partly composed of waves generated by individual impacts. To better understand the energy dissipation and wave generation in these complex processes, we have focused here on the acoustic signal emitted by the impact of a single block. If the impact is on a plate, the plate vibrates principally normally to its surface. On a block, however, the energy is radiated as Rayleigh surface waves and, in a smaller proportion, as compressional waves and vertical shear waves.

We used three methods to estimate the energy radiated by an impact on a thin plate and a thick block from the measurement of the surface normal vibration at a single location. The energy flux and deconvolution methods are based on the direct wave between the impact and the sensor while the third method makes use of the diffuse coda during which multiple reflections occur off the structure's borders. The three methods have been validated experimentally with impacts of steel beads of different diameters dropped from different fall heights on a glass plate, a PMMA plate, and a concrete block. The energy flux method and deconvolution methods are shown to give the same results for both plates and blocks. The diffuse method slightly overestimates the elastic energy with respect to the other methods on plates (+5–20%), but gives results of the same order of magnitude (i.e. within a factor of 3) as the other methods when applied to blocks. The differences between the estimates are however less than the uncertainty of each method, with standard deviations between 40% and 70% for the energy flux and deconvolution methods and between 50% and 300% for the diffuse method. The latter method can be used when the first arrival cannot be measured, provided that the number of side reflections is large enough.

Our experiments of bead impacts were carried for a range of bead diameters and impact speeds for which inelastic energy dissipation occurs. Measurements of the coefficient of restitution reveal that the impacts are viscoelastic on the two plates. In every experiment, the impact speed is sufficient to initiate plastic deformation but is too low for a fully plastic impact. The presented methods have the major advantage of estimating the elastic energy independently with respect to the other energy dissipation processes without an *a priori* source force. This allowed us to establish an impact energy budget for the thin plates and thick blocks:

- On thin plates, the percentage of energy lost in elastic waves increases with the bead diameter. This percentage is less than 2% of the total energy lost when the bead diameter is smaller than 10% of the plate thickness. The rest of the energy lost by the bead is likely dissipated by viscoelasticity. On the other hand, almost all the lost energy is radiated in elastic waves for bead diameters greater than the plate thickness and the rest is lost in plastic deformation (up to 20% in our experiments).
- On thick blocks, the elastic energy represents only between 0.2% to 2% of the lost energy, regardless of the bead diameter and fall height. Inelastic dissipation (i.e. viscoelastic, plastic, rotational,...) is therefore the major energy consumption process.

The elastic impact model of [Hertz \[1882\]](#) well reproduces the measured elastic energy on thin plates for bead diameters smaller than the plate thickness, but overestimates the energy for larger beads. On thick blocks, the model gives quantitatively good results but overestimates the elastic energy by a factor of 2 to 10 when inelastic dissipation occurs.

Nous savons maintenant mesurer l'énergie élastique rayonnée lors de l'impact d'une sphère sur une plaque ou un bloc. Nous avons vu que cette énergie, ainsi que la fréquence moyenne du signal émis, dépendent des propriétés de l'impact (diamètre de la sphère, vitesse d'impact, propriétés élastiques).

Notre objectif est maintenant d'établir des lois d'échelle analytiques qui relient l'énergie élastique et les fréquences du signal sismique aux propriétés de l'impact. Ces lois nous permettront de déduire la masse et la vitesse d'approche de l'impacteur à partir du signal sismique émis, ce qui peut être très utile sur le terrain pour établir des cartes de risques liés aux éboulements lorsqu'il n'existe aucune observation visuelle de ces événements.

3. Caractérisation des éboulements à partir du signal sismique : apport de l'approche analogique

Titre original : Characterization of rockfalls from seismic signal : insights from laboratory experiments

Auteurs : Maxime Farin¹, Anne Mangeney^{1,2}, Renaud Toussaint³, Julien de Rosny⁴, Nikolai Shapiro¹, Thomas Dewez⁵, Clément Hibert⁶, Christian Mathon⁵, Olivier Sedan⁵, and Frédéric Berger⁷

1 - Institut de Physique du Globe de Paris, Equipe Sismologie, CNRS-UMR 7154, Université Paris-Diderot 7, PRES Sorbonne Paris Cité

2 - ANGE team, INRIA, CETMEF, Lab. J. Louis Lions

3 - Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Université de Strasbourg / EOST, CNRS

4 - ESPCI, Institut Langevin, CNRS

5 - Service des Risques Naturels, BRGM

6 - Lamont-Doherty Earth Observatory

7 - Unité de Recherche Ecosystèmes Montagnards, Cemagref

Résumé en français

Le signal sismique généré par les éboulements, les glissements de terrain et autres instabilités gravitaires peut fournir des informations quantitatives sur leurs dimensions, leur énergie et leur localisation. Des études récentes ont tenté d'établir des relations empiriques entre les propriétés physiques des éboulements (masse, énergie potentielle,...) et les caractéristiques du signal sismique généré (durée, énergie élastique rayonnée, fréquences,...). Cependant, en raison de la complexité de ces phénomènes, de l'hétérogénéité du milieu dans lequel se propagent les ondes sismiques et du manque d'observations visuelles et sismiques simultanées de ces événements, il est difficile d'établir des relations quantitatives entre les caractéristiques physiques d'une instabilité gravitaire et celles du signal sismique émis.

Dans cet article, nous établissons des lois d'échelle analytiques reliant l'énergie élastique rayonnée W_{el} , l'énergie W_{visc} perdue par dissipation visqueuse et la fréquence moyenne et la largeur de bande du signal émis par un impact à la masse m et à la vitesse V_z de la sphère et aux propriétés élastiques des matériaux en jeu. Pour un impact sur une plaque, l'énergie élastique rayonnée W_{el} varie comme $m^{5/3}V_z^{11/5}$ tandis que, sur un bloc, $W_{el} \propto mV_z^{13/5}$. La quantité d'énergie initiale de la sphère perdue par dissipation visqueuse pendant un impact varie comme $m^{-1/3}V_z^{1/5}$, indépendamment du fait que l'impact soit sur une plaque ou sur un bloc. Les fréquences sont inversement proportionnelles à la durée de l'impact. Nous montrons que l'énergie élastique rayonnée et les fréquences diminuent lorsque l'impact est viscoélastique ou élasto-plastique par rapport au cas d'un impact élastique.

Nous réalisons une série d'expériences d'impacts de billes sphériques de différents diamètres et matériaux et de graviers de forme complexe sur des plaques de PMMA et de verre et des blocs de béton et de marbre. Le signal sismique émis par les impacts est mesuré par des accéléromètres piézoélectriques sensibles dans une gamme de fréquences entre 1 Hz et 56 kHz. L'énergie élastique rayonnée est estimée avec les méthodes présentées dans l'article précédent. Nous observons un accord quantitatif entre ces expériences et les lois d'échelles établies. En inversant ces relations, il est donc possible de déduire la masse et la vitesse d'un impacteur en fonction de deux caractéristiques facilement mesurables sur le terrain du signal sismique généré : l'énergie élastique rayonnée et la fréquence moyenne ou la largeur de bande. Les masses et les vitesses ainsi estimées sont proches des valeurs réelles, à un facteur 2 et 3 près, respectivement, même pour les impacts de graviers de forme complexe. Les fréquences plus hautes que 50 kHz émises par l'impact ne sont pas mesurées par les accéléromètres, ce qui conduit à sous estimer l'énergie élastique rayonnée. Nous montrons que la quantité de mouvement mV_z des impacteurs peut être déduite du contenu basses fréquences $f < 10$ kHz du signal.

Lors des expériences, l'énergie totale perdue par les impacteurs est estimée à partir de leur coefficient de restitution. En ajustant les paramètres intervenant dans les lois d'échelle à ces données, nous pouvons établir un budget énergétique des impacts. Ce bilan est très différent pour les impacts sur les plaques et sur les blocs mais aussi pour des impacts de billes par rapport à des impacts de graviers de forme complexe :

- Sur les plaques, l'énergie initiale de la bille est principalement perdue sous forme d'ondes élastiques et par dissipation visqueuse. La dissipation visqueuse est dominante lorsque la sphère a un diamètre faible ($< 10\%$) par rapport à l'épaisseur de la plaque tandis que l'énergie élastique rayonnée ne représente qu'environ 0.1% à 0.3% de l'énergie perdue. Quand le diamètre de la bille augmente, moins d'énergie est perdue par dissipation visqueuse et davantage d'énergie est rayonnée. Lorsque le diamètre est de l'ordre ou supérieur à l'épaisseur de la plaque, la bille perd quasiment toute son énergie initiale sous forme d'ondes élastiques.
- Sur les blocs, seulement 0.03% à 0.5% de l'énergie initiale est rayonnée sous forme d'ondes élastiques. De 2% à 50% est perdu par dissipation visqueuse lorsque le diamètre de la bille diminue. Le reste est perdu par déformation plastique ou dans des modes de translation ou de rotation de la bille.
- Lorsqu'un gravier entre en collision avec une plaque, environ $48\% \pm 14\%$ de son énergie initiale est perdue par déformation plastique du gravier ou de la plaque. On estime à partir de vidéos que $32\% \pm 17\%$ de l'énergie lui est restituée dans de l'énergie cinétique de translation et $13\% \pm 11\%$ dans des modes de rotation. Environ $3.7 \pm 1\%$ est perdu par dissipation visqueuse. Seul $3.3\% \pm 1.8\%$ de l'énergie est rayonnée sous forme d'ondes élastiques et ce pourcentage diminue lorsque l'énergie perdue par déformation plastique augmente.

Enfin, une série d'expériences est réalisée sur une plaque inclinée pour tester l'influence de l'angle d'impact θ sur l'énergie élastique rayonnée. Pour un impact normal à la plaque, la plaque vibre principalement dans la direction normale à son plan. Quand l'angle d'impact θ augmente, le rapport de l'énergie élastique rayonnée dans la direction tangente sur l'énergie dans la direction normale au plan de la plaque décroît comme $1/\tan \theta$ jusqu'à un angle d'impact critique $\theta_c \approx 24^\circ$, au delà duquel le rapport reste constant. Pour des angles de pente $\theta > \theta_c$, moins d'énergie est rayonnée dans la plaque dans les deux directions car la bille glisse sur la surface.

Abstract

The seismic signal generated by rockfalls can provide quantitative information on their dimensions, energy and location. However, the lack of field observations makes it difficult to establish clear relationships between the characteristics of the signal and the source. In this study, analytical scaling laws are derived from Hertz's model of elastic impact to relate the mass and the speed of an individual impactor to the radiated elastic energy and the frequency content of the emitted seismic signal, both on thin plates and on thick blocks. It appears that the radiated elastic energy and frequencies decrease when the impact is viscoelastic or elasto-plastic compared to the case of an elastic impact. The energy lost in viscoelastic dissipation is quantified. The scaling laws are validated with laboratory experiments of impacts of beads and gravels of various materials on PMMA and glass plates and on concrete and marble blocks. A quantitative energy budget is established for the impacts. On plates, the energy is either radiated in elastic waves or dissipated in viscoelasticity. In contrast on blocks, the elastic energy radiation represents less than 5% of the lost energy and most of the energy is lost in plastic deformation or rotation modes of the bead. Thanks to the analytical scalings laws, we show that the mass and the speed of a individual impactor can be deduced from seismic measurements. The low frequencies content of the signal is shown to provide quantitative information on the impactor's momentum.

1. Introduction

Rockfalls present a major natural hazard in steep landscapes. Because of their unpredictable and spontaneous nature, the seismic monitoring of these gravitational instabilities has raised a growing interest for risks assessment in the last decades. Recent studies showed that rockfalls can be automatically detected and localized with a great precision from the seismic signal they generate [Suriñach et al., 2005; Deparis et al., 2008; Dammeier et al., 2011; Hibert et al., 2011, 2014b]. A burning challenge is to obtain quantitative information on the gravitational event (volume, propagation velocity, extension,...) from the characteristics of the seismic signals. Great efforts were made in the literature with this objective [Norris, 1994; Deparis et al., 2008; Vilajosana et al., 2008; Dammeier et al., 2011; Hibert et al., 2011, 2014b; Yamada et al., 2012]. Some authors found empirical relationships between the rockfall volume and the maximum amplitude of the signal or the radiated seismic energy [Norris, 1994; Hibert et al., 2011; Yamada et al., 2012]. The precursory work of Norris [1994] on rockfalls of large volume $> 10^4 \text{ m}^3$ at Mount St Helens showed that the maximum amplitude of the emitted signal depends linearly on the rockfall volume. This is in agreement with the observations of Yamada et al. [2012] on landslides triggered in Japan by Typhoon Talas in 2011. The authors observed that the integral of the squared signal amplitude measured at 1 km from the source varied as the square the landslide volume. In contrast, Hibert et al. [2011] showed that the seismic energy emitted by rockfalls is proportional to their volume in the Dolomieu crater of the Piton de la Fournaise volcano, Réunion Island. Moreover, Dammeier et al. [2011] used a statistical approach and estimated the volume V of several rockfalls in the central Alps from the measurement of the duration t_s , envelope area EA and peak amplitude PA of the generated seismic signal. For twenty well constrained events, they found the empirical scaling law: $V \propto t_s^{1.0368} EA^{-0.1248} PA^{1.1446}$. The volumes estimated with this relation were close to the measured ones but the results were sensitive to the distance of the seismic stations from the events. Other surveys investigated the ratio of the radiated seismic energy W_{el} over the potential energy ΔE_p lost by the rockfalls from initiation to deposition [Deparis et al., 2008; Hibert et al., 2011, 2014b; Lévy et al., 2015]. Deparis et al. [2008] studied ten rockfalls that occurred between 1992 and 2001 in the french Alps

and estimated that the ratio $W_{el}/\Delta E_p$ was between 10^{-5} and 10^{-3} . [Hibert et al. \[2011, 2014b\]](#) observed that the ratios of the seismic energy W_{el} radiated by the rockfalls in the Dolomieu crater over their potential energy lost ΔE_p varied from 5.10^{-5} to 2.10^{-3} . Finally, [Lévy et al. \[2015\]](#) found $W_{el}/\Delta E_p \approx 1.1.10^{-5} - 2.8.10^{-5}$ for pyroclastic and debris flows that occurred on the Souffrière Hills volcano in Montserrat Island, Lesser Antilles.

All of these studies show a large variability in their observations. For example, the ratio of the radiated seismic energy over the potential energy lost during a rockfall varies by several orders of magnitude on the same site (10^{-5} to 10^{-3}) [[Hibert et al., 2011, 2014b](#)]. Owing to the complexity of rockfalls, it is still not clear what parameters controls the elastic transfer during these events. Furthermore, the radiated seismic energy is likely underestimated because high frequencies waves attenuate rapidly during the propagation in heterogeneous media owing to intrinsic dissipation [[Aki and Richards, 1980](#)]. Most of the aforementioned studies focused on a specific seismological site [[Norris, 1994](#); [Deparis et al., 2008](#); [Dammeier et al., 2011](#); [Hibert et al., 2011, 2014b](#); [Yamada et al., 2012](#); [Lévy et al., 2015](#)]. It is however difficult to test the developed techniques on other sites because only a few of rockfalls areas are nowadays simultaneously seismically and optically monitored. Therefore, obtaining quantitative relations between the physical properties of a rockfall and the characteristics of the emitted seismic signal remains a major challenge.

The complex seismic signals generated by rockfalls are partially composed of waves emitted by individual impacts triggering high frequencies noise [e.g. [Deparis et al., 2008](#); [Vilajosana et al., 2008](#); [Helmstetter and Garambois, 2010](#); [Hibert et al., 2014a](#); [Lévy et al., 2015](#)] and by long period stresses variations owing to the mass acceleration and deceleration over the topography, responsible for low frequencies in the signal [[Kanamori and Given, 1982](#); [Favreau et al., 2010](#); [Allstadt, 2013](#), e.g.]. To start the work on understanding these signals we will here focus on the problem of wave generation during a single impact. The aims of this paper are fourfold:

1. to obtain analytical expressions that relate two characteristics of the seismic signal generated by an impact to the mass and the speed of the impactor,
2. to test these relations with laboratory experiments of impacts of beads and gravels on various materials and geometries,
3. to deduce the mass and impact speed of an impactor from the emitted seismic signal,
4. to better understand the process of wave generation by an impact to be able to establish a quantitative energy budget among energy radiated in elastic waves and dissipated in inelastic processes.

For our first objective, we start from the classical model of elastic impact proposed by [Hertz \[1882\]](#) that gives the analytical expression of the force of impact of a sphere on a solid surface [see [Johnson, 1985](#)]. From this model, we derive scaling laws for the radiated elastic energy W_{el} and characteristic frequencies of the emitted acoustic signal as a function of the impact parameters. We then invert these scaling laws to estimate the mass m and speed V_z of the impactor from the signal metrics. For the best of our knowledge, only a few studies adopted this approach. Its feasibility was shown in laboratory by [Buttle and Scruby \[1990\]](#) and [Buttle et al. \[1991\]](#) who managed to size sub-millimetrical particles impacting a thick block. Indeed, they deduced the diameter of these particles from the comparison of the impacts forces and durations measured from the generated signal with that predicted by [Hertz \[1882\]](#). However, their computation was based on the direct compressive wave, measured at the opposite of the impact on the target block. Their configuration can therefore not be exported to field context. Using a similar approach also based on [Hertz's](#) theory, [Tsai et al. \[2012\]](#) expressed the long period power spectral density generated by the bed load transport of rivers as a function of the

river parameters such the particle size distribution, the impact rate and the bed load flux. From seismic measurements of [Burtin et al. \[2008\]](#) on trans-Himalayan Trisuli River, the authors were able to deduce quantitatively the bed load flux.

When a boulder impacts the ground, a significant part of its energy can also be lost in inelastic processes such as plastic (i.e. not reversible) deformation [[Davies, 1949](#)] or viscoelastic dissipation in the vicinity of the impact [[Falcon et al., 1998](#)]. In this paper, we show how the analytical scaling laws are modified when the impact is not elastic but viscoelastic or elasto-plastic and we determine the energy lost in viscoelastic dissipation during an impact. To test if these analytical scaling laws are valid, we conduct simple and reproducible laboratory experiments of beads impacts whose dynamics is controlled, in a range of bead masses and impact speeds for which viscoelastic dissipation and elasto-plastic deformation occur. The impacts are acoustically monitored using piezoelectrical accelerometers sensitive in a wide frequency range [1 Hz - 54 kHz]. The radiated elastic energy W_{el} is estimated from the measured signal, independently of the other processes of energy loss, with the methods presented by [Farin et al. \[2015\]](#). Spherical beads of glass, polyamide and steel are dropped on glass and PMMA plates and on marble and concrete blocks. To investigate how impactors with irregular shapes affect the scaling laws established for spheres, we conduct the same experiments with small gravels of the same mass than the spherical beads. More specifically, we assess how the radiated elastic energy and the frequency content of the acoustic signal emitted by an individual impact are affected by: (i) the impactor mass, speed and shape, (ii) the fact that the impacted structure is a thin plate or a thick block (iii) the elastic parameters of the involved material, and (iv) the impact angle. We quantify the difference between the experimental results and the theory. Finally, we establish for each experiment a quantitative energy budget among elastic, viscoelastic and other source of losses (plastic deformation, rotation,...) and observe how this budget varies on plates and blocks as the bead mass and the elastic parameters change and for gravels impacts.

This paper is structured as follows. In section 2, we recall the theory for elastic, viscoelastic and elasto-plastic impacts of a sphere on a plane surface. Scaling laws are derived from this theory to relate the characteristics frequencies of the emitted signal, the energy radiated in elastic waves and that dissipated in viscoelasticity to the mass, the impact speed and the elastic parameters. The experimental setup is presented in section 3. In section 4, we test the scaling laws established in section 2 for impacts of spherical beads and rough gravels on different structures, we establish the energy budget of the impacts and we show the influence of the angle of impact on the radiated energy. In section 5, the difference of experimental results with theory are discussed. Finally, we show how to retrieve impact properties from the emitted seismic signal.

2. Theoretical background: relating seismic characteristics to impact parameters

In this section, we develop analytical scaling laws that express the energy radiated in elastic waves and the characteristic frequencies of the signal emitted by an impact as functions of the impact properties (mass, speed). To that way, we have to know the expressions of the impact force and of the vibration displacement generated by an impact.

The vibration displacement $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ generated at a distance \mathbf{r} from an impact is controlled by the force $\mathbf{F}(\mathbf{r}_s, t)$ applied to the ground and by the Green's function $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, t)$ of the structure where the wave propagates [[Aki and Richards, 1980](#)]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, t) * \mathbf{F}(\mathbf{r}_s), \quad (95)$$

where $*$ stands for the convolution product. In our experiments, we only have access to the vibration acceleration in the direction normal to the surface $a_z(r, t)$. In the time Fourier domain, the acceleration is given by

$$\tilde{A}_z(r, f) = (2\pi f)^2 \tilde{G}_{zz}(r, f) \tilde{F}_z(f), \quad (96)$$

where $\tilde{A}_z(r, f)$ and $\tilde{F}_z(f)$ are the time Fourier transforms of $a_z(r, t)$ and of the vertical impact force $F_z(t)$, respectively.

Let us first recall the expression of the force $F_z(t)$ of elastic impact given by [Hertz's 1882](#) theory and how this force is modified when viscoelastic dissipation or plastic deformation occur. Viscoelastic dissipation is due to the fact that the impactor and the ground have an intrinsic viscosity [[Falcon et al., 1998](#)]. Viscoelastic solids are often represented by a string and a dashpot in parallel (Kelvin-Voigt model). Plastic deformation results from irreversible structural modifications which occurs when the stress exceeds a threshold value [[Davies, 1949](#)]. Note that we do not present any elasto-visco-plastic model of impact because elastic waves propagation, viscoelastic dissipation and plastic deformation are never simultaneously significant in our experiments. For example, in certain cases plastic deformation and viscoelastic dissipation are negligible and an elastic model is sufficient to describe the energy losses.

We then give the expression of the Green's function $\tilde{G}_{zz}(r, f)$ for thin plates and thick blocks.

2.1. Impact models

2.1.1. Elastic impact model

[Hertz \[1882\]](#) gives the force of elastic contact of a sphere of mass m on a plane as a function of their interpenetration depth $\delta_z(t)$ (Figure 62a):

$$F_z(t) = -K\delta_z^{3/2}(t), \quad (97)$$

where

$$K = \frac{4}{3}R^{1/2}E^*, \quad (98)$$

with R the sphere radius and $1/E^* = (1 - \nu_s^2)/E_s + (1 - \nu_p^2)/E_p$, where ν_s , ν_p , E_s , E_p are respectively the Poisson's ratios and the Young's moduli of the constitutive materials of the sphere and the plane.

During the impact, the displacement of the center of mass of the sphere is equal to the interpenetration $\delta_z(t)$. Neglecting the gravity force, the equation of motion of the sphere is then:

$$m \frac{d^2\delta_z(t)}{dt^2} = -K\delta_z^{3/2}(t). \quad (99)$$

The solution of equation (99) is of the form $\delta_z(t) = \delta_{z0}f(t/T_c)$. The maximum interpenetration depth δ_{z0} and the impact duration T_c are respectively given by [[Johnson, 1985](#)]:

$$\delta_{z0} = \left(\frac{5mV_z^2}{4K} \right)^{2/5}, \quad (100)$$

and

$$T_c \approx 2.94 \frac{\delta_{z0}}{V_z} \approx 2.87 \left(\frac{16m^2}{9K^2V_z} \right)^{1/5}, \quad (101)$$

where V_z is the impact speed. The maximum value of the impact force is therefore, according to equation (97):

$$F_0 = K\delta_{z0}^{3/2} = K \left(\frac{5mV_z^2}{4K} \right)^{3/5}, \quad (102)$$

In the following, the interpenetration depth $\delta_z(t)$, the time t and the force $F_z(t)$ are respectively scaled by δ_{z0} , δ_{z0}/V_z and F_0 , that contain all the informations on the impact characteristics.

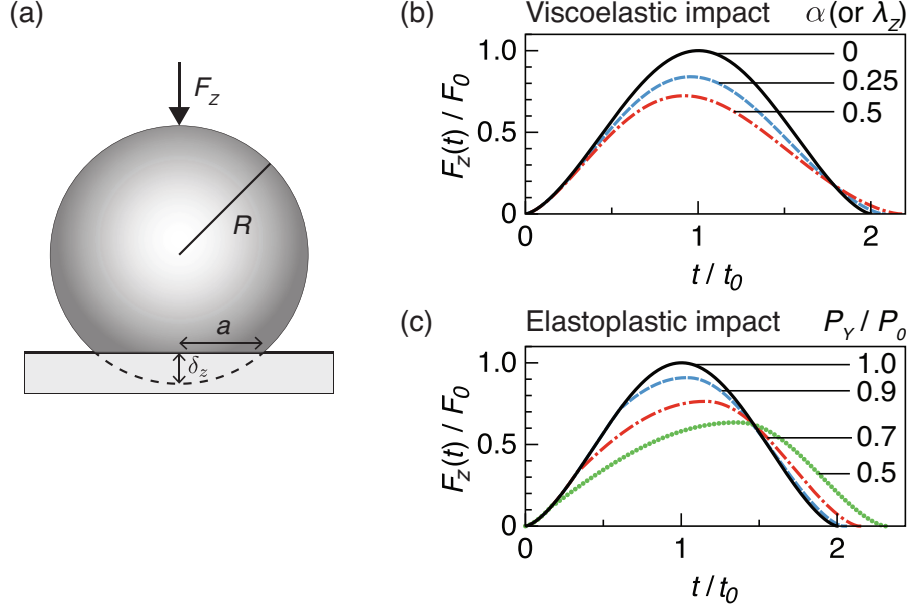


Figure 62 : (a) Schematic showing the penetration depth δ_z of a sphere of radius R on a plane surface during an impact. Geometrically, the surface of contact is a circle of radius a . (b) and (c) Normalized force of impact $F_z(t/t_0)/F_0$ for (b) different values of the viscoelastic parameter α (or λ_z for Zener's theory; see section 2.4.1) and for (c) different values of the stresses ratio P_Y/P_0 . F_0 and $t_0 = T_c/2$ are respectively the force and the time at maximal compression during an elastic impact i.e., for $\alpha = 0$ and $P_Y/P_0 = 1$.

Hertz's model is valid under the quasi-static condition which is verified when the impact duration T_c is longer than the longer period of free vibration of the sphere. From Love [1906], this is equivalent to [Johnson, 1985]:

$$\left(\frac{V_z}{c_P} \right)^{1/5} \ll 1. \quad (103)$$

where c_P is the compressional wave speed in the sphere material. This condition is verified in our experiments.

Note that Tsai et al. [2012] assumed for their analytical model that the impact duration T_c was instantaneous because they focused on signals of long periods compared with this duration. We do not make this assumption here because we are interested in the entire spectrum content.

2.1.2. Viscoelastic impact model

Hertz's theory has been extended to viscoelastic impacts, adding a force $F_{diss}(t)$ in equation (99) to model viscoelastic dissipation [Kuwabara and Kono, 1987; Falcon et al., 1998; Ramírez et al., 1999]:

$$F_{diss}(t) = -\frac{3}{2}DK \frac{d\delta_z(t)}{dt} \delta_z^{1/2}(t), \quad (104)$$

with D , a characteristic time depending on the materials viscosities and elastic constants [Hertzsch et al., 1995; Brilliantov et al., 1996; Ramírez et al., 1999]. The expression of D is only given in the literature in case when the sphere and the plane have the same elastic parameters E and ν :

$$D = \frac{1}{3} \frac{(3\eta_2 - \eta_1)^2 (1 - \nu^2)(1 - 2\nu)}{(3\eta_2 + 2\eta_1) E \nu^2}, \quad (105)$$

where η_1 and η_2 are coefficients relating the viscous stress tensor to the deformation rate tensor. These parameters are not tabulated in our frequencies range of interest, therefore D will be an adjustable parameter in our experiments.

The dimensionless equation of motion for a viscoelastic impact is:

$$\frac{d^2 \delta^*}{dt^{*2}} = -\frac{5}{4} \left(\delta^{*3/2} + \alpha \frac{d\delta^*}{dt^*} \delta^{*1/2} \right) \quad (106)$$

with

$$\alpha = \frac{3}{2} D \frac{V_z}{\delta_{z0}} \simeq 1.4 D \frac{E^{*2/5} V_z^{1/5}}{\rho_s^{1/15} m^{1/3}}, \quad (107)$$

the viscoelastic parameter [Ramírez et al., 1999] and ρ_s , the sphere density. For $\alpha = 0$ (i.e. $D = 0$), equation (106) matches with equation (99) for elastic impacts. For a given value of $D > 0$, it is clear from equation (107) that the heavier the sphere and the higher the speed V_z , the stronger the viscoelastic losses.

Equation (106) is solved numerically for different values of α with the initial conditions $\delta^*(0) = 0$ and $\frac{d\delta^*}{dt^*}(0) = 1$. The impact force $F_z(t)/F_0 = \delta^{*3/2}$ is shown on Figure 62b. When α increases, the force profile loses its symmetry with respect to its maximum, its amplitude decreases and its duration increases. For an inelastic coefficient $\alpha = 0.25$, the force is only slightly affected. Practically, α is always smaller than 0.5 in our experiments.

2.1.3. Elasto-plastic impact model

Plastic (i.e. not reversible) deformations occur when the pressure on the contact area $P(t) = F_z(t)/2\pi R\delta_z(t)$ reaches the dynamic yield strength $P_Y = 3Y_d$ of the material, where Y_d is the dynamic yield stress of the softest material [Crook, 1952; Johnson, 1985]. A model of impact was proposed by Troccaz et al. [2000] to describe the evolution of the impact force when the limit of elastic behavior is exceeded. This model is based on the hypothesis that only the sphere or the structure deforms plastically. Such an impact is composed of three successive phases:

1. The impact is elastic while $P(t) < P_Y$ and the impact force $F(t)$ follows equation (97);
2. When $P(t) \geq P_Y$ the deformation is fully plastic and the force expression becomes $F_z(t) = -2\pi R P_Y \delta_z(t)$ until the force reaches a maximum F_{max} , which is smaller than the maximum value F_0 for an elastic impact;
3. The rebound is elastic with $F_z(t) = F_{max} ((\delta_z(t) - \delta_r)/(\delta_{max} - \delta_r))^{3/2}$, where δ_{max} is the maximum interpenetration reached and δ_r is the residual deformation after plastic deformation, that is assumed equal to 0 in the following.

The dimensionless equation of motion during plastic deformation (phase 2) is then:

$$\frac{d^2 \delta^*}{dt^{*2}} = -\frac{5}{4} \frac{P_Y}{P_0} \delta^*. \quad (108)$$

This equation depends only on the stresses ratio

$$\frac{P_Y}{P_0} \approx 2.24 \frac{P_Y}{E^{4/5} \rho_s^{1/5} V_z^{2/5}} \quad (109)$$

that is independent of the impactor mass m . When this ratio is greater or equal to 1, the impact is purely elastic. The amplitude of the impact force decreases as the stresses ratio P_Y/P_0 decreases (Figure 62c). Both the duration of the impact and the time to reach the maximum amplitude increase for an elasto-plastic impact with respect to the elastic case.

2.2. Green's functions

The expression of the Green's function is different for impacts on thin plates and on thick blocks. When a plate of thickness h is excited by a normal impact, it vibrates normally to its surface because the fundamental A_0 mode of Lamb carries most of the energy [Royer and Dieulesaint, 2000; Farin et al., 2015]. The module of the Green's function $|\tilde{G}_{zz}(r, f)|$ of this mode of vibration can be approximated by [e.g. Goyder and White, 1980]:

$$|\tilde{G}_{zz}(r, f)| = \frac{1}{8Bk^2} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}, \quad (110)$$

where k is the wave number and $B = h^3 E_p / 12(1 - \nu_p^2)$ is the bending stiffness. At low frequencies i.e., for $kr \ll 1$, the wave number k is related to the pulsation ω by $k^4 = \omega^2 \rho_p h / B$, where ρ_p is the plate density. Practically, for beads impacts, the approximation of equation (110) is valid as soon as the distance from the impact is larger than a few centimeters [Farin et al., 2015].

On blocks, the impact generates compressive, shear and Rayleigh waves. For $kr \gg 1$, and practically farther than about 30 cm from the impact for spherical beads of diameter $d < 20$ mm, the displacement mainly results from Rayleigh waves and the Green's function can be approximated by [Miller and Pursey, 1955; Farin et al., 2015]:

$$|\tilde{G}_{zz}(r, f)| \approx \frac{\eta^2 \omega}{2\mu c_P} \frac{\sqrt{x_0(x_0^2 - 1)}}{f'_0(x_0)} \sqrt{\frac{2c_P}{\pi \omega r}}, \quad (111)$$

where μ is the shear Lamé coefficient, c_P is the compressional wave speed, $\eta = \sqrt{2(1 - \nu_p)/(1 - 2\nu_p)}$, $f_0(x) = (2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2 \sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - \eta^2)}$ and x_0 is the real root of f_0 .

2.3. Characteristic frequencies

To describe the amplitude spectrum $|\tilde{A}(r, f)|$ of the emitted vibration, we define two characteristic frequencies:

1. A mean frequency f_{mean} that is less sensitive to the signal to noise ratio than the frequency for which the amplitude spectrum is maximum [Vinningland et al., 2007a,b]:

$$f_{mean} = \frac{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}(r, f)| f df}{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}(r, f)| df}, \quad (112)$$

2. The bandwidth Δf :

$$\Delta f = 2 \sqrt{\frac{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}(r, f)|^2 f^2 df}{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}(r, f)| df} - f_{mean}^2}. \quad (113)$$

These frequencies are inversely proportional to [Hertz's](#) impact duration T_c . The frequencies for an elastic impact i.e., for $\alpha = 0$ and $P_Y/P_0 = 1$, are given in Table 7. The frequencies f_{mean} and Δf are smaller when the impact is inelastic compared to the case of an elastic impact (Figure 63). They decrease by 4% to 7% when α increases from 0 to 0.5 and by 20% to 27% when the stresses ratio P_Y/P_0 decreases from 1 to 0.5.

Table 7 : Characteristics frequencies: Theoretical mean frequency f_{mean} and bandwidth Δf , as respectively defined by equations (112) and (113), of the acoustic signal generated by an elastic impact on a thin plate and on a thick block.

	f_{mean}	Δf
plates	$0.75/T_c$	$0.72/T_c$
blocks	$1/T_c$	$0.6/T_c$

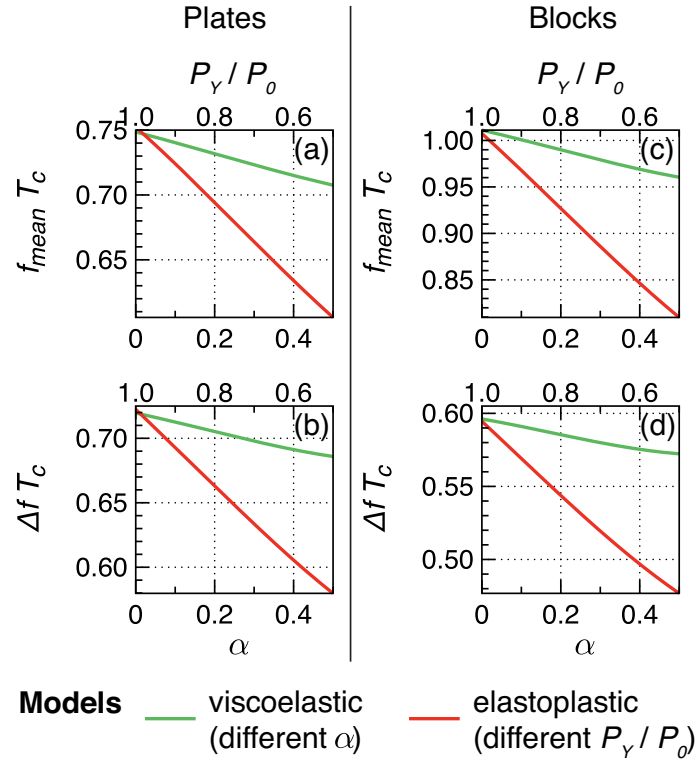


Figure 63 : Theoretical values of the (a), (c) mean frequency f_{mean} and (b), (d) bandwidth Δf for (a) and (b) thin plates and (c) and (d) thick blocks, as a function of the inelastic parameters α (green) and P_Y/P_0 (red). All frequencies are multiplied by [Hertz's](#) impact duration T_c to be non dimensioned.

2.4. Energy budget and coefficient of restitution

The total energy ΔE_c lost by a spherical bead rebounding normally and without rotation is simply the difference of the bead kinetic energy before and after the impact:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m V_z^2 (1 - e^2) \quad (114)$$

where e is the normal coefficient of restitution, that is the ratio of the bead vertical speeds after and before the impact, respectively V' and V_z [e.g. [Tillett, 1954](#); [Hunter, 1957](#); [Reed, 1985](#); [Falcon et al., 1998](#); [McLaskey and Glaser, 2010](#)]. ΔE_c is the sum of the energy radiated in

elastic waves (W_{el}), dissipated in inelastic processes such as viscoelasticity in the vicinity of the contact (W_{visc}). All other losses are contained in W_{other} . It can be due to plastic deformation [Davies, 1949], surface forces between the sphere and the surface, as e.g. electrostatic forces [Israelachvili, 2002], or in general grain scale interactions [Duran, 2010; Andreotti et al., 2013]:

$$\Delta E_c = W_{el} + W_{visc} + W_{other}. \quad (115)$$

Here we present analytical expressions for W_{el} and W_{visc} for impacts on thin plates and thick blocks.

2.4.1. Energy radiated in elastic waves

A more exact description than Hertz's model of the interaction between the sphere and the substrate during an impact was proposed by Zener [1941]. One has to distinguish the sphere displacement z , given by:

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = -F(t), \quad (116)$$

from the substrate's surface displacement U at the position of the impact, whose time derivative is:

$$\frac{dU(t)}{dt} = Y_{el}(t) * F(t), \quad (117)$$

where $Y_{el}(t)$ is the radiation admittance and $*$ is the convolution product. In these equations, the impact force $F(t)$ follows Hertz's theory [equation 97].

The relative movement of the sphere and of the substrate i.e., the interpenetration $\delta_z(t) = z(t) - U(t)$, is therefore solution of the following equation, in dimensionless form with $\delta^* = \delta_z / \delta_{z0}$ and $t^* = V_z t / \delta_{z0}$:

$$\frac{d^2 \delta^*}{dt^{*2}} = -\frac{5}{4} \left(\delta^{*3/2} + \lambda_Z * \frac{d\delta^*}{dt^*} \delta^{*1/2} \right), \quad (118)$$

which is the same expression as for a viscoelastic impact [equation (106)] but with a different parameter:

$$\lambda_Z \approx 1.4 Y_{el}(t^*) \frac{E^{*2/5}}{\rho_s^{1/15}} m^{2/3} V_z^{1/5}. \quad (119)$$

Note that the parameter λ_Z increases with the sphere mass m contrary to the viscoelastic parameter α [equation (107)]. Because equations (106) and (118) are identical, when λ_Z increases the force profile varies exactly the same way as when α increases (Figure 62b). As shown by Zener [1941], λ_Z tends toward 0 as the thickness of the substrate increases with respect to the sphere diameter. For blocks, the equation (118) is equivalent to that of Hertz's elastic model [equation (99)].

The energy W_{el} radiated in elastic waves is the work done by the impact force $\mathbf{F}(t)$ during the impact, i.e.,

$$W_{el} \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F}(t) \cdot \frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{F}(f)|^2 \tilde{Y}_{el}(f) df, \quad (120)$$

according to Parseval's theorem, where $\tilde{Y}_{el}(f)$ is the time Fourier transform of the radiation admittance.

The radiated elastic energy W_{el} is different for impacts on thin plates and on thick blocks because the radiation admittance $\tilde{Y}_{el}(f)$ has a different expression. For thin plates, Goyder and White

[1980] showed that the admittance is independent of frequency f :

$$\tilde{Y}_{el} = \frac{1}{8\sqrt{B\rho_p h}}. \quad (121)$$

For thick blocks, the radiation admittance $\tilde{Y}_{el}(f)$ was computed in time Fourier domain by Miller and Pursey [1955]:

$$\tilde{Y}_{el}(f) = \frac{\eta^4 \beta (2\pi f)^2}{2\pi \rho_p c_P^3}, \quad (122)$$

where β is the imaginary part of

$$\int_0^X \frac{x\sqrt{x^2-1}}{f_0(x)} dx, \quad (123)$$

with X , a real number greater than the positive real root of f_0 . The coefficient β depends only on the Poisson ratio ν (see Appendix D for details on the calculation of β).

Using equation (120), we obtain in Table 8 analytical expressions for the elastic energy W_{el} radiated during an impact on thin plates and thick blocks, as a function of the impact parameters. Note that the exponents on m and V_z in these scaling laws are independent of the elastic parameters.

Table 8 : Scaling laws for the radiated elastic energy and the energy dissipated in viscoelasticity: Radiated elastic energy W_{el} and energy W_{visc} dissipated in viscoelasticity for plates of thickness h and blocks as a function of the impact parameters. The coefficients C_{plate} and C_{block} are represented in Figure 64.

	Plates	Blocks
W_{el}	$a_1 C_{plate} m^{5/3} V_z^{11/5}$ $a_3 C_{plate} R^5 H^{11/10}$	$a_2 C_{block} m V_z^{13/5}$ $a_4 C_{block} R^3 H^{13/10}$
W_{visc}	$C_{visc} m V_z^2$ $a_5 C_{visc} R^3 H$	
	$a_1 \approx 0.18 \frac{E^{*2/5}}{\rho_s^{1/15} \sqrt{B\rho_p h}}$	$a_2 \approx 15.93 \frac{\eta^4 \beta E^{*6/5}}{\rho_p \rho_s^{1/5} c_P^3}$
	$a_3 = (2g)^{11/10} (\frac{4}{3}\pi\rho_s)^{5/3} a_1$	$a_4 = (2g)^{13/10} \frac{4}{3}\pi\rho_s a_2$
	$a_5 = 2g \frac{4}{3}\pi\rho_s$	

In these expressions, $C_{plate} = \int_{-\infty}^{+\infty} |g(t^*)|^2 dt^*$ and $C_{block} = \int_0^{+\infty} f^2 |\tilde{g}(f)|^2 df$ where $|g(t^*)| = |F_z(t)|/F_0$ with $t^* = V_z t / \delta_{z0}$, and where $\tilde{g}(f)$ is the time Fourier transform of $g(t^*)$. For an elastic impact, $C_{plate} \simeq 1.21$ and $C_{block} \simeq 0.02$. When the impact is viscoelastic or elastoplastic, both coefficients C_{plate} and C_{block} decrease because the amplitude of the impact force $F_z(t)$ decreases (Figures 62, 64a and 64b). As a consequence, less energy is radiated in elastic waves when the impact is inelastic with respect to the case of an elastic impact. On plates, C_{plate} also decreases as the parameter λ_Z increases i.e., when the bead radius becomes of the order or greater than the plate thickness (Figure 64a).

On blocks, the ratio of the radiated elastic energy W_{el} over the impact energy $E_c = \frac{1}{2}mV_z^2$ varies as $V_z^{3/5}$ and is independent of the sphere mass m , which is in agreement with Hunter's 1957 findings.

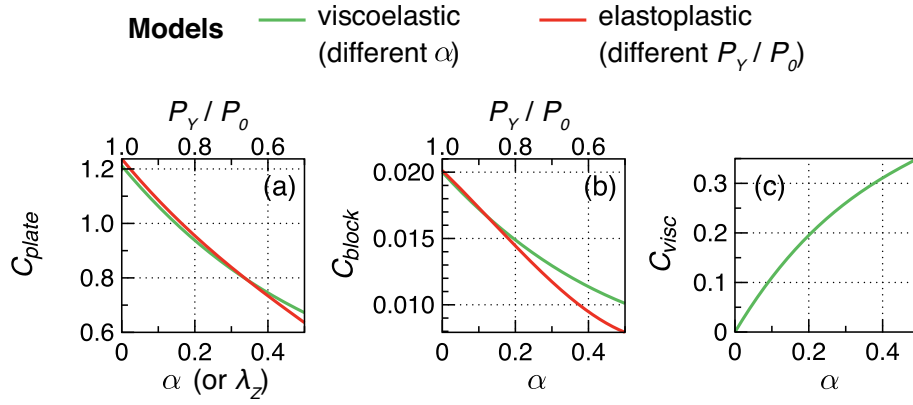


Figure 64 : (a), (b) and (c) Values of the constants (a) C_{plate} , (b) C_{block} and (c) C_{visc} as a function of the inelastic parameters α for a viscoelastic impact (or λ_z for Zener's theory) (green) and P_Y/P_0 for an elasto-plastic impact (red).

2.4.2. Energy lost by viscoelastic dissipation

The energy W_{visc} lost by viscoelastic dissipation in the vicinity of the impact results from the work done by the viscoelastic force $F_{diss} = -\frac{3}{2}DK \frac{d\delta_z(t)}{dt} \delta_z^{1/2}(t)$ during the impact:

$$W_{visc} = \int_0^{+\infty} F_{diss}(t) \cdot \frac{d\delta_z(t)}{dt} dt. \quad (124)$$

Using the dimensionless variables $\delta^* = \delta_z/\delta_{z0}$ and $t^* = V_z t/\delta_{z0}$ and the viscoelastic parameter $\alpha = \frac{3}{2}DV_z/\delta_{z0}$ and developing the expression of δ_{z0} as a function of the impact parameters [equation (100)], we can show that:

$$W_{visc} = C_{visc} m V_z^2 \quad (125)$$

where $C_{visc} = \int_0^{+\infty} \left(\frac{d\delta^*}{dt^*} \right)^2 \delta^{*1/2} dt^*$ is a function of α only (Figure 64c). A third order Taylor series is $C_{visc} \approx 1.24\alpha - 1.51\alpha^2 + 0.86\alpha^3$. For an elastic impact, no work is done by the viscoelastic force since $C_{visc} = 0$. The expression of W_{visc} is independent of the fact that the impact is on a plate or on a block because it concerns the energy dissipated in the impact region.

The proportion of total energy E_c dissipated by viscoelasticity can be developed in powers of the mass m and the impact speed V_z :

$$\frac{W_{visc}}{E_c} = 3.47x - 5.92x^2 + 4.72x^3 + O(x^3), \quad (126)$$

where $x = DE^{2/5} \rho_s^{-1/15} m^{-1/3} V_z^{1/5}$, which is in agreement with the viscoelastic impact model of Kuwabara and Kono [1987] and Ramírez et al. [1999].

2.4.3. Total energy lost

Finally, if the sole energy dissipation processes are elastic waves radiation and viscoelastic dissipation, the analytical expression of the total energy lost during an impact is, on plates:

$$\frac{\Delta E_c}{E_c} = 2a_1 C_{plate} m^{2/3} V_z^{1/5} + 2C_{visc}, \quad (127)$$

and on blocks:

$$\frac{\Delta E_c}{E_c} = 2a_2 C_{block} V_z^{3/5} + 2C_{visc}. \quad (128)$$

The proportion of the lost energy ΔE_c radiated in elastic waves is, on plates:

$$\frac{W_{el}}{\Delta E_c} = \frac{a_1 C_{plate} m^{2/3} V_z^{1/5}}{a_1 C_{plate} m^{2/3} V_z^{1/5} + C_{visc}}, \quad (129)$$

and the proportion of the lost energy ΔE_c dissipated in viscoelasticity is:

$$\frac{W_{visc}}{\Delta E_c} = \frac{C_{visc}}{a_1 C_{plate} m^{2/3} V_z^{1/5} + C_{visc}}. \quad (130)$$

In these expressions, $C_{visc} \propto m^{-1/3}$ [equation (126)]. Therefore, when the mass m of the impactor increases, the proportion of the lost energy ΔE_c radiated in elastic waves should tends towards 100% and that lost by viscoelastic dissipation should tends toward 0%. The contrary is observed when the mass m decreases. The transition from a viscoelastic impact (for small masses) towards an elastic impact (for large masses) occurs when $2a_1 C_{plate} m^{2/3} V_z^{1/5} = 2C_{visc}$, i.e. for a critical mass $m_c \approx 8D\sqrt{B\rho_p h}$.

On blocks, we get:

$$\frac{W_{el}}{\Delta E_c} = \frac{a_2 C_{block} V_z^{3/5}}{a_2 C_{block} V_z^{3/5} + C_{visc}}, \quad (131)$$

and

$$\frac{W_{visc}}{\Delta E_c} = \frac{C_{visc}}{a_2 C_{block} V_z^{3/5} + C_{visc}}. \quad (132)$$

For large masses m , the ratio of the radiated elastic energy W_{el} over the lost energy ΔE_c is independent of the mass m and is equal to 100% because C_{visc} is negligible. When the mass m decreases, the ratio $W_{el}/\Delta E_c$ decreases and the ratio $W_{visc}/\Delta E_c$ increases.

The scaling laws derived in this section for the radiated elastic energy W_{el} and the characteristic frequencies f_{mean} and Δf will be inverted in section 5 to express the mass m and the speed V_z of the impactor as functions of the signal characteristics. Before that, we have to test if the established scaling laws are valid with laboratory experiments.

3. Experimental Setup

We conduct experiments of beads impacts on horizontal hard substrates to test the scaling laws derived from *Hertz's* theory in the last section for the characteristic frequencies f_{mean} and Δf , the radiated elastic energy W_{el} , the viscoelastic energy W_{visc} and the total energy lost ΔE_c . The bead is initially held by a screw and dropped without initial velocity and rotation to ensure reproducibility (Figure 65a). The height of fall H varies between 2 cm and 40 cm. The impact speed V_z is calculated assuming a fall without air friction: $V_z = \sqrt{2gH}$, with g the gravitational acceleration. The acoustic vibration generated by the impacts is recorded on the surface by mono-component piezoelectric charge shock accelerometers (type 8309, *Brüel & Kjaer*). The response of the sensors is flat between 1 Hz and 54 kHz.

We drop spherical beads of steel, glass and polyamide (Figure 65b) of diameter d ranging from 1 mm to 20 mm to observe the influence of the mass and elastic parameters on the results. We

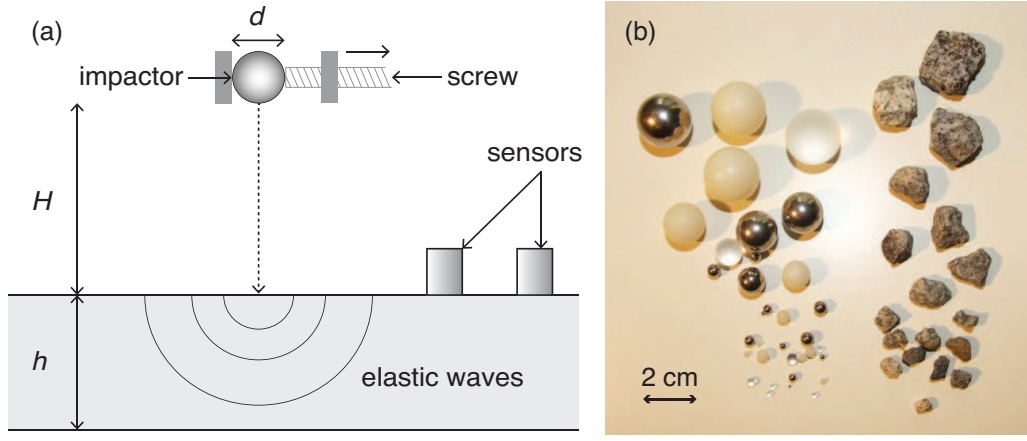


Figure 65 : (a) Scheme of the experimental setup. A spherical bead or a small piece of rock of diameter d is initially held by a screw and dropped without initially velocity or rotation on a hard structure of thickness h . Height of fall H varies from 2 cm to 30 cm. The impact generates elastic waves, recorded by an array of accelerometers. (b) Spherical beads of glass, polyamide and steel and granite gravels used as impactors in the experiments.

conduct the same experiments with granite gravels of complex shape and of similar size and mass than the beads to test if the scaling laws are still valid if the impactor is not spherical. The rebound height and rotational speed of the gravels after impact are estimated from high speed camera recordings. The properties of the beads and gravels used in the experiments are shown in Table 9.

Table 9 : Characteristics of the impactors used in experiments: density ρ_s , Young's modulus E_s , Poisson's ratio ν_s , diameter d and mass m .

	material	ρ_s (kg m ⁻³)	E_s (GPa)	ν_s -	d (mm)	m (g)
spherical beads	glass	2500	74	0.2	1 – 20	$1.3 \cdot 10^{-3} - 10$
	polyamide	1140	4	0.4	2 – 20	$6 \cdot 10^{-4} - 4.8$
	steel	7800	203	0.3	1 – 20	$4.1 \cdot 10^{-3} - 33$
gravels	granite	3600	60	0.27	$\approx 4 - 28$	$0.08 - 18$

Four substrates are used: (i) a PMMA plate of dimensions $120 \times 100 \times 1$ cm³, (ii) a circular 1 cm-thick glass plate of radius 40 cm, (iii) a marble block of dimensions $20 \times 20 \times 15$ cm³ and (iv) a concrete pillar of dimensions $3 \times 1.5 \times 0.6$ m³. The acoustic vibration is recorded at different distances from the impacts to measure waves group speed $v_g = \partial\omega/\partial k$ and phase speed $v_\phi = \omega/k$ and the attenuation distance $1/\gamma(\omega)$ of the direct wave front in these substrates. These characteristics and the elastic parameters of the investigated structures are summarized in Table 10. Finally, a series of experiments is also conducted on the inclined glass plate to investigate how the angle of impact affects the amount of energy radiated in elastic waves.

Table **10** : Characteristics of the materials used in experiments: Density ρ_p , Young's modulus E_p , Poisson's ratio ν_p , characteristic distance $1/\gamma$ and time τ of energy attenuation, group velocity v_g and phase velocity v_ϕ (that depend on the frequency f (in Hz)).

material		ρ_p (kg m ⁻³)	E_p (GPa)	ν_p -	γ (1/m)	τ (s)	v_g (m s ⁻¹)	v_ϕ (m s ⁻¹)
glass	$kh < 1$	2500	74	0.2	$0.014f^{1/6}$	$3.8f^{-2/3}$	$18.6f^{1/2}$	$9.3f^{1/2}$
	$kh > 1$				$8.5 \times 10^{-5}f^{2/3}$		3100	3100
PMMA	$kh < 1$	1180	2.4	0.37	1	$0.09f^{-1/2}$	$11.7f^{1/2}$	$5.8f^{1/2}$
	$kh > 1$				$4.8 \times 10^{-3}f^{2/3}$	$0.15f^{-2/3}$	1400	1400
concrete	-	2300	16.3	0.4	$2.3 \cdot 10^{-5}f^1$	$28f^{-1}$	1530	1530
marble	-	2800	26	0.3	$2.5 \cdot 10^{-5}f$	$23.1f^{-1}$	1750	1750

4. Experimental Results

4.1. Estimation of the radiated elastic energy

Let us first describe the signals recorded in our experiments of bead impacts on the different substrates and how we compute the radiated elastic energy W_{el} in each case. A bouncing bead generates a series of short and impulsive acoustic signals (Figures 66a, 66b, 67a and 67b). The bead can rebound more than 50 times on the smooth glass plate while it rebounds only 2 or 3 times on the concrete block owing to surface roughness (Figures 66b and 67a). We estimate the coefficient of normal restitution $e = \sqrt{H'/H}$ from the time of flight Δt between the successive rebounds because the rebound height is given by $H' = g\Delta t^2/8$ [Falcon et al., 1998]. The total energy lost during an impact is then given by $1 - e^2$ [see equation (114)].

The PMMA and glass plates and the concrete block are sufficiently large to measure most of the first wave arrival before the return of the first reflections off the lateral sides (Figures 66c, 66f and 67e). In these cases, we estimate the radiated elastic energy W_{el} from the energy flux crossing a surface surrounding the impact, as detailed in Farin et al. [2015] i.e., for plates:

$$W_{el} = 2rh\rho_p \int_0^{+\infty} v_g(\omega) |\tilde{V}_z(r, \omega)|^2 \exp(\gamma(\omega)r) d\omega, \quad (133)$$

and for blocks:

$$W_{el} = 2\rho_p r v_g c_P \pi_R^{surf}(r) \frac{\beta(f'_0(x_0))^2}{2\pi\eta^4(x_0^2 - 1)} \int_0^{+\infty} |\tilde{V}_z(r, z=0, \omega)|^2 \omega^{-1} \exp(\gamma(\omega)r) d\omega, \quad (134)$$

where $|\tilde{V}_z(r, \omega)|$ is the time Fourier transform of the vertical vibration speed at the surface, $\exp(\gamma(\omega)r)$ compensates viscoelastic dissipation with distance and $\pi_R^{surf}(r)$ is the percentage of Rayleigh waves in the signal at the surface at distance r from the impact [Farin et al., 2015].

Because the substrates size is limited, wave reflections off the boundaries are recorded by the sensors. Side reflections are strongly attenuated in PMMA which is a more damping material than glass, concrete and marble (Figure 66c). On contrary, the wave is reflected many times in the glass plate and in the two blocks and its averaged amplitude decreases exponentially with time owing to viscoelastic dissipation (Figures 66d, 67c and 67d). This situation is referred to as a diffuse field in the literature [e.g. Weaver, 1985; Mayeda and Malagnini, 2010; Sánchez-Sesma et al., 2011]. To quantify this dissipation, we estimate the characteristic decay time of energy τ in the substrate (Table 10) [Farin et al., 2015].

The marble block is not sufficiently large to distinguish the first wave arrival entirely from the side reflections (Figure 67f). In this case, we estimate the radiated elastic energy W_{el} from the reflected coda. Indeed, in diffuse field approximation, the squared normal vibration speed averaged over several periods decreases exponentially:

$$\overline{v_z(t)^2} = \overline{v_z(t_i)^2} \exp\left(-\frac{t - t_i}{\tau}\right), \quad (135)$$

where t_i is the instant of the impact. Knowing the characteristic time τ , we can extrapolate the vibration speed at the instant t_i and deduce the radiated elastic energy W_{el} from [Farin et al., 2015]:

$$W_{el} \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse}^2\right) \rho_p V \overline{v_z(t_i)^2}, \quad (136)$$

where V is the block volume and $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{diffuse}$ is the ratio of horizontal to vertical amplitude at the

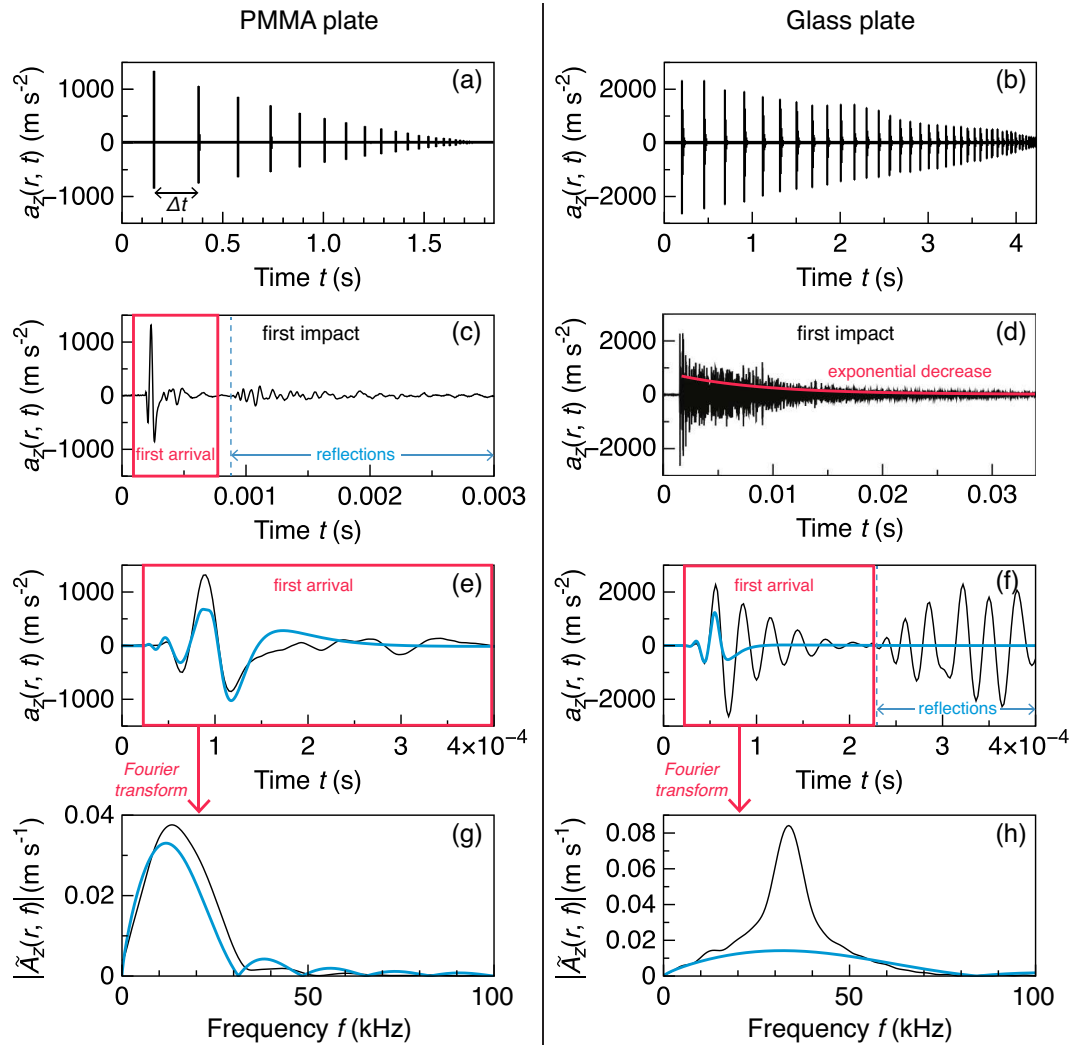


Figure 66 : (a) and (b) Acceleration signal $a_z(r, t)$ generated by the successive impacts of a steel bead of diameter $d = 5$ mm, dropped from height $H = 10$ cm on (a) the PMMA plate and (b) the glass plate. The time of flight Δt between two impacts is equal to the duration between two peaks. (c) and (d) Zoom on the signal of the first rebound, filtered below 100 kHz. The coda envelope decreases exponentially with time in the glass plate (red line). (c),(e) and (f) The first arrival is delimited by a red frame and the first reflections off the plate lateral sides arrive at the right of the blue dashed line. (g) and (h) The time Fourier transform of the first arrival gives the amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ as a function of the frequency f . The thick blue line in Figures (e) to (h) represents the synthetic signal and amplitude spectrum obtained by convolution of [Hertz's](#) force of impact with the Green's function.

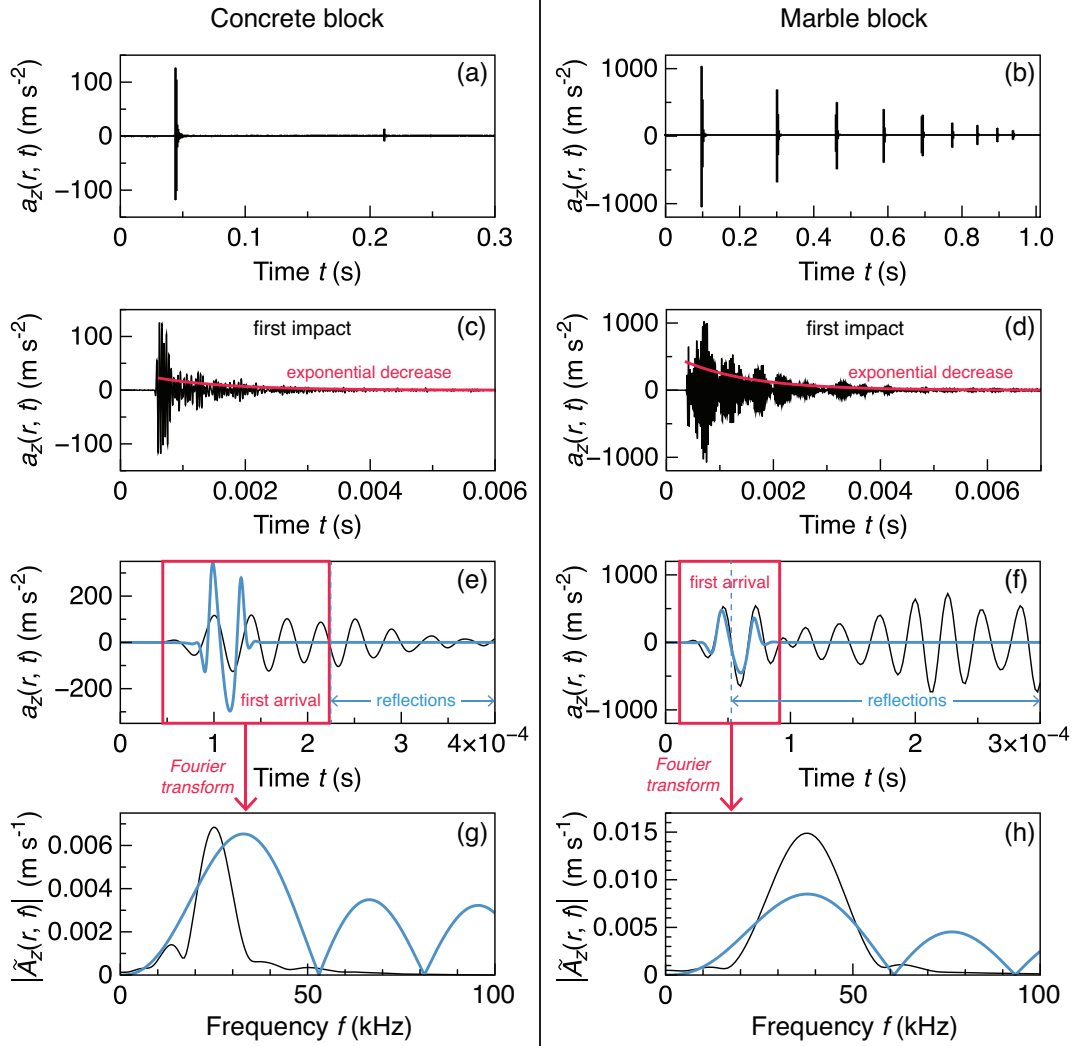


Figure 67 : (a) and (b) Acceleration signal $a_z(r, t)$ generated by the successive impacts of a steel bead of diameter $d = 5$ mm, dropped from height $H = 10$ cm on (a) the concrete block and (b) the marble block. (c) and (d) Zoom on the signal of the first rebound, filtered below 100 kHz. The coda envelope decreases exponentially with time (red line). (e) and (f) The first arrival is delimited by a red frame and the first reflections off the plate lateral sides arrive at the right of the blue dashed line. (g) and (h) The time Fourier transform of the first arrival gives the amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ as a function of the frequency f . The thick blue line in Figures (e) to (h) represents the synthetic signal and amplitude spectrum obtained by convolution of Hertz's force of impact with the Green's function.

surface of the structure in diffuse field approximation. For a normal impact on a thick block of Poisson's ratio ν_p , [Sánchez-Sesma et al. \[2011\]](#) give $\left(\frac{\mathcal{H}}{V}\right)_{\text{diffuse}} \approx 1.245 + 0.348\nu_p$. Note that we can also use this diffuse method to estimate the radiated elastic energy W_{el} in the glass plate and in the concrete block because $\overline{v_z(t)^2}$ also decreases exponentially with time (Figures 66d and 67c). Due to statistical assumptions, the diffuse method leads however to larger uncertainties on the results compared to that based on the energy flux [\[Farin et al., 2015\]](#).

4.2. Comparison with synthetic signals

We compare the measured vibration $a_z(r, t)$ with a synthetic signal which is the convolution of [Hertz's](#) force of elastic impact (Figure 62b with $\alpha = 0$) with the Green's function [equations (110) and (111)] (Figures 66e to 66h and 67e to 67h).

A good agreement is observed in terms of amplitude and frequencies on the PMMA plate but the agreement is less satisfactory on the other substrates. On glass, only the beginning of the signal is well reproduced by the theory (Figure 66f). A resonance of the accelerometer coupled to the glass plate for 38 kHz could explain why the recorded vibration lasts longer than the synthetic one (Figure 66f). This effect clearly appears on the Fourier transform of the signal with a peak of energy around 38 kHz (Figure 66h). We estimate that the resonance on plates overestimates the vibration energy by a factor of 4. To compensate this effect, we divide the measured radiated elastic energy W_{el} by this factor. On concrete, the synthetic is significantly different than the recorded signal in terms of higher amplitude and frequencies (Figures 67f and 67h). The impact may be not completely normal to the surface owing to the surface roughness, and this could reduce the energy on the normal component, as discussed later in section 4.7. On marble, the frequencies of the measured signal are close to that of the synthetic one but the amplitude is higher than in theory, probably because side reflections arrive before the end of the first arrival (Figures 67e and 67g). This has no consequence on the estimation of the radiated elastic energy W_{el} for this block because we use the diffuse method [equation (136)]. Note that the peaks of energy for $f > 50$ kHz in the synthetic spectrum on the concrete and marble block are not visible in the recordings, because the accelerometers are not sensitive in this frequency range (see Appendix E).

4.3. Characteristics frequencies

We compute the mean frequency f_{mean} and the bandwidth Δf using equations (112) and (113), respectively (Figure 68). On the glass plate, as the accelerometers are not sensitive to frequencies larger than 50 kHz, the frequencies computed with these sensors saturate to about 40 kHz for the smallest beads i.e., the smallest impact durations T_c (black crosses on Figures 68c and 68d). Therefore, the accelerometers type 8309 are used only for the impacts that generate energy below 50 kHz. For the signals of higher frequencies, we use in parallel piezoelectric ceramics (MICRO-80, *Physical Acoustics Corporation*) sensitive between 100 kHz to 1 MHz. These last sensors can however not be used to quantify the radiated elastic energy since they are not sensitive to frequencies lower than 100 kHz.

Regardless of the bead material, the frequencies of the signals generated by impacts on PMMA, glass and marble collapse well within $\pm 20\%$ with the theoretical scaling laws of Table 7 as a function of the duration of impact T_c (Figures 68a to 68d, 68g and 68h). The agreement is better for the frequency bandwidth Δf than for the mean frequency f_{mean} . Surprisingly, the agreement is also satisfactory for the granite gravels of complex shape.

In concrete, the wavelength $c_R/f \approx 1$ cm for frequencies around 40 kHz, which is of the order of the size of the heterogeneities. High frequencies $f > 40$ kHz are therefore strongly attenuated during wave propagation in this block. This could explain the discrepancy with the theory for these frequencies on Figure 68e.

4.4. Radiated elastic energy

Regardless of the bead material, the radiated elastic energy W_{el} on the PMMA and glass plates matches well with the energy W_{el}^{th} predicted in Table 8 for an elastic impact, with $C_{plate} = 1.21$ (Figure 69). This confirms that the exponents 5/3 of the mass m and 11/5 of impact speed V_z in the scaling law are independent of the elastic parameters. For the smallest and the largest beads investigated, however, the data points separate from the theoretical line and the discrepancy can reach a factor of 5. This is clearer for steel beads (Figures 69c and 69g) and for glass beads on the glass plate (Figure 69e). The elastic energy W_{el} radiated by the impacts of granite gravels follows also well the scaling law in $m^{5/3}V_z^{11/5}$ but the proportionality coefficient is about 2 times smaller than in theory (Figures 69d and 69h).

On blocks, the theory predicts that $W_{el}^{th} \propto mV_z^{13/5}$ (Table 8). The experimental data of beads and gravels impacts on the concrete and marble blocks follow qualitatively this law, regardless of the bead material (Figure 70). In most of the experiments, however, the measured energy W_{el} is smaller than in theory, and even more so for granite gravels (Figures 70d and 70h). Moreover, on concrete, the measured radiated elastic energy W_{el} separates from the theoretical trend for the smallest and the largest beads investigated (Figures 70a, 70b and 70c). The discrepancy with the theory on Figures 69 and 70 is interpreted in the discussion.

4.5. Lost Energy and Energy Budget

On Figures 71 and 73, we compare the measured radiated elastic energy W_{el} (empty symbols) with the total energy lost during the impact ΔE_c , estimated with the coefficient of restitution e (full symbols). These energies are normalized by the impact energy E_c . The difference $\Delta E_c - W_{el}$ is likely lost in inelastic processes, such as viscoelastic dissipation or plastic deformation. This allows us to establish an energy budget of the impacts (Figures 72 and 74).

Furthermore, we also compare the measured radiated energy W_{el} with the theoretical one – noted W_{el}^{th} , red line on Figures 71 and 73 –, predicted by the scaling law in Table 8 for an elastic impact, with $C_{plate} = 1.21$ and $C_{block} = 0.02$. Note that on plates, we take into account of the dependence of C_{plate} coefficient to λ_Z parameter for large beads (see section 2.4.1, p. 134 and Figure 64a). The corrected theoretical elastic energy on plates is noted $W_{el}^{th'}$ on Figure 71. The discrepancy between the measured energy W_{el} and the theoretical radiated elastic energy W_{el}^{th} (or $W_{el}^{th'}$ on plates) is discussed in section 5.

4.5.1. Energy budget on plates

On plates, the energy ΔE_c lost by the bead during an impact is mostly radiated in elastic waves (W_{el}) or dissipated by viscoelasticity during the impact (W_{visc}) (Figures 71 and 72).

More energy is radiated in elastic waves as the bead mass m and the ratio of the bead diameter d on the plate thickness h increase, regardless of the elastic parameters (empty symbols on Figures 71 and 72). For the smallest beads investigated, only 0.1% to 0.3% of the impact energy E_c is

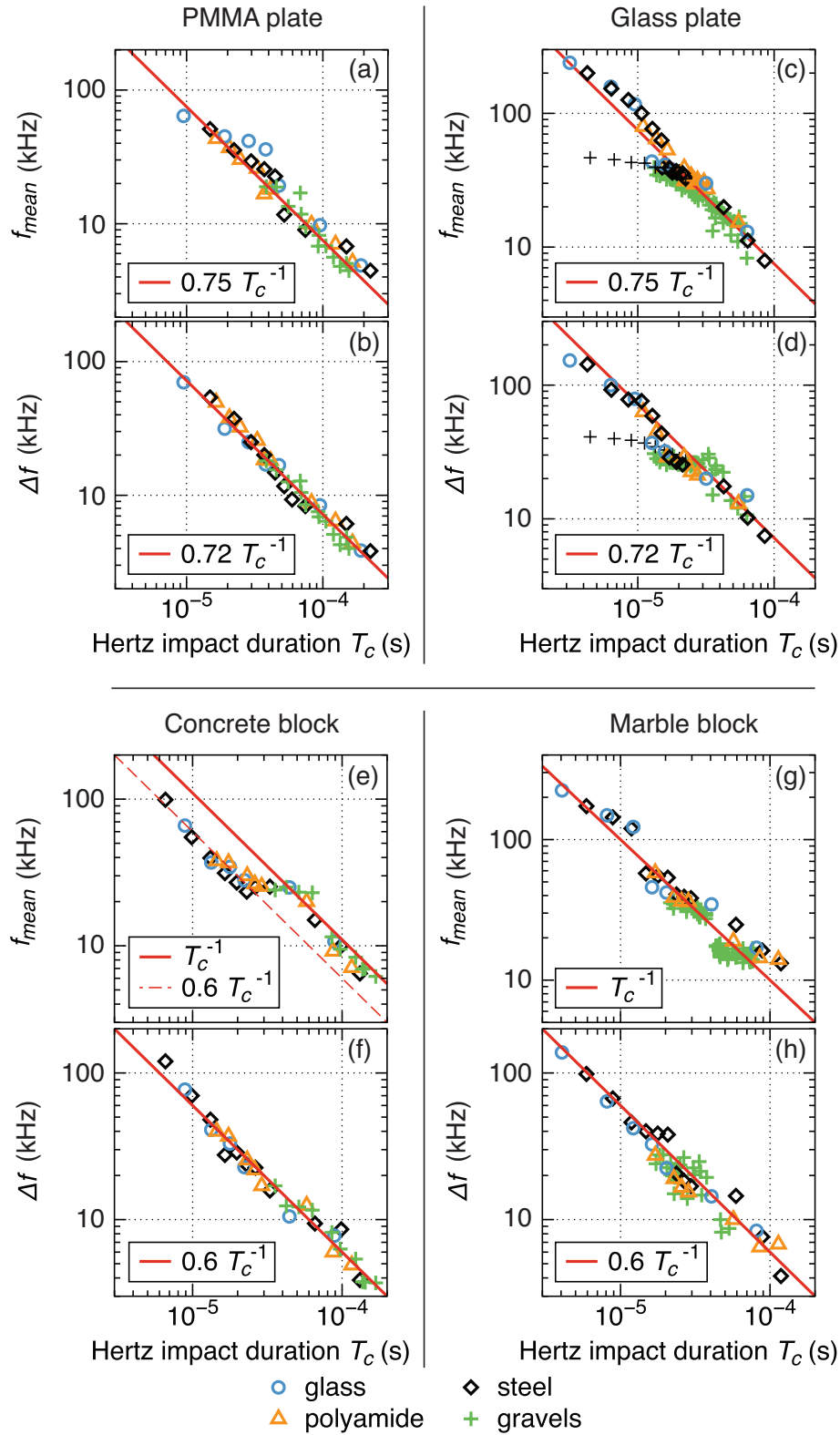


Figure 68 : (a), (c), (e) and (g) Mean frequency f_{mean} and (b), (d), (f) and (h) bandwidth Δf as a function of Hertz's impact duration T_c [equation (101)] for impacts of glass, polyamide and steel beads and granite gravels on (a) and (b) the PMMA plate, (c) and (d) the glass plate, (e) and (f) the concrete block and (g) and (h) the marble block. The red line corresponds to the theoretical prediction (Table 7) and the red dashed line in (e) is a fit to the data. The black crosses on Figures (c) and (d) correspond to the frequencies of the signals generated by steel beads measured with the accelerometers type 8309, that resonate around 38 kHz on the glass plate (see text). Error bars are of the size of the symbols and are $\pm 20\%$.

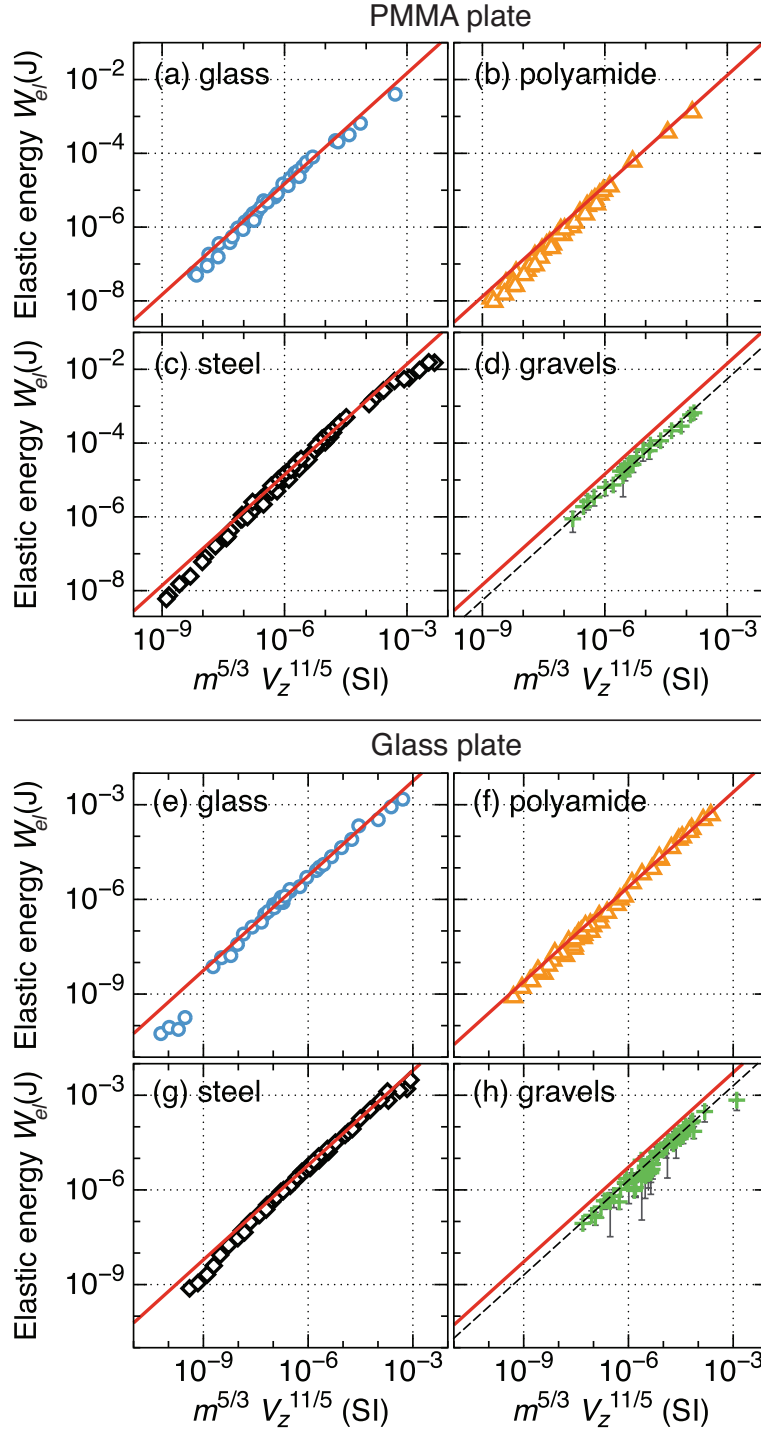


Figure 69 : Radiated elastic energy W_{el} as a function of $m^{5/3} V_z^{11/5}$ for impacts of (a)-(e) glass, (b)-(f) polyamide and (c)-(g) steel beads and (d)-(h) gravels on (a) to (d) the PMMA plate and on (e) to (h) the glass plate. The red line corresponds to the theoretical energy W_{el}^{th} given in Table 8 for an elastic impact i.e., with $C_{plate} = 1.21$. The black dashed line is a fit to the data. Error bars on W_{el} ($\pm 35\%$) are computed from ± 1 standard deviation on a series of 20 experiments and are symbols sized.

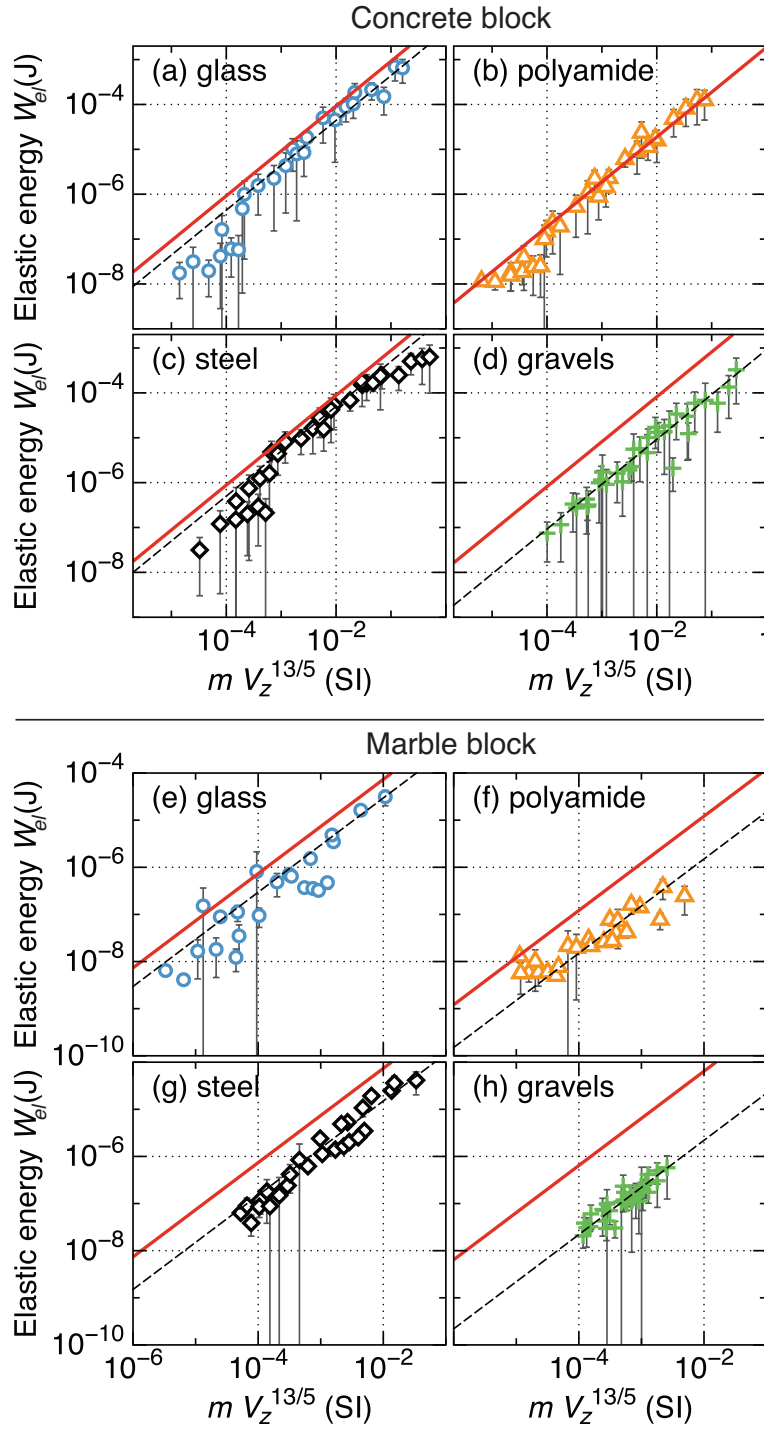


Figure 70 : Radiated elastic energy W_{el} as a function of $m V_z^{13/5}$ for impacts of (a)-(e) glass, (b)-(f) polyamide and (c)-(g) steel beads and (d)-(h) gravels on (a) to (d) the concrete block and on (e) to (h) the marble block. The red line corresponds to the theoretical energy W_{el}^{th} given in Table 8 for an elastic impact i.e., with $C_{block} = 0.02$.

radiated in elastic waves. In contrast, the impact energy E_c can be almost entirely converted into elastic waves when the bead diameter d is greater than the plate thickness h (Figure 71c). For large beads, the measured ratio of W_{el}/E_c is close to the theoretical ratio W_{el}^{th}/E_c (full red line on Figure 71), but diverges as the bead diameter d decreases.

We adjust the viscoelastic parameter D in equation (126) to match the analytical expression (127) of the lost energy ratio $\Delta E_c/E_c = W_{el}^{th}/E_c + W_{visc}/E_c$ (full green line on Figure 71) with the variation of $1 - e^2$ (full symbols). The agreement is found to be the best for values of D in Table 11.

Table 11 : Viscoelastic constant D (in ns): Value of the viscoelastic constant D appearing in equation (107) and adjusted on experimental data for impacts of spherical beads of different material (rows) on the different substrates (columns).

	PMMA	glass	concrete	marble
glass	230	80	100	180
polyamide	580	550	300	300
steel	190	35	200	200

The adjustment of D with experimental data allows us to quantify the viscoelastic energy W_{visc} (blue line on Figure 71). More energy is lost by viscoelastic dissipation as the bead mass m and the ratio d/h decrease and this is almost the sole process of energy loss when the bead diameter $d < 0.2h$ (Figure 72).

The transition from a viscoelastic impact towards an elastic impact is observed for the critical mass $m_c \approx 8D\sqrt{B\rho_p h}$, as predicted in section 2.4.3, p.136 (at the crossing between the red and blue lines on Figure 71). Interestingly, a bouncing bead loses less of its initial energy E_c for masses m close to the critical mass m_c .

For the largest beads of glass and steel, some energy is likely lost in plastic deformation of the softer material involved (Figure 72). As a matter of fact, we observed small indentations on the surface of the plates after the impact of these beads but not for polyamide beads.

4.5.2. Energy budget on blocks

On blocks, the energy budget is very different than for plates (Figures 73 and 74). Indeed, a much smaller proportion of energy seem to be lost in elastic waves and in viscoelastic dissipation. The rest is likely dissipated by other processes such as plastic deformation, adhesion or rotational modes of the bead owing to surface roughness.

The measured radiated elastic energy W_{el} represents only from 0.01% to 2% of the impact energy E_c , regardless of the bead mass m (empty symbols on Figure 73). Theory predicts that the ratio W_{el}^{th}/E_c is independent of the mass m (red line). However, the measured ratio W_{el}/E_c slightly increases with bead mass m on concrete and decreases on marble for different reasons explained in the discussion.

On Figure 73, the difference of the total energy lost $\Delta E_c = (1 - e^2)E_c$ with the energy W_{el} radiated in elastic waves is the energy lost in inelastic processes, such as viscoelasticity W_{visc} , plastic deformation and translational and rotational modes of the bead due to surface roughness. Contrary to plates, it is difficult here to determine what proportion of the lost energy ΔE_c is dissipated by viscoelasticity and what proportion is lost in other processes. However, one remarks that the ratio $\Delta E_c = (1 - e^2)E_c$ increases as the mass m decreases (empty symbols on Figure 73). This variation could be accommodated by viscoelastic dissipation which is stronger as the

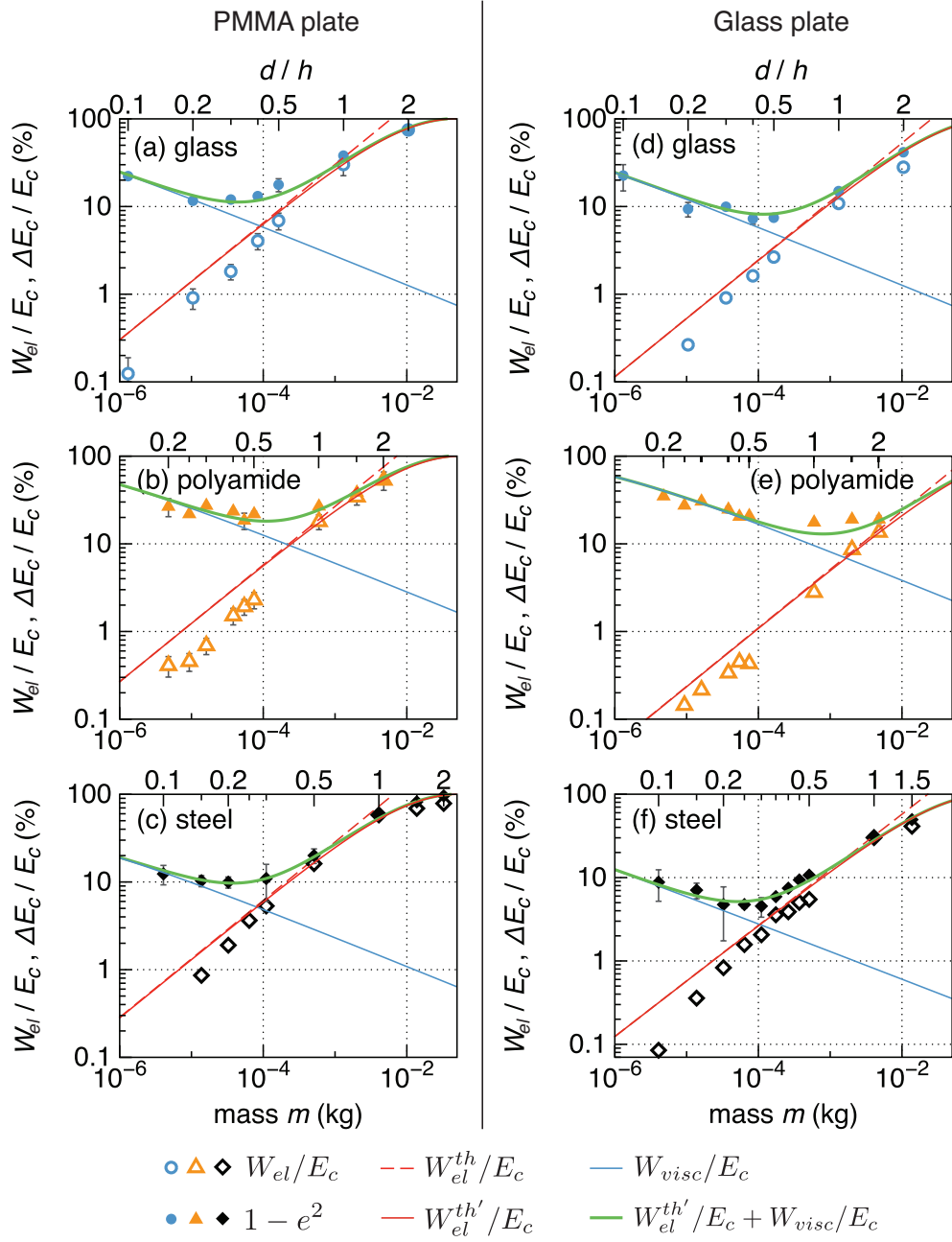


Figure 71 : Ratio of the measured radiated elastic energy W_{el} over the impact energy $E_c = \frac{1}{2}mV_z^2$ (empty symbols) and lost energy $\Delta E_c/E_c = 1 - e^2$ (full symbols) as a function of bead mass m and of the ratio of the bead diameter d on the plate thickness h for impacts of (a)-(d) glass, (b)-(e) polyamide and (c)-(f) steel beads on (a) to (c) the PMMA plate and on (d) to (f) the glass plate. The red dashed line corresponds to the theoretical ratio W_{el}^{th}/E_c with W_{el}^{th} in Table 8 for an elastic impact i.e., with $C_{plate} = 1.21$. The red full line is the energy ratio $W_{el}^{th'}/E_c$ corrected with C_{plate} dependence on parameter λ_Z , the blue line is the viscoelastic energy ratio W_{visc}/E_c [equation (126)] and the thick green line is the theoretical ratio $\Delta E_c/E_c$, which is the sum of $W_{el}^{th'}/E_c$ and W_{visc}/E_c [equation (127)].

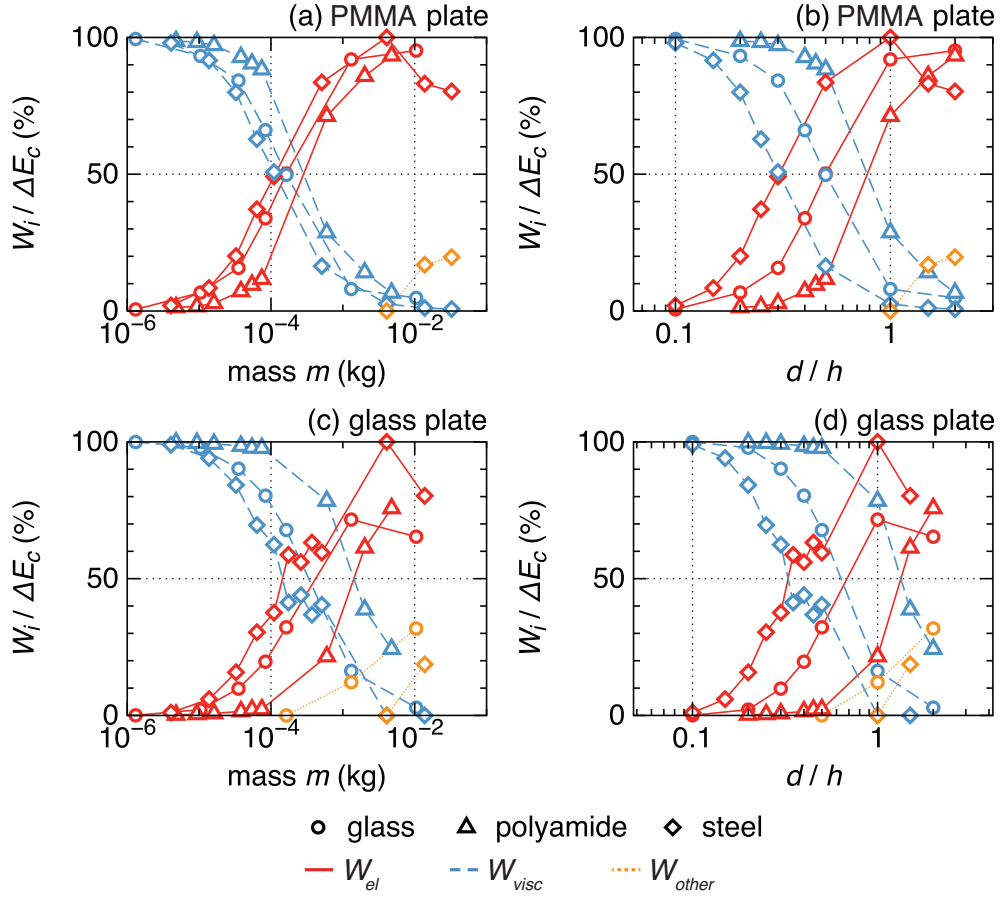


Figure 72 : Percentage of energy lost in elastic waves W_{el} (red full line), by viscoelastic dissipation W_{visc} (blue dashed line) and by other processes (W_{other}) such as plastic deformation, translational and rotational modes (orange dotted line) in (a)-(b) the PMMA plate and in (c)-(d) the glass plate, as a function of (a)-(c) the bead mass m and (b)-(d) the ratio of the bead diameter d over the plate thickness h for impacts of glass (circles), polyamide (triangles) and steel (diamonds) beads dropped from height $H = 10$ cm.

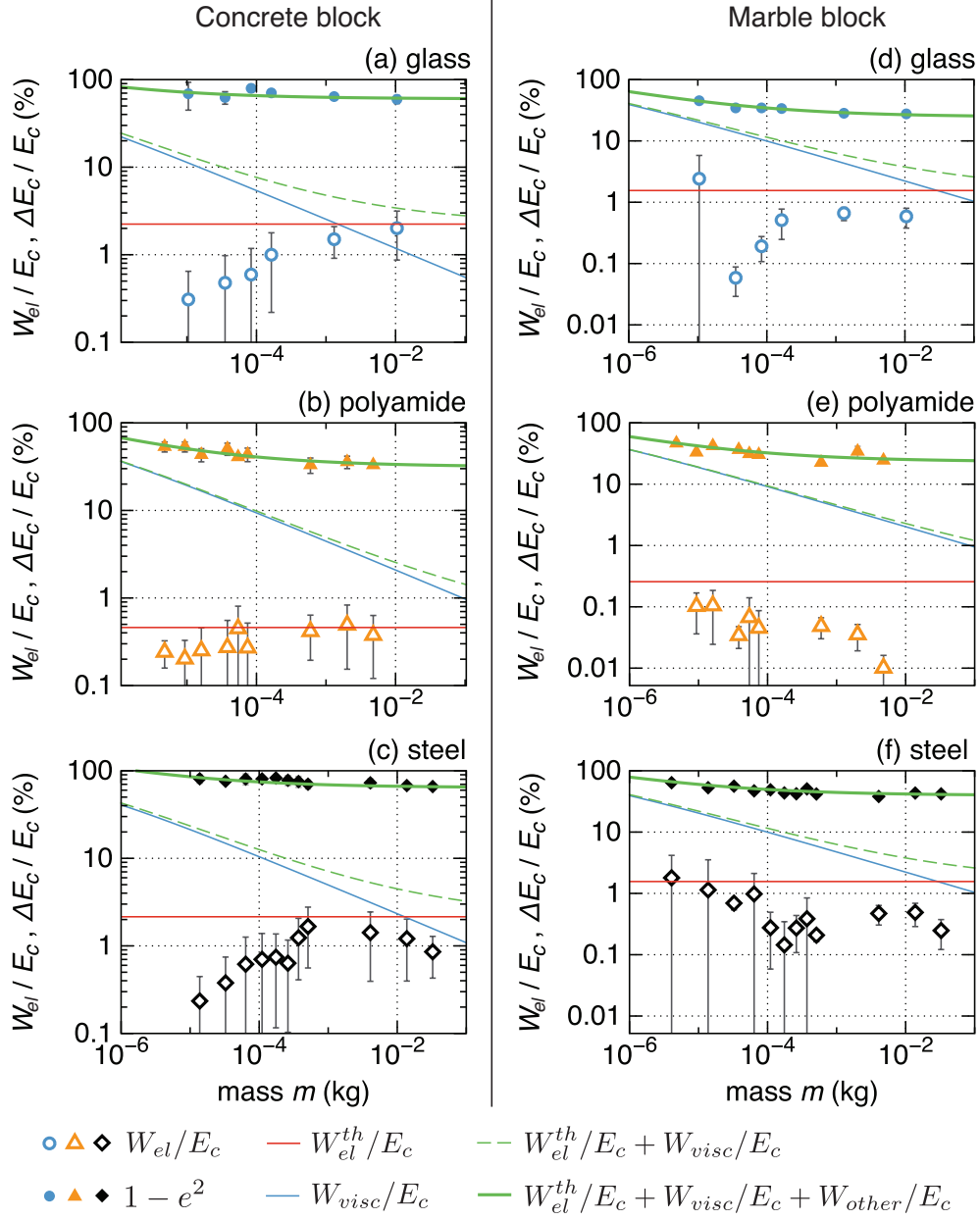


Figure 73 : Ratio of the measured radiated elastic energy W_{el} over the impact energy $E_c = \frac{1}{2}mV_z^2$ (empty symbols) and lost energy $\Delta E_c/E_c = 1 - e^2$ (full symbols) as a function of bead mass m for impacts of (a)-(d) glass, (b)-(e) polyamide and (c)-(f) steel beads on (a) to (c) the concrete block and on (d) to (f) the marble block. The red line represents the theoretical ratio W_{el}^{th}/E_c with W_{el}^{th} in Table 8 with $C_{block} = 0.02$. The blue line is the viscoelastic energy ratio W_{visc}/E_c [equation (126)]. The dashed green line is the theoretical energies ratio $\Delta E_c/E_c = W_{el}^{th}/E_c + W_{visc}/E_c$ of equation (128) and the thick green line is the same ratio plus the percentage W_{other}/E_c of energy lost in other processes.

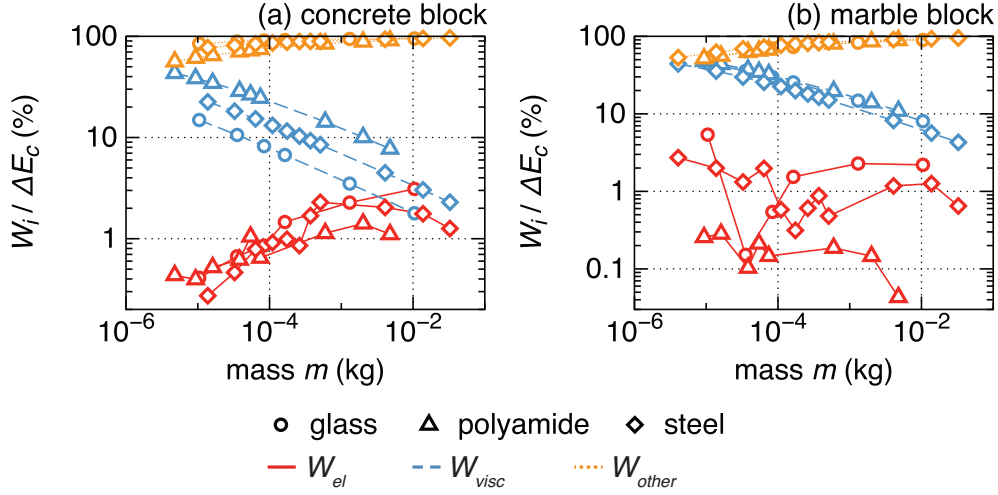


Figure 74 : Percentage of energy lost in elastic waves W_{el} (red full line), by viscoelastic dissipation W_{visc} (blue dashed line) and by other processes (W_{other}) such as plastic deformation, translational and rotational modes of the bead (orange dotted line) in (a) the concrete block and in (b) the marble block, as a function of the bead mass m for impacts of glass (circles), polyamide (triangles) and steel (diamonds) beads dropped from height $H = 10$ cm.

bead mass m decreases [equation (126)]. We make the strong assumption that the percentage of energy lost in other processes W_{other}/E_c is independent of the bead mass m . We then adjust the viscoelastic coefficient D (Table 11) to fit equation (128) with the variation of $1 - e^2$ with m (dashed green line on Figure 73). This allows to quantify the energy W_{visc} lost in viscoelastic dissipation (blue line on Figure 73).

Elastic waves radiation and viscoelastic dissipation represent respectively from 0.03% to 5% and from 2% to 40 % of the lost energy ΔE_c (Figure 74). The energy W_{other} lost in other processes seems to be an increasing percentage of the lost energy ΔE_c , from 50% to more than 99%, as the bead mass m increases (Figure 74).

4.5.3. Lost energy as a function of the impact speed V_z

A classic criterion to determine if an impact is viscoelastic in the literature is to observe that $1 - e^2$ varies as power $1/5$ of the impact speed V_z [e.g. Johnson, 1985]. This criterion is not applicable on plates because we showed that, for an elastic impact, $1 - e^2 = W_{el}/E_c$ follows the same power law [see equation 127]. This is clearly visible on Figures 75a and 75b, for example for $d = 15$ mm, for which viscoelastic dissipation is negligible (blue symbols).

On the contrary, on blocks, the criteria is applicable because W_{el}/E_c varies as $V_z^{3/5}$. Data are however too dispersed on the two blocks to distinguish a clear dependence with the impact speed V_z (Figures 75c and 75d). Nevertheless, it is clear that more energy is lost i.e., $1 - e^2$ is higher, as the bead diameter d decreases (Figures 73, 75c and 75d). The elastic theory only does not explain this dependence (dashed line on Figures 75c and 75d). Similarly to Figure 73, it is therefore necessary to add viscoelastic dissipation in the model to reproduce this variation.

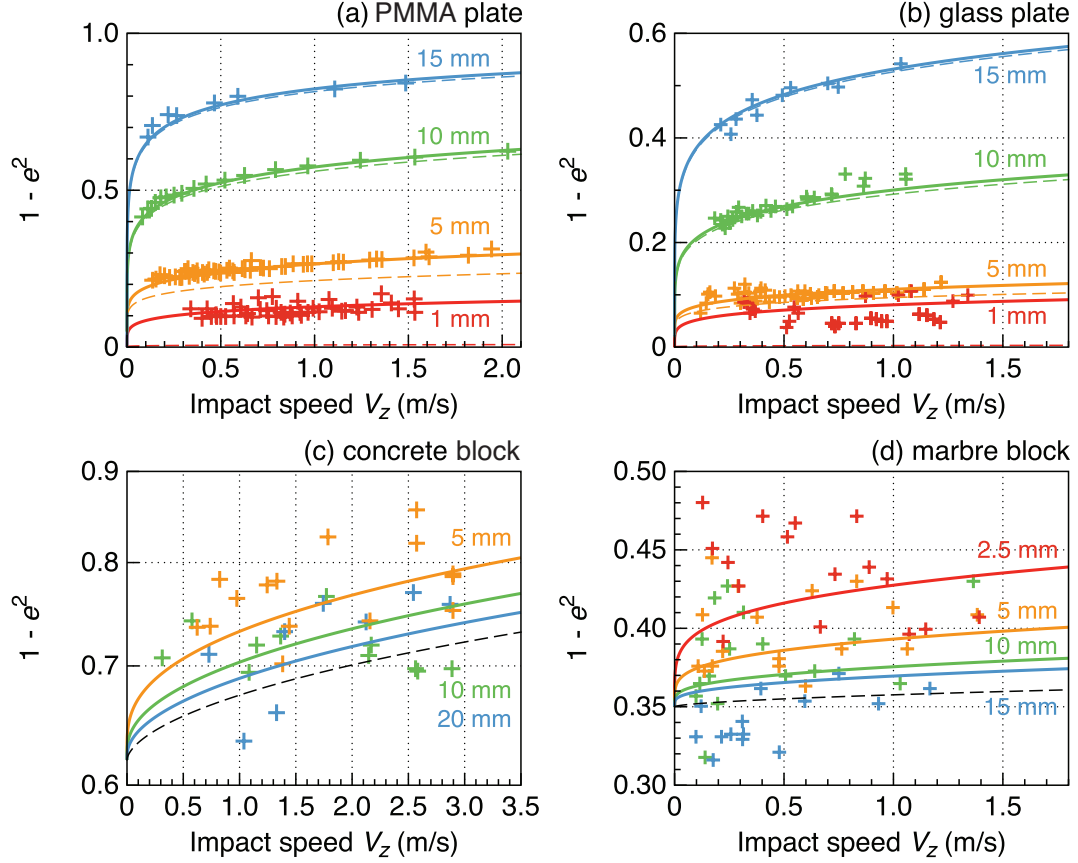


Figure 75 : Energy lost $\Delta E_c/E_c = 1 - e^2$ as a function of the impact speed V_z for different bead diameters d represented by different colors, for steel beads impacts on (a) the PMMA plate, (b) the glass plate, (c) the concrete block and (d) the marble block. The dashed lines represent the theoretical ratio W_{el}^{th}/E_c [equation 127] and the full lines represents the sum $W_{el}^{th}/E_c + W_{visc}/E_c + W_{other}/E_c$. (c) and (d) For the blocks, the ratio W_{el}^{th}/E_c is independent of the bead diameter d and is represented by a black dashed line.

4.6. Influence of the impactor shape on the energy budget

When a spherical bead is dropped without initially speed and rotation on a smooth surface it rebounds almost vertically and without spin. In contrast, a rough gravel rebounds to a much smaller height and can reach a large horizontal distance x with a high rotation speed ω_r up to about 400 rad s^{-1} , depending on the face it lands on (Figure 76a). For these complex impactors, the kinetic energy converted in translational and rotational modes is therefore not negligible. The translational kinetic energy of rebound is $E'_c = \frac{1}{2}mV'^2$ where $V' = V'_x\mathbf{u}_x + V'_z\mathbf{u}_z$ is the rebound speed in the cartesian frame $(0, \mathbf{u}_x, \mathbf{u}_z)$. $V'_x \approx 0$ for spherical beads but varies from 5 cm s^{-1} to 40 cm s^{-1} for gravels. The rotation energy is $E_\omega = \frac{1}{2}I\omega_r^2$, where I is the moment of inertia of the gravel, given by $I = \frac{2}{5}mR^2$ if we assume that the gravel is spherical with an equivalent radius R . From camera recordings, we estimate that $32\% \pm 17\%$ of the impact energy E_c is converted into translational energy of rebound E'_c and that $13\% \pm 11\%$ is converted into rotational energy E_ω . Regardless of the shape and mass m of the gravel, less energy is converted into translational energy E'_c as it rotates faster after the impact (Figure 76b). The percentage of energy radiated in elastic waves W_{el}/E_c is $3.3\% \pm 1.8\%$ and seems independent of the energy converted in translation energy E'_c/E_c or in rotational mode E_ω/E_c (Figures 76c and 76d).

Contrary to beads, we can not adjust the inelastic parameter D on the variation of the coefficient of restitution e for these experiments because of the large dispersion in the results. As granite has similar elastic properties than glass, we assume that D is the same than for glass beads impacts on the glass plate i.e., $D = 80 \text{ ns}$. We therefore estimate that the viscoelastic dissipation W_{visc} represents $3.7\% \pm 1\%$ of E_c . The rest of the energy ($48\% \pm 14\%$) is lost to deform plastically the gravel and or the glass plate. This is therefore the main process of energy dissipation for gravels impacts, even on plates. The proportion of energy radiated in elastic waves W_{el}/E_c seems to decrease when more energy is lost in plastic deformation (Figure 76e), which is in agreement with the elasto-plastic model (Figure 64a).

4.7. Influence of the slope angle on the radiated elastic energy

When a plate is excited by a normal impact, most of the radiated energy is transported by the fundamental mode A_0 of Lamb and the plate vibrates normally to its surface. In our experimental conditions, the energy of the longitudinal mode of vibration is only 0.3% of that of the normal mode [Farin et al., 2015]. This energy partition is expected to change when the angle of impact θ increases because, by geometry, the amplitude of force of impact decreases as $\cos \theta$ in the direction normal to the plane of the plate and increases as $\sin \theta$ in the tangential direction. To observe how the energy partition varies when the impact angle θ increases, we drop a steel bead of 4 mm in diameter from height $H = 10 \text{ cm}$ on the glass plate inclined at slope angle θ between 0° and 37° with respect to the horizontal and we measure the generated vibration on the surface and on the side of the plate. The maximum energy of the amplitude spectrum of the vibration generated by a bead impact is found to decrease as the angle of impact θ increases (Figure 77a). We compute the impact force in the normal direction by deconvolution of the amplitude spectrum by the Green's function of equation (110) and, as expected, its maximum amplitude decreases with slope angle as $\cos \theta$ (Figure 77b).

The radiated elastic energy W_{el} therefore depends on the angle of impact. For a normal impact, the energy W_z of the normal mode is about 300 times higher than the energy W_x of the longitudinal mode (Figures 77c and 77d). When the slope angle θ increases, W_z decreases as $\cos \theta$ while W_x increases as $\sin \theta$, up to a critical angle $\theta_c \approx 24^\circ$ (Figures 77c and 77d). The ratio of W_z over W_x thus decreases as $1/\tan \theta$ up to θ_c and is approximately equal to 50 for slope angles $\theta > \theta_c$. For slope angles greater than θ_c , the energy radiated within the plate decreases in both

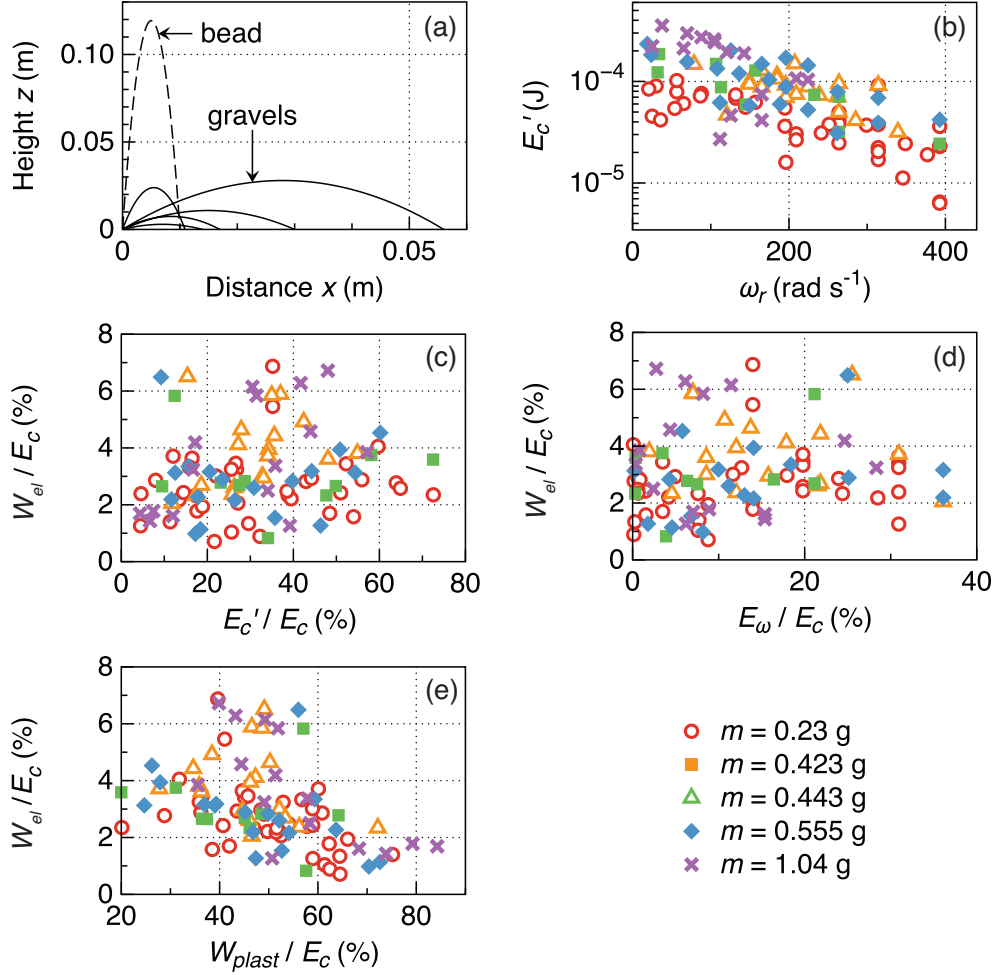


Figure 76 : (a) Different rebound trajectories followed by the same gravel of mass $m = 0.23$ g dropped from height $H = 10$ cm several times on the glass plate (full lines) and one rebound trajectory followed a spherical bead of diameter $d = 4$ mm dropped from the same height H (dashed line). Gravels of different masses m (different symbols) are dropped without initial spin from height $H = 10$ cm on the glass plate. (b) Translational kinetic energy E'_c of the gravels after rebound as a function of their rotation speed ω_r after rebound. (c) to (e) Percentage of energy lost in elastic waves W_{el}/E_c as a function of the percentage of the impact energy E_c converted (c) in rebound translational energy E'_c , (d) in rotational energy E_ω and (e) in plastic deformation W_{plast} .

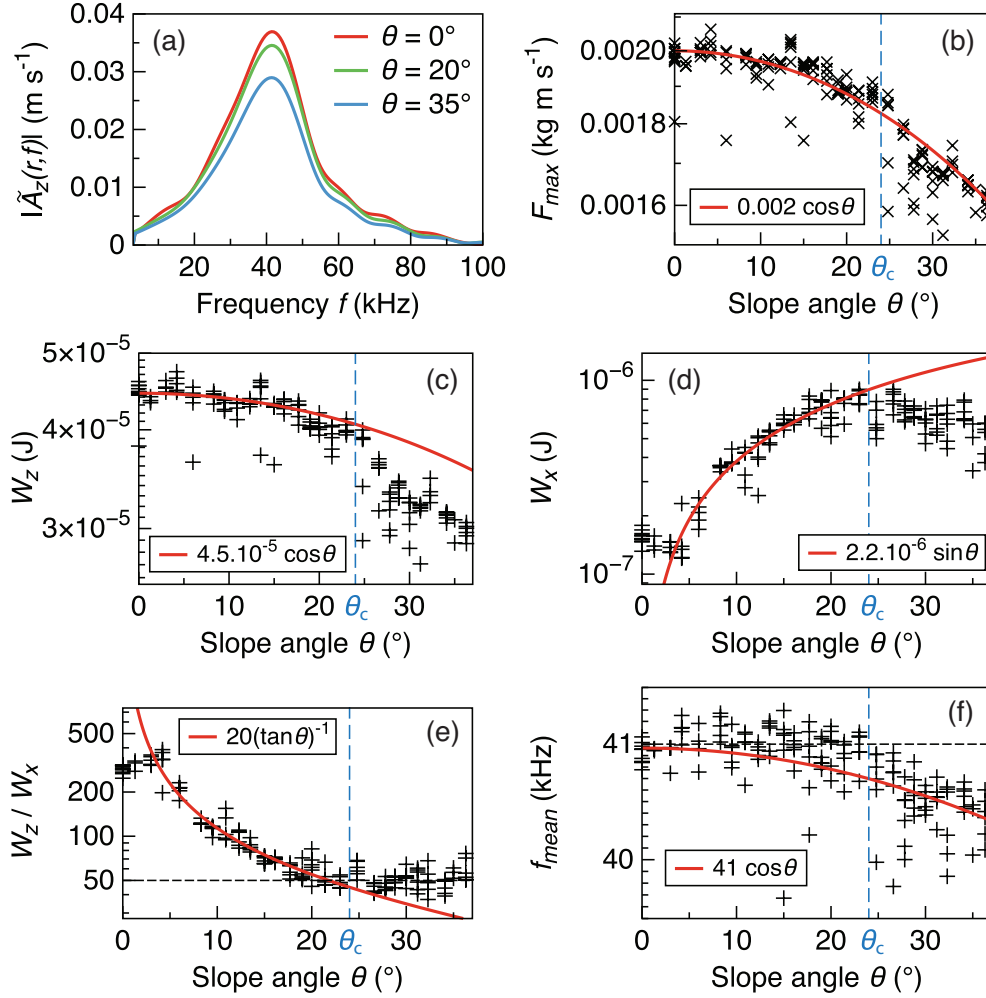


Figure 77 : A steel bead of diameter $d = 4$ mm is dropped from height $H = 10$ cm on the glass plate inclined at angle θ with respect to the horizontal. (a) Amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ of the vertical vibration acceleration $a_z(r, t)$ measured at distance $r = 10$ cm from the impact for different slope angles θ (different colors). (b) Maximum amplitude F_{max} of the normal component of the impact force; (c) and (d) Radiated elastic energy W_z and W_x measured in the direction (c) normal and (d) parallel to the plane of the plate, respectively; (e) Energies ratio W_z/W_x and (f) Mean frequency f_{mean} of the vibration as a function of the slope angle θ . Trigonometric functions of the slope angle θ (red line) are adjusted to the data in (b) to (f). The vertical dashed line shows the critical slope angle $\theta_c \approx 24^\circ$.

directions (Figures 77c and 77d). For these slope angles, Kharaz et al. [2001] showed that an increasing part of the bead energy is dissipated in sliding processes during the impact. In parallel, the energy lost in elastic waves and in inelastic processes is shown to decrease. A quantitative estimation of the sliding energy requires to know the tangential coefficient of restitution but it was not measured in our experiments.

The mean frequency f_{mean} of the generated signal in the normal direction is roughly constant ~ 41 kHz up to the critical angle θ_c and then slightly decreases for higher slope angles (Figure 77f). The decrease of the frequency means that the impact duration T_c increases as the slope angle increases over θ_c , probably owing to sliding.

5. Discussion

5.1. Discrepancy from Hertz's model

The characteristic frequencies of the signal generated by an impact do not significantly deviate from Hertz's prediction when the impact is inelastic (Figure 68). On contrary, in some experiments, the measured radiated elastic energy W_{el} diverges from that (noted W_{el}^{th}) given by the scaling laws in Table 8 (Figures 69 and 70). Let us discuss here the observed discrepancy.

5.1.1. Small bead diameters

On plates, for small bead diameters, inelastic dissipation is the major energy loss process (Figure 72). For a steel bead of diameter 1 mm impacting the glass plate, using equation (107) with $D = 35$ ns (see Table 11), the coefficient C_{plate} is found to be equal to 1.15 instead of 1.21 for an elastic impact (see Figure 64a). Thus, the viscoelastic impact theory predicts that the radiated elastic energy W_{el}^{th} is only of 5% smaller than for an elastic impact, which is negligible compared with the observed difference of 73% (Figure 69g).

The major source of discrepancy is probably due to the fact that our sensors are band limited up to 50 kHz. Indeed, for the 1-mm bead, 50% of the radiated energy is in theory higher than 50 kHz (see Appendix E). The remaining 23% may be lost in adhesion of the bead on the plate during the impact. In addition, some energy may be lost in electro-staticity or capillarity, which are greater for the smallest beads [Andreotti et al., 2013]. The discrepancy is totally explained by the limited bandwidth of the accelerometers for a steel bead of diameter $d = 2$ mm on the glass plate: about 30% of the energy is over 50 kHz and the measured energy W_{el} is 35% smaller than W_{el}^{th} (Figure 69g). Similarly, on concrete, for a steel bead of diameter $d = 2$ mm, all the measured energy is below 50 kHz while the theory predicts that only 17% of the radiated elastic energy is below 50 kHz. As a consequence, the measured energy W_{el} represents only 17% of the theoretical energy W_{el}^{th} (Figure 70c). For greater bead diameters, both measured and theoretical energies are contained below 50 kHz and the agreement with elastic theory is better (Figures 69 and 70).

In contrast, on marble the radiated elastic energy is closer to the theory for the smallest beads (Figures 73d to 73f). For small bead diameters, less wave reflections occur within the block and the measured energy may therefore be overestimated because the diffuse field is not completely set [Farin et al., 2015].

5.1.2. Large bead diameters

On plates, the divergence of the measured radiated elastic energy W_{el} from the theoretical one W_{el}^{th} for large bead diameters is partly compensated when we take into account the decrease of the coefficient C_{plate} when the parameter λ_Z increases (Figures 64a and 71). However, in some experiments, W_{el} is still smaller than the theory when the bead diameter d is larger than the plate thickness h (Figures 71c, 71d and 71f). This difference may be due to plastic deformation which is more likely to occur for the largest beads investigated.

5.1.3. Impacts with a rough contact

Two complementary effects can explain the discrepancy of the measured radiated elastic energy with theory for impacts of spherical beads on the two blocks and for impacts of gravels (Figures 69d, 69h and 70).

First, plastic deformation is a likely cause for measuring a smaller radiated elastic energy than in theory on blocks. If $P_Y/P_0 = 0.6$ in the elasto-plastic model, the radiated elastic energy predicted in Table 8 is two times smaller than for an elastic impact because the coefficient $C_{block} \approx 0.01$ instead of 0.02 (Figure 64b). This factor of 2 corresponds to that observed between the measured energy W_{el} and the theoretical one W_{el}^{th} for impacts of glass and steel beads on the concrete block (Figures 70a and 70c). Measuring the discrepancy of the radiated elastic energy from elastic theory could then be a mean to estimate the dynamic yield strength P_Y of a material. For example, for a steel bead of diameter $d = 5$ mm dropped from height $H = 10$ cm on concrete, the maximum stress is $P_0 \approx 300$ MPa and, if $P_Y/P_0 = 0.6$, the dynamic yield strength would be $P_Y \approx 180$ MPa, which is greater than the typical values of P_Y for concrete [20-40 MPa, [The Engineering Toolbox, 2014](#)] but of the same order of magnitude.

An additional process can accommodate the discrepancy. If a spherical bead impacts a rough surface or as a gravel impacts a flat surface, the equivalent radius of contact may be smaller than the radius of the impactor (Figure 78). Table 8 shows that the radiated elastic energy W_{el} increases with the impactor radius R as R^5 on plates and as R^3 on blocks. Then, if the radius of contact R is only 1.15 smaller on plates, the theoretical radiated elastic energy W_{el} is two times smaller, and this explain the discrepancy observed for gravels on the plates (Figures 69d and 69h). On blocks, if the effective radius of contact R is 2.1 times smaller, the radiated elastic energy W_{el} is 10 times smaller, that could explain the small energy values measured on the marble block (Figures 70e to 70h). The radius of contact R should be even smaller when gravels impacts the rough blocks and the radiated elastic energy W_{el} is then smaller (Figures 70d and 70h). Moreover, as the radius of contact is smaller, the stresses are concentrated on a smaller area during the impact and plastic deformation is more likely to occur.

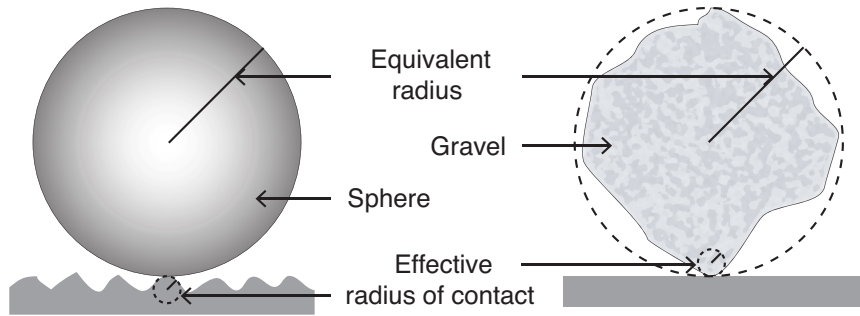


Figure 78 : Schematic of the contacts between a sphere and a rough surface and between a rough gravel and a flat surface.

5.2. Estimating impact properties from the seismic signal

5.2.1. Inverse scaling laws

We can invert the established scaling laws (Tables 7 and 8) to express the mass m and the impact speed V_z as a function of the radiated elastic energy W_{el} and a characteristic frequency f_c that is either f_{mean} or Δf .

On thin plates, $W_{el} = a_1 C_{plate} m^{5/3} V_z^{11/5}$, $f_{mean} = 0.75/T_c$ and $\Delta f = 0.72/T_c$, then, developing the expression of T_c [equation (101)], we obtain:

$$m = c_1 \left[\frac{W_{el}}{a_1 C_{plate}} \left(\frac{a_1 C_{plate} E^{*2}}{f_c^5 W_{el} \rho_s^{1/3}} \right)^{11/16} \right]^{3/5} \quad (137)$$

and

$$V_z = c_2 \left(\frac{f_c^5 W_{el} \rho_s^{1/3}}{a_1 C_{plate} E^{*2}} \right)^{5/16} \quad (138)$$

where $c_1 \approx 0.046$ or 0.05 and $c_2 \approx 10.8$ or 10.1 if f_c is f_{mean} or Δf , respectively.

On thick blocks, the inversion of the relations $W_{el} = a_2 C_{block} m V_z^{13/5}$, $f_{mean} = 1/T_c$ and $\Delta f = 0.6/T_c$ gives:

$$m = c_3 \frac{W_{el}}{a_2 C_{block}} \left(\frac{a_2 C_{block} E^{*6/5}}{f_c^3 W_{el} \rho_s^{1/5}} \right)^{13/16} \quad (139)$$

and

$$V_z = c_4 \left(\frac{f_c^3 W_{el} \rho_s^{1/5}}{a_2 C_{block} E^{*6/5}} \right)^{5/16} \quad (140)$$

where $c_3 \approx 4.88$ or 4.7 and $c_4 \approx 0.018$ or 0.02 if f_c is f_{mean} or Δf , respectively.

We use equations (137) to (140) with the coefficients for an elastic impact $C_{plate} = 1.21$ and $C_{block} = 0.02$ to estimate the mass m and the impact speed V_z of the impacts in our experiments. The agreement with the real values is correct, within a factor of 2 for the mass m (Figure 79a) and within a factor of 3 for the impact speed V_z (Figure 79b), both on plates and blocks. For impacts of rough gravels on the two plates, the predicted values are still close to the real ones, with a factor of 1.5, even when inelastic dissipation occur. The underestimation of m and V_z in certain cases is consistent with the aforementioned discrepancy of the radiated energy W_{el} with theory (Figures 69 and 70).

It is therefore possible to have an estimation of the mass m and the impact speed V_z of an impactor on a plate and on a block from the characteristics of the generated acoustic signal, with less than an order of magnitude from the real values, using only Hertz's analytical model of elastic impact. This method only requires to know the elastic parameters of the involved materials.

The errors on the mass estimation are greater than that of Buttle et al. [1991] who managed to size sub-millimetric particles in a stream with a standard deviation less than 10%. However, their estimations were based on the impact force and duration on the direct compressive wave, measured at the opposite of the impact on the target block. Practically, this method is difficult to apply on the field because seismic stations are at the surface. Besides, compressive waves at the surface carry a minor part of the radiated elastic energy [Sánchez-Sesma et al., 2011; Farin et al., 2015]. Furthermore, the force and duration of the impact are more complicated to

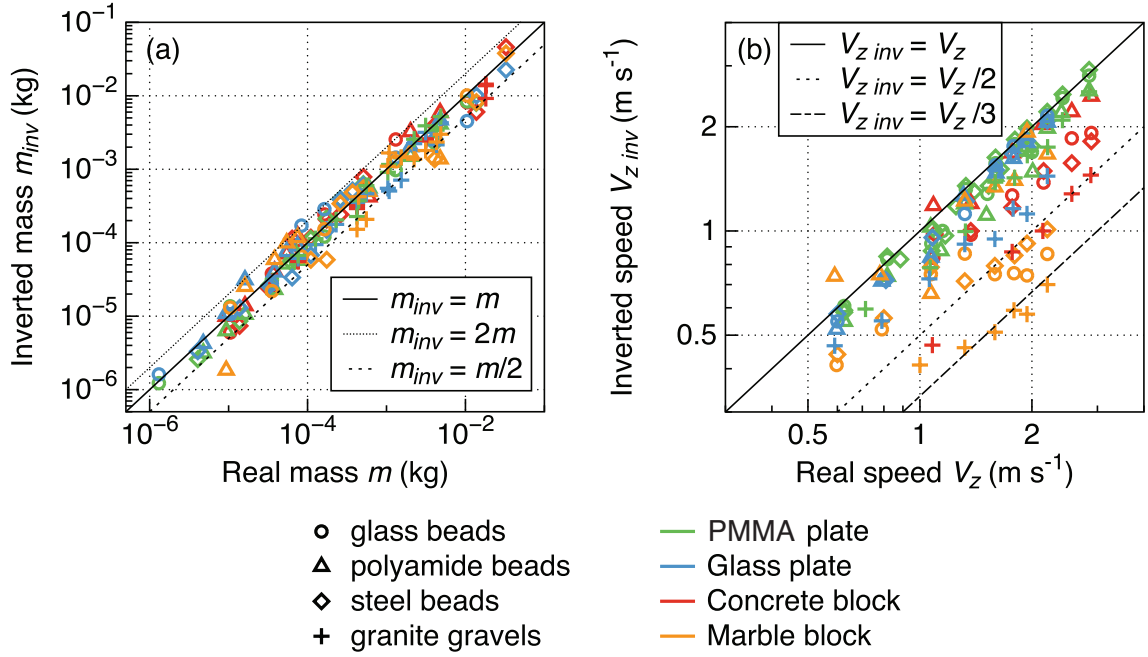


Figure 79 : (a) Mass m_{inv} inverted from signal bandwidth Δf and radiated elastic energy W_{el} using equations (137) for plates and (139) for blocks as a function of the real mass m . (b) Impact speed $V_{z\,inv}$ inverted using equations (138) for plates and (140) for blocks as a function of the real impact speed V_z . The black full line is a perfect fit.

estimate from the seismic signal than the radiated elastic energy and the frequencies because it requires a deconvolution process that induce additional errors [e.g., [McLaskey and Glaser, 2010](#)]. Our method has the advantage to be not intrusive and in principle exportable to field problems.

5.2.2. Determining momentum from low frequencies

In some experiments, the estimations of m and V_z are affected because the highest frequencies of the generated vibration are not measured by the sensors or because of a resonance. We can use the low frequencies content of the signal as follows to get insights into the impact parameters. For frequencies $f \sim 0$, we assume as [Tsai et al. \[2012\]](#) that the impact duration T_c is instantaneous relative to the frequencies of interest. The time Fourier transform $\tilde{F}(f)$ of the [Hertz](#) force $F(t)$ then becomes constant in frequency:

$$\tilde{F}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \exp(-ift) dt \sim \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt. \quad (141)$$

where, if we normalize the force $F(t)$ by its maximum value F_0 and time t by the impact duration T_c and develop their respective expressions [equations (101) and (102)],

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt \approx 2mV_z. \quad (142)$$

The amplitude spectrum of the vibration acceleration can then be approximated by [[Aki and Richards, 1980](#)]:

$$|\tilde{A}_z(r, f \rightarrow 0)| \sim 2mV_z(2\pi f)^2 |\tilde{G}_{zz}(r, f)|. \quad (143)$$

Using the expression of the Green's function $|\tilde{G}_{zz}(r, f)|$ given by equations (110) and (111) on plates and blocks, respectively, we show that:

$$|\tilde{A}_z(r, f \rightarrow 0)| \sim a f^b, \quad (144)$$

with $a \approx 0.73 m V_z \frac{1}{B \sqrt{r}} (\frac{B}{\rho_p h})^{5/8}$ and $b = 3/4$ on plates and $a \approx 100 m V_z \frac{\eta^2}{\mu c_P} \frac{\sqrt{x_0(x_0^2-1)}}{f_0'(x_0)} \sqrt{\frac{2c_P}{\pi r}}$ and $b = 5/2$ on blocks.

If we adjust this power law with the low frequencies content of the measured spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$, we are able to determine the momentum $m V_z$ (Figure 80). For example, the power laws $a f^{3/4}$ and $a f^{5/2}$ are adjusted for $f < 10$ kHz with the amplitude spectra generated by the impact of a steel bead of diameter 5 mm dropped from height 10 cm on the glass plate and on the concrete block, respectively (Figures 80a and 80b, respectively). These adjustments lead to the momentum $m V_z \approx 6.9 \cdot 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$ on glass plate and $m V_z \approx 6.33 \cdot 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$ on the concrete block, which are in good agreement with the real momentum $m V_z \approx 6.85 \cdot 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$. Finally, if either m or V_z is known, this method can be used to estimate the other parameter.

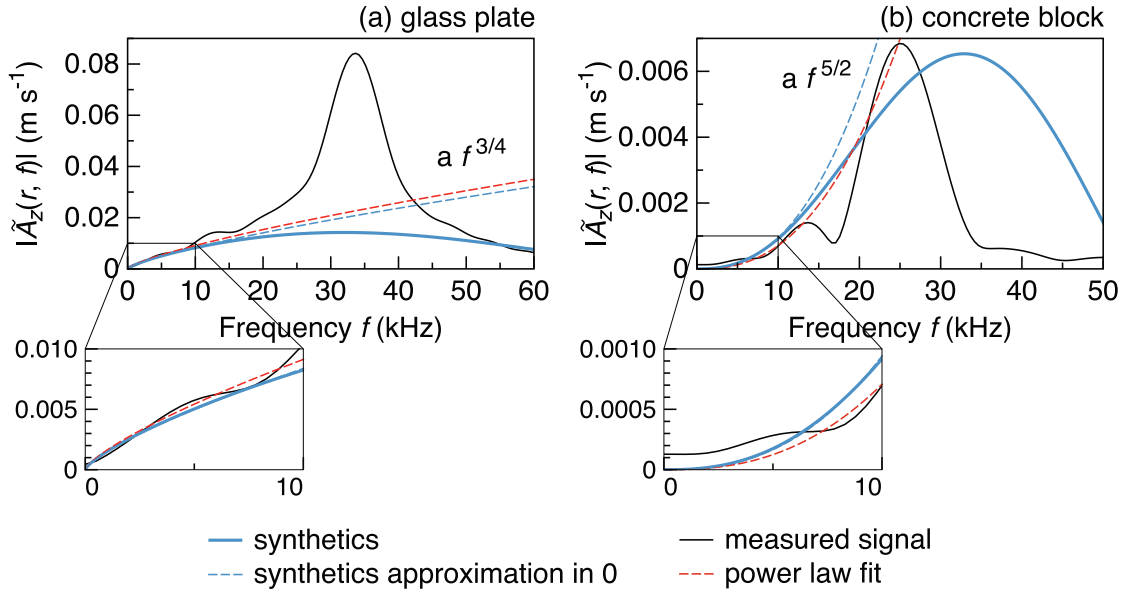


Figure 80 : Measured amplitude spectrum $|\tilde{A}_z(r, f)|$ (black line) and synthetic spectrum (thick blue line) for the impact of a steel bead of diameter 5 mm on (a) the glass plate and (b) the concrete block. The blue dashed line is the power law approximation for low frequencies of the synthetic spectrum. The red dashed line is an adjustment of the low frequencies content of the measured spectrum with the power law.

6. Conclusions

We developed analytical scaling laws relating the characteristics of the acoustic signal generated by an impact on a thin plate and on a thick block (radiated elastic energy, frequencies) to the parameters of the impact: the impactor mass m and speed before impact V_z and the elastic parameters. These laws were validated with laboratory experiments of impacts of spherical beads of different materials and gravels on different plates and blocks, in a range of masses and impact speeds for which viscoelastic and elasto-plastic dissipation occur. In these experiments, the radiated elastic energy is estimated from vibration measurements, independently of the other processes of energy dissipation. A number of conclusions can be drawn from our results:

1. The impactor mass m and speed V_z can be estimated from two independent parameters measurable on the field of the seismic signal: the radiated elastic energy and a characteristic frequency. The estimations of m and V_z are close to the real values within a factor of 2 and 3, respectively, even when the impactor has a complex shape. If the radiated elastic energy is underestimated (respectively, overestimated) by a factor of 10, the mass and the impact speed are underestimated (respectively, overestimated) only by a factor of 1.5 and 2, respectively. In addition, we show that the momentum mV_z of the impactor can be deduced from the low frequencies content of the signal.
2. We established a quantitative energy budget of the impacts on the plates and blocks investigated:
 - On plates, elastic waves and viscoelastic dissipation are the main processes of energy losses. Viscoelastic dissipation is major for impactors of diameter less than 10% of the plate thickness while elastic waves radiation represents only from 0.1% to 0.3% of the impact energy. When the bead diameter increases, the energy lost in viscoelastic dissipation decreases while the energy radiated in elastic waves increases. For beads of diameter larger than the plate thickness, almost all of the energy is radiated in elastic waves.
 - On blocks, elastic radiation represents only between 0.03% and 5% of the lost energy. In contrast, energy lost in other processes such as plastic deformation increases with the bead mass from 50% to more than 99% of the lost energy. The energy dissipated in viscoelasticity decreases from 50% to 2% of the lost energy as the bead mass increases.
 - When gravels of complex shape impact a flat surface, about $48\% \pm 14\%$ of the initial kinetic energy is dissipated in plastic deformation of the gravel and the surface, $32\% \pm 17\%$ is restituted in translational kinetic energy and $13\% \pm 11\%$ in rotation and $3.7 \pm 1\%$ is lost in viscoelastic dissipation. Only $3.3\% \pm 1.8\%$ of the impact energy is radiated in elastic waves and this percentage decreases as the plastic deformation is more important.
3. The radiated elastic energy depends on the angle of impact θ : on plates, the ratio of longitudinal over normal energies decreases as $1/\tan\theta$ up to a critical angle of impact $\theta_c \approx 24^\circ$, after which it remains constant. For slope angles $\theta > \theta_c$, less energy is radiated in elastic waves as the bead slides on the surface and the frequency of the acoustic signal decreases.

Finally, the simple scaling laws derived in this paper allow us to better understand the process of waves generation by impacts and how it is controlled by the impact characteristics. The results of this work can help for physical interpretation of the seismic signal generated by rockfalls

in natural context. The major limitation for estimating the impact characteristics from the signal on the field would certainly be the fact that a great part of the radiated energy is lost in high frequencies during wave propagation. Moreover, plastic or in general irreversible and non viscous dissipation reduces the energy radiated in elastic waves and is difficult to quantify. The scaling laws developed for plates can be also useful in the industry as a non-intrusive technique to estimate the size and speed of particles in a granular transport and in shielding problems.

4. Conclusions du chapitre

Un des enjeux de la recherche actuelle sur les éboulements est d'établir des relations quantitatives entre les propriétés de la source et les caractéristiques du signal sismique émis. Avec cet objectif en tête, nous nous sommes focalisés sur la signature sismique d'un impact individuel, responsable des hautes fréquences dans le signal sismique d'un glissement de terrain. Nous adoptons ici une approche expérimentale qui nous permet de mesurer la vibration générée par des impacts dont les caractéristiques (masse, vitesse de l'impacteur, paramètres élastiques,...) sont contrôlées.

L'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques et les fréquences du signal émis sont des paramètres sismiques usuellement mesurés sur le terrain pour caractériser une source. Dans le contexte du laboratoire, il est difficile d'estimer l'énergie élastique rayonnée par un impact car, d'une part, les modes de vibrations excités dépendent de l'épaisseur de la structure impactée et, d'autre part, les ondes émises sont réfléchies de nombreuses fois sur les parois latérales de la structure. Pour estimer l'énergie rayonnée, il est nécessaire d'identifier rigoureusement ces modes et donc de bien comprendre la génération d'ondes acoustiques par un impact. Nous avons donc rappelé dans un premier temps le formalisme de [Hertz \[1882\]](#) qui donne les expressions analytiques de la force et de la durée de l'impact d'une sphère élastique sur une surface plane. Nous avons ensuite rappelé l'expression des déplacements mécaniques de surface associés aux modes excités dans une plaque fine et un bloc épais lors d'un impact : les modes de Lamb dans les plaques et les ondes de Rayleigh, de compression et de cisaillement dans les blocs. Ces déplacements dépendent des propriétés élastiques et viscoélastiques des matériaux en jeu. Les plaques et blocs utilisés pour les expériences au laboratoire ont donc été caractérisés.

Dans un premier article, nous avons comparé trois méthodes pour déterminer l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact à partir d'une mesure de la vibration générée à la surface de la structure impactée. Deux de ces méthodes sont basées sur l'onde directe émise entre l'impact et le capteur avant le retour de ses réflexions sur les parois latérales de la structure impactée. Au contraire, la troisième méthode tire parti du champ d'ondes équi-réparti dans la structure après de nombreuses réflexions sur ses parois latérales. La première méthode consiste à calculer le flux d'énergie traversant une surface entourant l'impact. La seconde permet de retrouver la force d'excitation par déconvolution de l'onde directe et de la fonction de Green du milieu. L'énergie élastique rayonnée est directement donnée par cette force. Lorsque l'onde émise est réfléchi de nombreuses fois sur les parois latérales de la structure, le champ d'ondes devient diffus : l'enveloppe de la coda du signal, filtrée à basses fréquences $f < 1000$ Hz, décroît exponentiellement dans le temps. La troisième méthode consiste alors à extrapoler l'énergie élastique rayonnée à l'instant de l'impact à partir du temps caractéristique de la décroissance de la coda. À l'aide d'expériences de laboratoire d'impacts de billes, nous avons montré que les deux premières méthodes sont équivalentes. Sur les plaques, la troisième méthode surestime l'énergie élastique rayonnée de 5% à 20% par rapport aux autres méthodes. Sur les blocs, elle donne des résultats similaires mais avec davantage de variation ($\pm 300\%$). L'écart type sur l'estimation de l'énergie rayonnée varie entre 40% et 70% pour les méthodes du flux d'énergie et de la déconvolution et entre 50% et 300% pour la méthode du champ diffus.

En utilisant ces méthodes dans un second article, nous avons pu valider expérimentalement des lois d'échelle analytiques que nous avons établies. Ces lois expriment l'énergie élastique rayonnée

W_{el} , l'énergie perdue W_{visc} par dissipation visqueuse, la fréquence moyenne et la largeur de bande du signal émis par un impact en fonction de la masse m et de la vitesse V_z de l'impacteur. L'énergie élastique rayonnée varie comme $m^{5/3}V_z^{11/5}$ sur les plaques et comme $mV_z^{13/5}$ sur les blocs. Les fréquences sont inversement proportionnelles à la durée de l'impact. Avec ces lois d'échelle, nous pouvons alors déduire la masse m et la vitesse d'impact V_z d'une mesure de l'énergie élastique rayonnée et d'une fréquence caractéristique du signal sismique émis. L'erreur commise sur l'estimation lors des expériences est inférieure à un facteur 3, et ce même pour des graviers de forme complexe. Dans certaines expériences, nous n'avons pas accès aux plus hautes fréquences du signal car les capteurs acoustiques utilisés sont sensibles dans une gamme limitée de fréquences. Cela conduit à sous estimer l'énergie élastique rayonnée jusqu'à un facteur 10, et donc à sous estimer la masse et la vitesse d'impact jusqu'à un facteur 2 et 3, respectivement. Nous avons alors montré qu'il est possible de déduire la quantité de mouvement mV_z de l'impacteur à partir du contenu basses fréquences du signal.

Les méthodes présentées dans le premier article nous permettent de déterminer l'énergie W_{el} perdue sous forme d'ondes élastiques indépendamment des autres pertes d'énergie. Nous avons ainsi établi un budget énergétique des impacts. Nous avons amélioré l'évaluation de ce bilan dans le deuxième article en quantifiant l'énergie W_{visc} perdue par dissipation visqueuse grâce aux lois d'échelle.

- Lorsqu'une bille entre en collision avec une plaque, elle perd son énergie sous forme d'ondes élastiques et par dissipation visqueuse. Si le diamètre de la sphère est petit par rapport à l'épaisseur de la plaque ($< 10\%$), la bille perd quasiment toute son énergie initiale par dissipation visqueuse lors de l'impact et seulement 0.1% à 0.3% sous forme d'ondes élastiques. Davantage d'énergie est rayonnée quand le diamètre de la bille augmente. Lorsque le diamètre est de l'ordre ou supérieur à l'épaisseur de la plaque, de 70% à 99% de l'énergie de la bille est perdue sous forme d'ondes élastiques et le reste est perdu par déformation plastique.
- Le bilan énergétique est très différent pour les impacts sur les blocs car seulement 0.03% à 0.5% de l'énergie initiale de la bille est rayonné sous forme d'ondes élastiques, indépendamment du diamètre des billes. De 2% à 50% de l'énergie est perdu par dissipation visqueuse lorsque le diamètre de la bille diminue. Le reste de l'énergie est perdu par déformation plastique ou dans des modes de translation ou de rotation de la bille à cause de la rugosité de la surface.
- Les faces anguleuses des graviers font que les contraintes se développent sur une plus petite surface que pour une sphère pendant l'impact. Par conséquent, environ $48\% \pm 14\%$ de l'énergie initiale du gravier est perdue par déformation plastique du gravier ou de la plaque. Une partie de son énergie lui est restituée en énergie cinétique de translation ($32\% \pm 17\%$) et de rotation ($13\% \pm 11\%$). Seul $3.3\% \pm 1.8\%$ de l'énergie est rayonnée sous forme d'ondes élastiques et environ $3.7 \pm 1\%$ est perdu par dissipation visqueuse.

Enfin, une dernière série d'expériences sur une plaque inclinée montre que la quantité d'énergie rayonnée dans la direction tangente au plan médian de la plaque augmente par rapport à celle rayonnée dans la direction normale lorsque l'angle de pente augmente. À partir d'un certain angle d'impact $\theta_c \approx 24^\circ$, moins d'énergie élastique est rayonné dans les deux directions car la bille glisse sur la surface.

Le résultat le plus important de ce chapitre est qu'il est possible de déduire la masse et la vitesse d'impact d'un objet entrant en collision avec la surface à partir de deux caractéristiques facilement quantifiables du signal sismique émis. La question est maintenant de savoir si nous pouvons exporter les lois d'échelle développées pour l'impact d'une sphère sur un plan au cas d'impacts de blocs en contexte naturel.

Table 12 : Notations du chapitre

B	Bending stiffness (J)
$C_{plate}, C_{block}, C_{visc}, \beta, \eta, f_0, x_0$	Coefficients involved in energy calculation (-)
c_P	Compressional waves speed (m s ⁻¹)
D	Viscoelastic coefficient (s)
d, R	Bead diameter and radius (m)
E_c	Initial kinetic energy (J)
E_s, E_p, ν_s, ν_p	Young's moduli (Pa) and Poisson's coefficients of the sphere and the plane (-)
E^*	Equivalent Young's modulus (Pa)
e	Coefficient of restitution (-)
F	Force (N)
F_0, P_0	Maximum force and stress of elastic impact (N; Pa)
F_{max}, δ_{max}	Maximum force and penetration depth of inelastic impact (N)
f, ω	Frequency and angular frequency (s ⁻¹)
$f_{peak}, f_{mean}, \Delta f$	Peak, mean frequencies and bandwidth (Hz)
g	Acceleration of gravitation (m s ⁻²)
H	Height of fall (m)
h	Plate thickness (m)
K	Parameter in Hertz's theory
k	Wave number (m ⁻¹)
V	Volume (m ³)
m	Mass (kg)
r	Distance from the impact (m)
T_c	Impact duration (s)
t	Time (s)
\mathbf{u}_i	Normalized vector of the direction i
v_i, a_i	Vibration speed and acceleration in the direction \mathbf{u}_i (m s ⁻¹ ; m s ⁻²)
\tilde{V}_i, \tilde{A}_i	Time Fourier transform of v_i and a_i , respectively (m; m s ⁻¹)
V_z, V'	Impact speed and speed after rebound (m s ⁻¹)
v_g, v_ϕ	Group and phase speeds (m s ⁻¹)
$W_{el}, \Delta E_c$	Elastic energy radiated during the impact and total energy lost (J)
$W_{visc}, W_{plast}, E'_c, E_\omega$	Energy lost in viscoelastic dissipation, plastic deformation kinetic energy of rebound and rotation (J)
x, y, z	Coordinates in the cylindric reference frame of the block (m)
Y_{el}	Radiation admittance (kg ⁻¹ s)
Y_d, P_d	Dynamic yield stress and dynamic yield strength (Pa)
α	Viscoelastic coefficients
γ	Attenuation coefficient of energy with distance (m ⁻¹)
δ_z	Penetration depth during the impact (m)
λ_Z	Zener parameter (-)
ω_r	Rotation speed (rad s ⁻¹)
ρ_s, ρ_p	Densities of the sphere and the plane (kg m ³)
τ	Characteristic time of energy attenuation within the structure (s)

Chapitre 4 : Application aux éboulements naturels

Résumé du chapitre

Au chapitre précédent, nous avons vu que les propriétés d'un impact (masse, vitesse, quantité de mouvement de l'impacteur) peuvent être retrouvées à partir du signal acoustique émis grâce à des lois d'échelle simples dérivées du modèle analytique de [Hertz](#). Si cette approche a été validée par des expériences de laboratoire d'impacts de billes et de graviers, la question qui se pose maintenant est de savoir si elle est applicable pour le cas de chute de blocs naturels. Pour le vérifier, nous nous basons ici sur des données d'expériences de chute de blocs ayant des masses comprises entre 300 kg et 5000 kg réalisées par [Dewez et al. \[2010\]](#) à Tahiti, avec des enregistrements visuel et sismique simultanés des impacts.

Nous voyons d'abord comment retrouver les propriétés dynamiques des blocs (vitesse, énergie cinétique, rotation) à partir des enregistrements vidéos et comment synchroniser ces vidéos avec les signaux sismiques.

Nous observons que l'énergie élastique rayonnée et les fréquences émises par les impacts sont de plusieurs ordres de grandeur plus faibles que celles prédites par le modèle élastique de [Hertz](#). Même en prenant en compte une forte atténuation de l'énergie avec la distance à l'impact, la fréquence moyenne du signal théorique est environ 8 fois plus grande que les fréquences mesurées. La forte différence entre la théorie et les mesures est principalement due au fait que la station sismique utilisée n'est pas adaptée pour enregistrer les signaux sismiques émis par des impacts. En effet, la fréquence d'échantillonnage est trop faible pour que la station soit sensible à tout le spectre d'énergie rayonnée.

Nous parvenons cependant à mettre en évidence des relations empiriques entre les propriétés des impacts (masse m , vitesse d'impact verticale V_z) et les caractéristiques du signal sismique associé. Nous montrons notamment que la nature du contact entre le bloc et la surface i.e., sur de la roche affleurante ou sur de l'herbe ou de la terre meuble, joue un rôle crucial sur le transfert d'énergie élastique pendant l'impact. En effet, l'énergie rayonnée lors des impacts identifiés comme "durs" est en moyenne un ordre de grandeur plus importante que pour les impacts identifiés comme "mous". Lorsque nous distinguons les impacts "durs" des impacts "mous", l'énergie élastique rayonnée semble être proportionnelle à la masse m du bloc, ce qui correspond à la prédiction donnée par la loi d'échelle du modèle de [Hertz](#). En revanche, l'énergie élastique rayonnée ne suit pas la loi d'échelle en $mV_z^{13/5}$ du modèle analytique mais suit plutôt une loi en $mV_z^{1/2}$, avec une dépendance moins forte à la vitesse d'impact V_z . La fréquence moyenne du signal émis par les impacts varie entre 15 Hz et 25 Hz, mais aucune tendance se dégage avec la masse, la vitesse du bloc et la nature du contact.

1. Introduction

Les signaux sismiques générés par les éboulements peuvent nous renseigner sur la dynamique et les dimensions de ces événements. Nous avons montré précédemment qu'il est possible, à l'échelle du laboratoire, de retrouver la masse m et la vitesse d'impact V_z d'un objet qui entre en collision avec le sol à partir d'une mesure de l'énergie élastique rayonnée et des fréquences du signal sismique émis par l'impact (Figure 79, p.161). Nous voudrions maintenant savoir si les relations établies de façon analytique et validées par des expériences de laboratoire entre les paramètres d'un impact et les propriétés du signal sismique émis sont applicables pour des cas réels d'éboulements. Nous nous attendons notamment à ce que l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques varie comme $mV_z^{13/5}$ (Tableau 8, p.135).

L'observation directe de la dynamique des éboulements est extrêmement rare car ils sont imprévisibles et se déroulent sur une courte durée. Des éboulements dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise, sur l'île de la Réunion sont fréquemment détectés par les stations sismiques du réseau de l'Observation Volcanologique du Piton de la Fournaise (OVPF) depuis l'effondrement du plancher du cratère en 2007 [Hibert et al., 2011, 2014b]. Des caméras ont donc été installées autour du cratère en 2009 dans le but d'obtenir des informations sur le volume et la dynamique de ces événements pour les corréler aux caractéristiques du signal sismique émis. Cependant, seuls deux événements ont pu être enregistrés simultanément par les caméras et les stations sismiques en une année. En outre, la plupart des éboulements soulèvent une grande quantité de poussière en se propageant, ce qui rend difficile l'estimation du volume en mouvement. Il est d'autant plus délicat d'extraire la contribution des impacts d'un seul bloc dans le signal généré. Une solution pour obtenir des données quantitatives sur la dynamique d'un bloc individuel est alors de le lâcher artificiellement.

En septembre 2009, une équipe du *BRGM* et du *CEMAGREF* a réalisé des expériences de chute de blocs à l'échelle naturelle sur une pente rocheuse le long de la rivière de Papenoo sur l'île de Tahiti en Polynésie française (Figure 81) [Dewez et al., 2010]. Les objectifs principaux de cette étude étaient (1) de contraindre de façon statistique l'aléa lié aux éboulements naturels (trajectoire, distance parcourue) dans cette région et (2) de tester des méthodes de stéréophotogrammétrie pour obtenir la trajectoire en trois dimensions des blocs sur la pente à partir d'enregistrements vidéos réalisés simultanément avec deux caméras. Chaque bloc était pesé avec un dynamomètre avant d'être lâché sur la pente à l'aide d'une pelleteuse. Au total, 86 blocs de dimensions différentes et de masse comprise entre 43 kg et 4848 kg ont été lâchés.

En parallèle des enregistrements vidéos, le signal sismique généré par les impacts successifs des blocs sur la pente a été mesuré dans les trois directions de l'espace par un sismomètre large bande de type SHS-X, avec une fréquence d'échantillonnage de 100 Hz. Ces données sismiques n'ont jamais été traitées jusqu'à présent. Dans ce chapitre, nous allons identifier et caractériser les signaux sismiques associés aux impacts de 18 blocs différents dont la trajectoire est bien connue.

Nous allons commencer par décrire la dynamique d'un bloc rocheux dont les impacts sont bien distincts sur la pente. Pour ce bloc, nous montrons comment obtenir les paramètres dynamiques pertinents à partir de sa trajectoire en trois dimensions. Les signaux sismiques enregistrés ne sont pas synchronisés temporellement avec les vidéos. Nous verrons alors comment relier les impacts repérés sur les vidéos au signal sismique associé.

Lors d'un impact individuel, nous nous attendons à ce que la nature du contact entre le bloc et la surface, constituée soit (i) de roches dures soit (ii) de terre meuble, joue un rôle sur le transfert de l'énergie cinétique du bloc en énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques. En

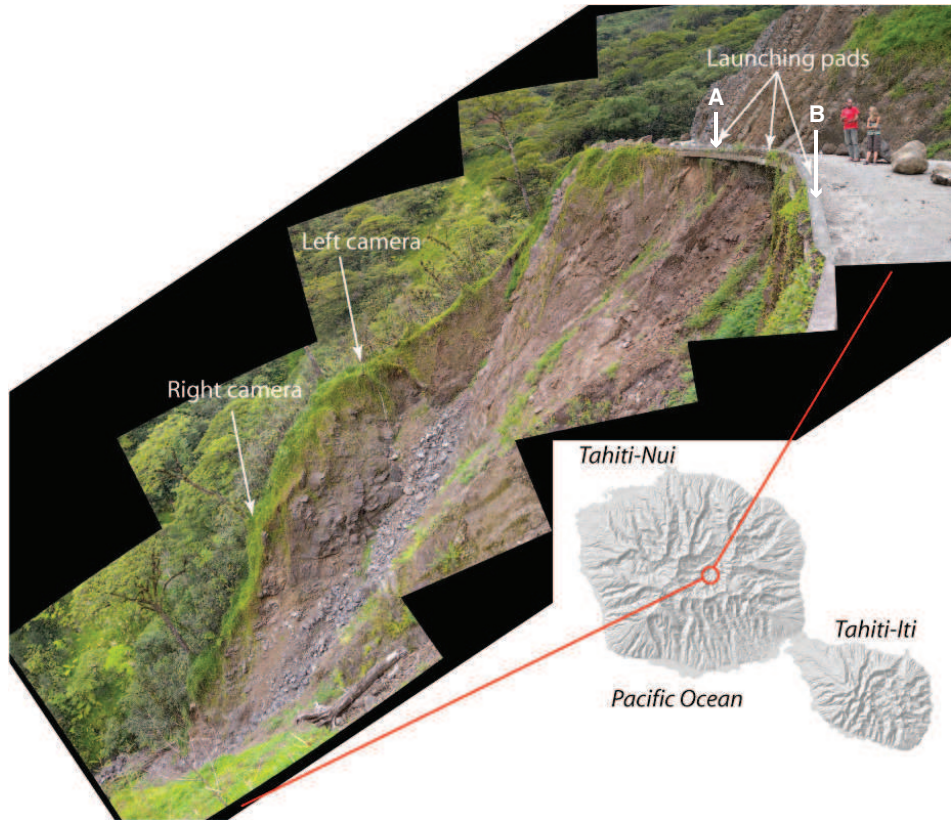


FIGURE 81 : Photographie de la pente rocheuse sur laquelle les expériences de lâchers de blocs de Dewez et al. [2010] ont été réalisées, avec l'emplacement des caméras et des pas de tir A et B. La pente moyenne est de 36° par rapport à l'horizontale. Encart : localisation du site expérimental sur l'île de Tahiti [adapté de Dewez et al., 2010].

distinguant ces deux types d'impacts ((i) et (ii)), nous observons quelles relations se dégagent entre, d'une part, la masse, la vitesse d'impact et l'énergie cinétique perdue lors du choc et, d'autre part, l'énergie élastique rayonnée et les fréquences caractéristiques du signal sismique émis. Nous comparons ces relations aux lois d'échelle établies pour des impacts élastiques au chapitre précédent.

2. Dynamique des blocs

Dewez et al. [2010] ont créé un modèle numérique de terrain à partir de prises de vue aériennes de la pente rocheuse. Ainsi, grâce à une technique de stéréo-photogrammétrie, les auteurs ont pu calculer la trajectoire sur la topographie de 18 blocs de masses comprises entre 326 kg et 4848 kg (Tableau 13).

Les blocs ont été lâchés à partir de la route au niveau de deux pas de tir, de part et d'autre d'une paroi rocheuse (Figure 82). Les blocs lâchés au pas de tir A entrent généralement en collision avec des roches affleurantes. Le début de la trajectoire des blocs lâchés au pas de tir B est caché par la paroi rocheuse (excepté pour le bloc 77, Figure 82). Ces blocs se propagent ensuite sur une zone herbeuse avant de sortir du champ de vision des caméras.

Dans un premier temps, nous allons nous focaliser sur la trajectoire du bloc 86, de masse $m = 326$ kg et de dimensions $0.5 \times 0.5 \times 0.6$ m³, dont les rebonds sont bien visibles. La trajectoire du

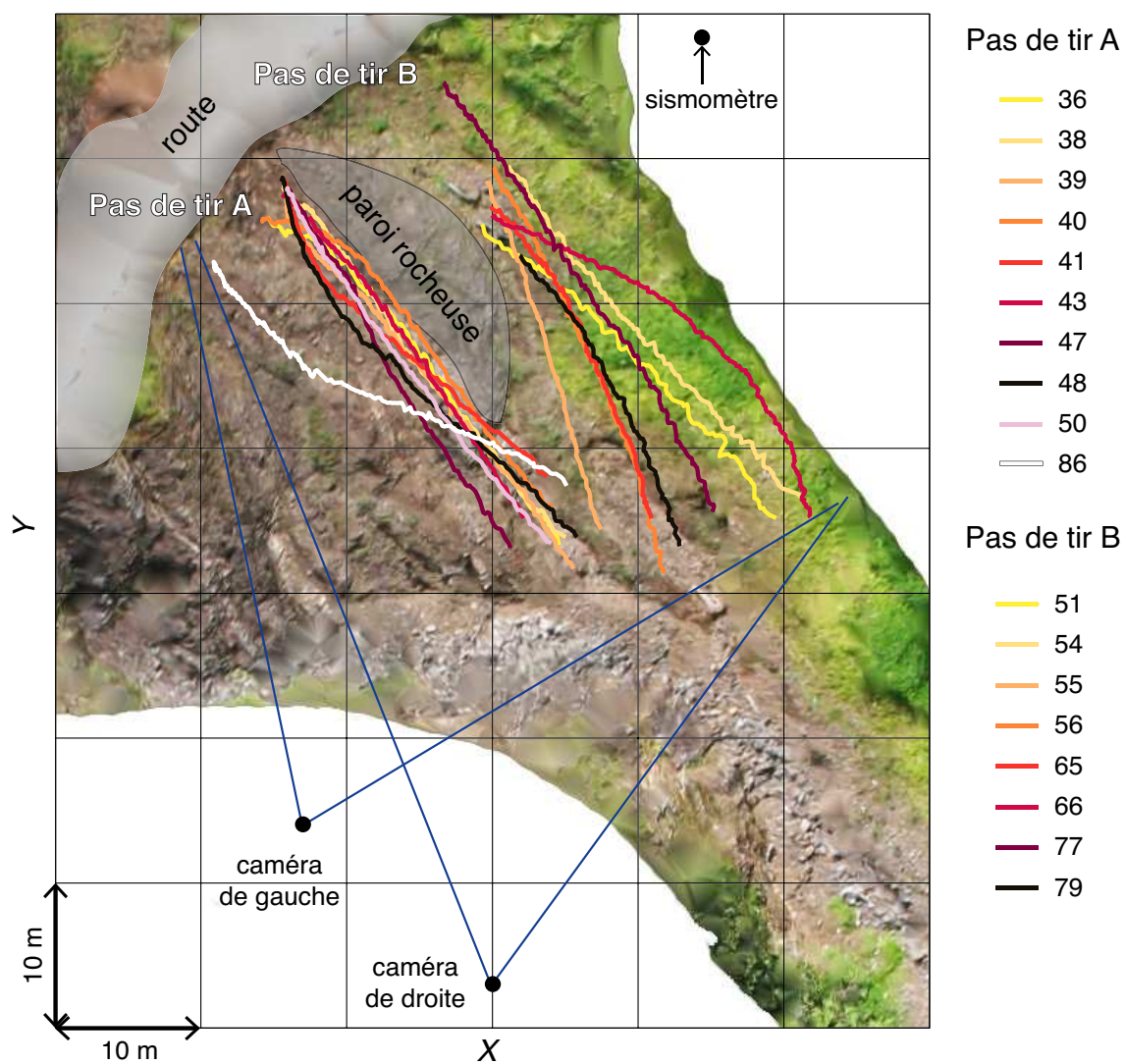


FIGURE 82 : Trajectoires dans le repère horizontal (X,Y) de la pente des 18 blocs étudiés dans ce chapitre. Les blocs sont lâchés de la route au niveau de deux pas de tir, notés A et B, séparés par une paroi rocheuse. Les positions des caméras et du sismomètre sont indiquées par des cercles pleins.

TABLE 13 : Numéro, pas de tir, masse m et volume V des 18 blocs étudiés.

n° du bloc	pas de tir	m (kg)	V (m ³)
36	A	1192	0.67
38	A	1822	0.57
39	A	676	0.35
40	A	1538	0.55
41	A	938	0.38
43	A	704	0.4
47	A	2493	1.1
48	A	2098	0.88
50	A	778	0.34
51	B	4848	1.32
54	B	1350	0.6
55	B	1148	0.56
56	B	742	0.42
65	B	1292	0.52
66	B	866	0.4
77	B	752	0.34
79	B	918	0.37
86	A	326	0.15

bloc est d'abord pointée sur les vidéos enregistrées par les deux caméras (Figures 84a et 84b). À partir de ces pointés, nous pouvons estimer l'altitude z et la position horizontale $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ du bloc dans le repère de la pente avec une précision de ± 10 cm, ce qui est inférieur au rayon du bloc (Figures 83, 84c et 84d).

Les vitesses verticale V_z et horizontale V_h du bloc au cours de sa chute sont simplement les dérivées temporelles de l'altitude z et de la distance R , respectivement (Figures 84e et 84f). Cependant, nous avons davantage de précision sur l'estimation des vitesses V_z et V_h en ajustant les portions de trajectoire entre les impacts par des paraboles pour l'altitude z et par des droites pour la distance horizontale R (Figures 84c et 84d). Après un impact, le bloc atteint rapidement un régime de chute libre et son accélération verticale dV_z/dt est proche de l'accélération de la gravitation $g \simeq 9.81 \text{ m s}^{-1}$ (Figure 84e). L'énergie cinétique de translation avant l'impact est alors donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}m(V_h^2 + V_z^2). \quad (145)$$

La rotation des blocs est généralement dans le plan formé par la direction de propagation du bloc et la verticale. On peut estimer la vitesse de rotation moyenne ω_r du bloc entre deux impacts à partir des vidéos en comptant le nombre d'images nécessaires pour que le bloc fasse un tour sur lui-même (Figure 84g). Les blocs acquièrent une vitesse de rotation ω_r entre 1 et 3 tours par seconde. L'énergie cinétique de rotation est alors :

$$E_\omega = \frac{1}{2}I\omega_r^2, \quad (146)$$

où ω_r est exprimée en radians par seconde. Le moment d'inertie $I = \frac{2}{5}mR^2$ si on assimile le bloc à une sphère de masse m et de rayon équivalent $R = (3V/4\pi)^{1/3}$ calculé à partir du volume V indiqué dans le Tableau 13.

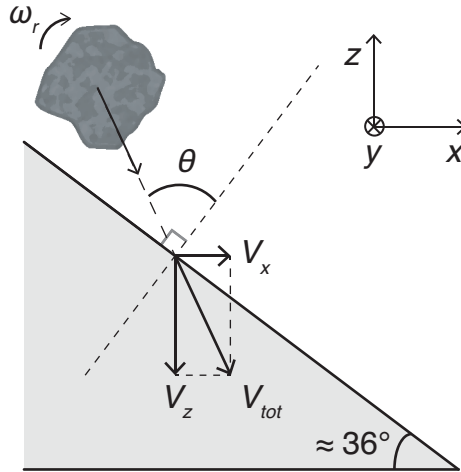


FIGURE 83 : Définition schématique des paramètres dynamiques du bloc : le bloc entre en collision avec la surface avec un angle θ avec la normale à la pente, une vitesse angulaire de rotation ω_r , une vitesse verticale V_z et une vitesse horizontale V_h . La position du bloc est exprimée dans le repère cartésien (x,y,z) dont l'origine $(0,0,0)$ coïncide avec le point de départ du bloc.

Nous sommes ainsi en mesure de déterminer l'énergie cinétique totale avant l'impact :

$$E_{tot} = E_c + E_\omega, \quad (147)$$

et l'énergie cinétique perdue par le bloc pendant l'impact :

$$\Delta E_c = E_c + E_\omega - (E'_c + E'_\omega), \quad (148)$$

où les variables primées correspondent à la dynamique du bloc après l'impact.

En observant les impacts des 18 blocs, on remarque que les énergies cinétiques de translation E_c et de rotation E_ω avant les impacts représentent en moyenne 90% et 10% de l'énergie cinétique totale E_{tot} , respectivement, indépendamment de la masse m du bloc (Figure 85). Même à forte pente $\theta \simeq 36^\circ$, la rotation du bloc contribue donc peu à son énergie cinétique totale.

La position du sismomètre dans le repère de la pente est connue (Figure 82). Nous pouvons donc calculer la distance entre le bloc et le sismomètre à chaque instant, ce qui est utile pour corriger le signal reçu de l'atténuation géométrique et viscoélastique (Figure 84h).

3. Signal sismique généré

3.1. Pointé des signaux

Intéressons-nous maintenant au signal sismique émis par les impacts du bloc 86. La plus grande difficulté rencontrée lors du traitement de ces données est le fait que les signaux sismiques ne sont pas synchronisés temporellement avec les films.

Le sismomètre enregistre le bruit ambiant pendant une durée beaucoup plus longue que la chute du bloc (Figures 86a à 86b). Le début du signal correspondant aux impacts peut-être repéré grâce au bruit de fréquence constante d'environ 20 Hz généré par la pelleteuse qui soulève le

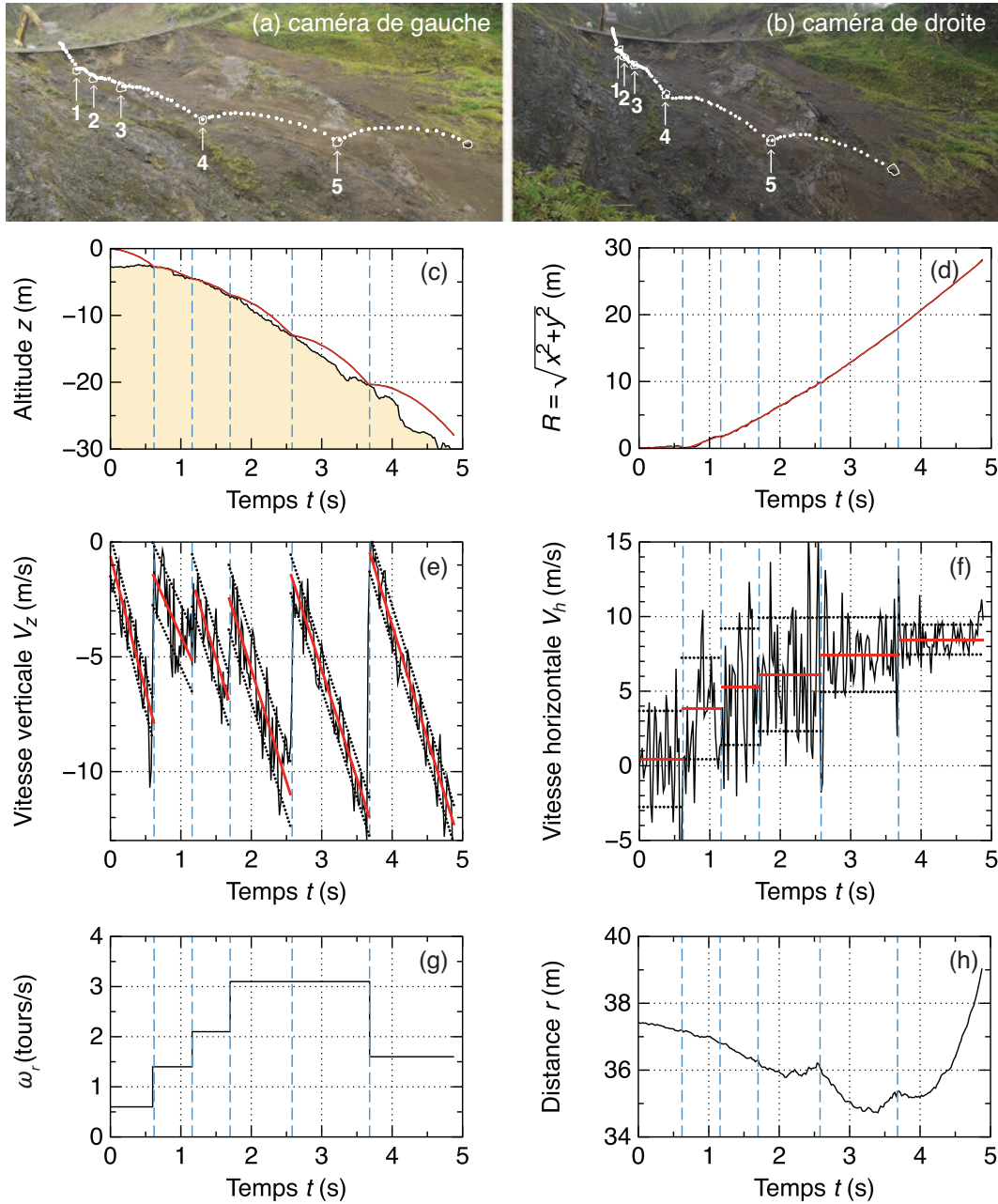


FIGURE 84 : (a) et (b) Trajectoire du bloc 86 vue par les deux caméras. Les positions des impacts sont indiquées par des flèches. (c) Altitude z du bloc sur la topographie et (d) Distance horizontale $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ du bloc au cours de sa chute à partir de son point de lâcher. (e) et (f) Vitesses verticale V_z et horizontale V_h du bloc entre les impacts. Les lignes rouges représentent la dérivée des trajectoires paraboliques et droites entre chaque impact des Figures (c) et (d), respectivement. Les lignes en pointillés noirs représentent \pm l'écart-type σ des données par rapport aux lignes rouges. (g) Vitesse angulaire de rotation ω_r du bloc. (h) Distance r entre le bloc et le sismomètre au cours du temps.

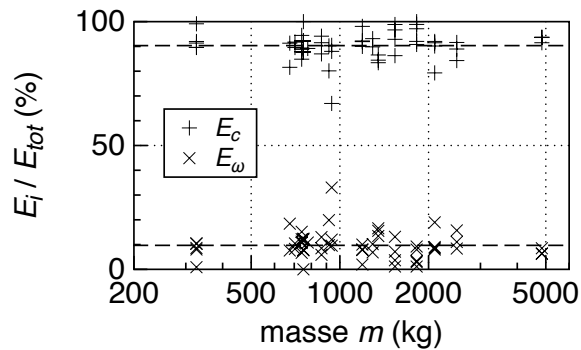


FIGURE 85 : Rapports des énergies cinétiques de translation E_c et de rotation E_w avant chaque impact sur l'énergie cinétique totale $E_{tot} = E_c + E_w$ en fonction de la masse m du bloc.

bloc pour le lâcher sur la pente. La fin de ce bruit doit correspondre au début des impacts car le moteur de la pelleteuse est stoppé lorsque le bloc est lâché (Figure 86d).

On identifie clairement les signaux sismiques générés par deux impacts distincts entre $t = 8$ s et $t = 10$ s (Figure 86). Les impacts excitent quasiment tout le spectre des fréquences disponibles, entre 5 Hz et 45 Hz. Leur spectrogramme a une forme triangulaire caractéristique, due au fait que l'énergie des hautes fréquences s'atténue plus rapidement que celle des basses fréquences dans les milieux hétérogènes [Helmstetter and Garambois, 2010; Hibert et al., 2011].

Pour relier chaque impact au signal associé, nous suivons la procédure suivante :

1. La durée entre les impacts est relevée sur les films, ce qui nous permet de constituer un peigne d'impulsions qui correspondent aux instants de chaque impact.
2. Chaque impact est ensuite associé à un signal en déplaçant le peigne d'impulsions sur le signal sismique (Figure 87a). Le début des signaux correspondants aux impacts peut être repéré plus facilement avec la somme des carrés des signaux dans les trois directions, qui rehausse l'énergie du signal par rapport au bruit aléatoire (Figure 87b), et en filtrant les signaux dans différentes bandes de fréquences (Figure 87c).

La situation où les instants des signaux pointés sur les films correspondent le mieux aux signaux sismiques est celle représentée par des lignes vertes sur la Figure 87.

Notons que la première impulsion de 0.5 s à 1 s dans le signal est exclue car si nous considérons qu'elle correspond au premier impact, les impulsions suivantes sont toutes décalées par rapport aux signaux (Figure 87). La durée de ce premier signal est plus courte que les autres et a davantage d'énergie entre 0.1 Hz et 5 Hz et entre 40 Hz et 50 Hz. Ce signal a pu être généré par le rebond de la pelleteuse sur la route au moment du lâcher.

Nous ne savons pas a priori combien de temps durent les signaux sismiques générés par les impacts. La fin des signaux est donc pointée à l'instant où l'enveloppe du signal et la somme des carrés des signaux retournent à un seuil correspondant à 2 fois le niveau de bruit (lignes rouges sur la Figure 87).

Maintenant que les signaux sont pointés pour chaque impact, nous pouvons caractériser leur spectre d'amplitude et calculer l'énergie perdue sous forme d'ondes élastiques lors des impacts.

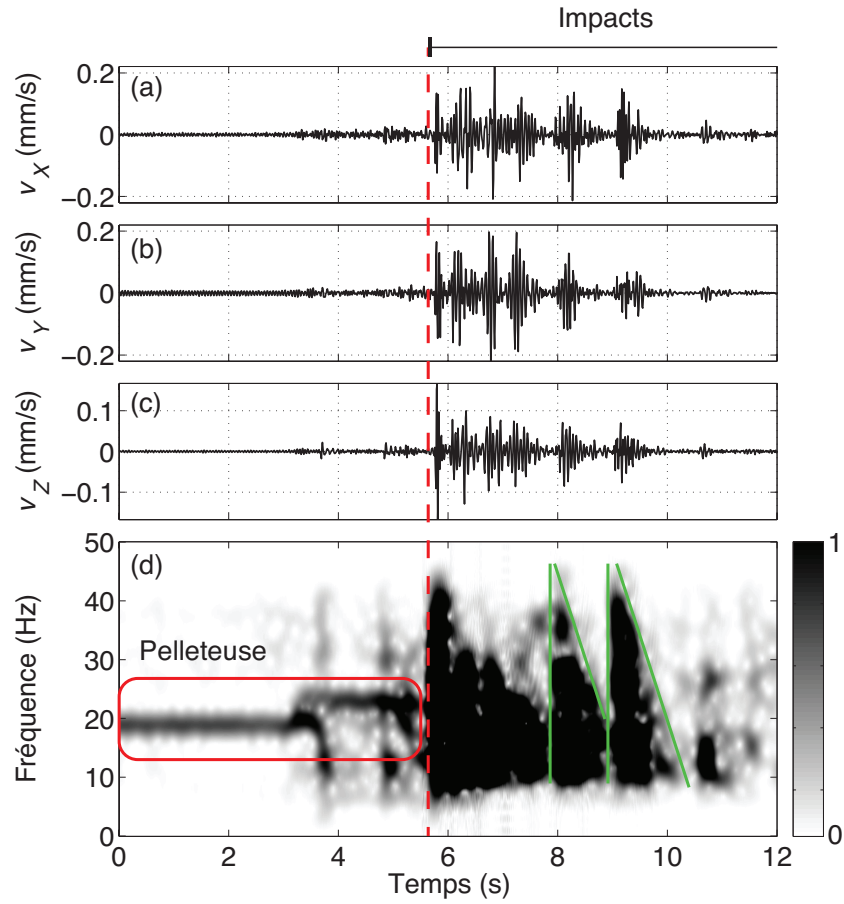


FIGURE 86 : (a), (b) et (c) Vitesses v_x , v_y et v_z de la vibration dans les directions horizontales X et Y et la verticale Z , respectivement, enregistrées par le sismomètre lors du lâcher du bloc 86. (d) Spectrogramme des signaux. L'amplitude spectrale des trois composantes est sommée. Il y a davantage d'énergie pour les tâches les plus sombres (échelle normalisée). L'amplitude du spectrogramme est saturée pour faire ressortir le bruit généré par la pelleteuse (encadré rouge). La forme du spectrogramme des deux derniers impacts est mise en évidence par des traits verts.

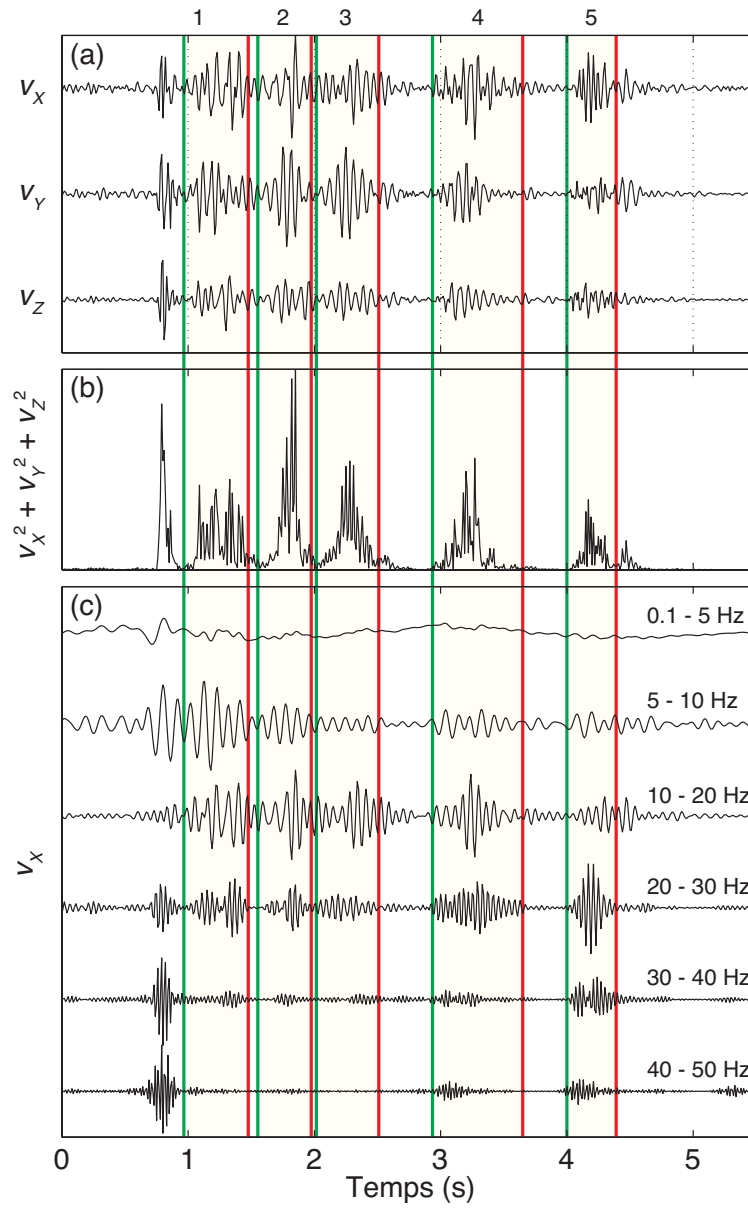


FIGURE 87 : (a) Vitesses normalisées v_x , v_y et v_z de la vibration dans les directions X et Y et la verticale Z , respectivement, enregistrées par le sismomètre lors du lâcher du bloc 86. (b) Somme des carrés des vitesses dans les trois directions de l'espace. (c) Vitesse dans la direction X , filtrée dans différentes bandes de fréquences et normalisées. Les lignes vertes et rouges indiquent le début et la fin des signaux correspondant aux différents impacts repérés sur la Figure 84.

3.2. Contenu fréquentiel

Les fréquences caractéristiques des signaux sont calculées à partir de leurs expressions données au chapitre 3 par les équations (112) et (113). Les spectres d'amplitudes des impacts du bloc 86 sont assez similaires les uns des autres, à l'exception du dernier (Figure 88). La majorité de l'énergie sismique est émise entre 10 Hz et 30 Hz avec une fréquence moyenne entre 15 Hz et 20 Hz et une largeur de bande d'environ 20 Hz. Certains impacts, comme l'impact 5 (Figure 88), peuvent générer des plus hautes fréquences. Nous pouvons également remarquer un pic d'énergie à environ $f \simeq 15$ Hz dans les spectres de tous les impacts du bloc 86. Ce pic d'énergie est peut-être lié à une résonance du sismomètre à cette fréquence. Comme nous l'avons vu précédemment au laboratoire, les fréquences dépendent de la masse du bloc et de sa vitesse d'impact (voir la Figure 68, p.145 du chapitre 3). Elles sont également susceptibles de varier en fonction de la dureté du contact (impact sur de la roche ou sur de l'herbe, etc...).

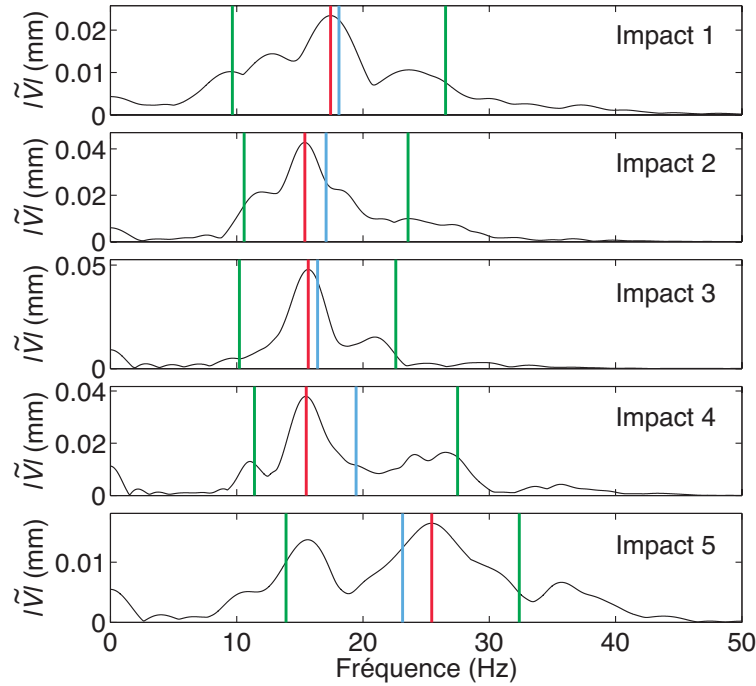


FIGURE 88 : Spectres d'amplitude des signaux générés par les impacts du bloc 86 repérés sur la Figure 87. Ces spectres sont la somme des transformées de Fourier temporelles des signaux enregistrés sur les trois directions de l'espace X , Y et Z . La fréquence du maximum d'énergie, la fréquence moyenne et la largeur de bande des spectres sont représentées par des lignes rouges, bleues et vertes, respectivement.

3.3. Énergie élastique rayonnée

Rousseau [1999], Dammeier et al. [2011] et Lévy et al. [2015] ont montré que les éboulements génèrent principalement des ondes de surface. Par simplicité, nous allons supposer que les signaux mesurés ne sont composés que d'ondes de Rayleigh. L'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques est obtenue en calculant le flux d'énergie traversant un cylindre entourant l'impact [Hibert et al., 2011] (voir aussi le paragraphe 2.1.1 du chapitre 3, p.98) :

$$W_{el} = 4\pi r h \rho c_R \int_0^{+\infty} |\tilde{V}(r, f)|^2 \exp(\gamma(f)r) df, \quad (149)$$

où $h = c_R/f$ est la longueur d'onde de Rayleigh, avec c_R , la vitesse des ondes de surface et f , la fréquence. $|\tilde{V}(r, f)|^2 = |\tilde{V}_X(r, f)|^2 + |\tilde{V}_Y(r, f)|^2 + |\tilde{V}_Z(r, f)|^2$ est la somme des carrés des spectres

dans les trois directions de l'espace. Le facteur $\exp(\gamma(f)r)$ modélise la dissipation visqueuse de l'énergie avec la distance r . Le coefficient $\gamma(f)$ dépend de la fréquence f [Aki and Richards, 1980] :

$$\gamma(f) = \frac{\pi f}{Q c_R}, \quad (150)$$

où Q est le facteur de qualité du milieu.

Nous ne pouvons pas mesurer la vitesse c_R des ondes de Rayleigh et le facteur d'atténuation Q car nous ne disposons que d'un seul sismomètre. Dans un contexte volcanique similaire, la vitesse des ondes de surface est $c_R \simeq 800 \text{ m s}^{-1}$ dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise à la Réunion [Hibert et al., 2011] et $c_R \simeq 1300 \text{ m s}^{-1}$ à la Souffrière Hills de l'île de Montserrat aux Petites Antilles [Jolly et al., 2002]. Nous prendrons ici une valeur intermédiaire $c_R \simeq 1000 \text{ m s}^{-1}$.

L'énergie élastique rayonnée W_{el} n'est pas beaucoup affectée par la valeur du facteur de qualité Q entre 5 et 100 (Figure 89). Jouer sur l'ampleur de l'atténuation de l'énergie ne permet donc pas de diminuer la dispersion des résultats. Nous choisissons ici la valeur $Q = 10$ pour que l'énergie élastique rayonnée moyenne ne dépende pas de la distance r entre l'impact et le sismomètre. Cette valeur de Q semble réaliste car elle est de l'ordre de celles obtenues par Ferrazzini and Aki [1992] dans le contexte volcanique similaire du Kilauea à Hawaï.

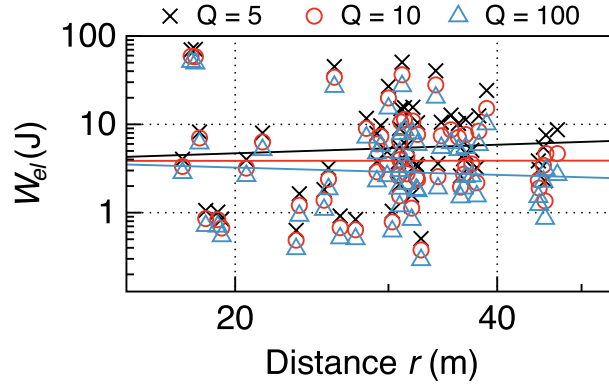


FIGURE 89 : Énergie élastique rayonnée W_{el} calculée pour les impacts des blocs sur la pente avec différentes valeurs du facteur de qualité Q en fonction de la distance r entre l'impact et le sismomètre. Les lignes pleines sont des ajustements en loi de puissance aux données de la même couleur.

4. Comparaison quantitative avec le modèle d'impact de Hertz

Nous comparons ici le spectre d'amplitude mesuré lors d'un impact du bloc 86 à un spectre synthétique calculé pour les mêmes paramètres d'impact en convoluant la force de Hertz avec la fonction de Green des ondes de Rayleigh (Figure 90).

Les valeurs d'énergies et de fréquences mesurées sur le terrain sont bien plus faibles que celles prédites par la théorie d'impact d'une sphère élastique sur un plan. En ajoutant de la dissipation visqueuse au modèle, avec un facteur de qualité Q décroissant de 50 à 5, l'amplitude du spectre synthétique diminue et devient plus proche de celle du spectre mesuré mais les fréquences restent bien plus grandes dans la théorie. Même en prenant en compte une forte atténuation de l'énergie avec la fréquence avec $Q = 5$, les fréquences attendues sont en moyenne de 120 Hz, ce qui est 6 fois plus grand que celles mesurées. L'énergie du spectre théorique avec $Q = 5$ est environ 15 fois plus élevée que celle mesurée.

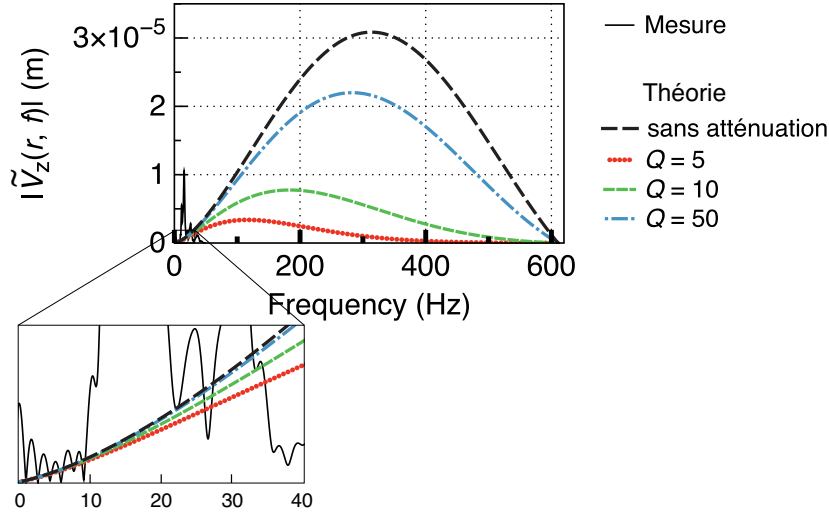


FIGURE 90 : Spectre d'amplitude $|\tilde{V}_z(r, f)|$ mesuré pour un impact du bloc 86, de masse $m = 326$ kg avec une vitesse verticale $V_z = 11$ m s⁻¹ sur de la roche affleurante (ligne noire). Tirets noirs : spectre prédit par la théorie d'impact élastique de [Hertz](#) pour la même masse m et la même vitesse d'impact V_z sans prendre en compte de l'atténuation. Lignes colorées : spectre calculé en ajoutant de l'atténuation visqueuse de l'énergie avec la distance r avec un facteur de qualité Q .

Par ailleurs, nous avons montré au chapitre précédent que l'on peut ajuster une loi de puissance en $f^{5/2}$ à la partie basses fréquences du spectre d'amplitude généré par l'impact pour obtenir des informations sur la quantité de mouvement de l'impacteur (voir section 5.2.2, p.161). Cependant, la forme du spectre mesuré ici ne peut pas être ajustée par une loi de puissance (voir l'encart de la Figure 90). Nous ne pouvons donc pas appliquer cette méthode dans ce contexte.

La Figure 90 montre que les différences entre la mesure et la théorie ne peuvent pas être uniquement due à une forte atténuation de l'énergie lors de la propagation. Il y a trois autres explications possibles de cette divergence :

- La raison principale est que la fréquence d'échantillonnage du signal sismique est de 100 Hz. La station sismique ne peut donc pas d'enregistrer des fréquences supérieures à 50 Hz, i.e. la fréquence de Nyquist. En outre, un filtre anti-repliement de spectre est souvent appliqué par les appareils de mesure à la fréquence de Nyquist, ce qui coupe les fréquences supérieures à environ 45 Hz dans notre cas. [Helmstetter and Garambois \[2010\]](#) ont utilisé un sismomètre large bande avec une fréquence d'échantillonnage de 250 Hz pour mesurer les signaux sismiques générés par des éboulements dans le massif de Belledonne dans les Alpes françaises. En lâchant un bloc unique de volume 0.05 m³, i.e. du même ordre que ceux étudiés ici, les auteurs ont observé des fréquences jusqu'à environ 100 Hz, c'est-à-dire quasiment jusqu'à la fréquence de Nyquist de 125 Hz. Ces observations permettent de déduire que les sismomètres larges bandes classiquement utilisés pour surveiller les tremblements de terre ou les trémors volcaniques ne sont pas adaptés pour étudier la signature sismique d'impacts de blocs de volume de l'ordre ou inférieur au mètre cube.
- Deuxièmement, la fracturation du sol et du bloc est très importante lors des impacts. On a montré précédemment que les fréquences du signal et l'énergie élastique rayonnée diminuent par rapport au cas d'un impact élastique quand de l'énergie est dissipée par déformation plastique (Figures 63d-63f et 64b).
- Enfin, la forme approchée de la fonction de Green des ondes de Rayleigh utilisée pour calculer le spectre synthétique n'est pas valide à basses fréquences $f \leq 15$ Hz car la

longueur d'onde centrale est $\lambda = c_R/f \simeq 53$ m, ce qui est plus grand que la distance $r = 30$ m entre l'impact et le sismomètre. L'impact est donc trop proche du sismomètre pour que les ondes de Rayleigh soient développées.

Il semble donc difficile d'utiliser les lois d'échelles développées au laboratoire avec ces mesures sismiques pour retrouver les caractéristiques de l'impact, i.e. masse et vitesse d'impact. Nous allons tout de même observer si des relations empiriques se dégagent dans ce contexte naturel entre l'énergie élastique rayonnée et les fréquences du signal sismique émis lors des impacts et les caractéristiques dynamiques des blocs. Nous allons comparer les relations obtenues avec celles développées analytiquement au chapitre 3.

5. Relations entre les paramètres dynamiques et sismiques

5.1. Énergie élastique rayonnée

La nature du contact entre le bloc et le sol pendant l'impact joue un rôle primordial sur le transfert d'énergie élastique dans le sol. Ainsi, nous distinguerons les impacts “durs” ayant lieu sur de la roche affleurante des impacts “mous” sur de la terre meuble ou de l'herbe (Figure 91a). Cette distinction est arbitraire car elle n'est basée que sur l'observation subjective des enregistrements vidéos. Cependant, il est clair que l'énergie élastique rayonnée est plus faible en moyenne pour les impacts identifiés comme “mous” que pour les impacts “durs” (Figure 91b). Par exemple, l'énergie élastique W_{el} rayonnée par les impacts d'un bloc de 326 kg sur de la roche affleurante (bloc 86, Figure 82) est du même ordre que celle rayonnée par un bloc d'environ 5000 kg sur de l'herbe (bloc 51, Figure 82).

La dépendance de l'énergie élastique rayonnée W_{el} avec la masse m et la vitesse d'impact V_z des blocs n'est pas évidente car les données sont peu nombreuses et très dispersées (Figures 91b à 91d). La loi d'échelle établie au chapitre précédent pour des impacts de sphères sur des blocs épais prédit que l'énergie élastique rayonnée W_{el} est proportionnelle à $mV_z^{13/5}$ (Tableau 8, p.135). En séparant les impacts “durs” des impacts “mous”, l'énergie W_{el} semble bien être proportionnelle à la masse m (Figure 91b). En revanche, W_{el} ne semble pas varier proportionnellement à $mV_z^{13/5}$ (Figure 91c). Au contraire, pour des impacts “durs”, l'énergie W_{el} décroît lorsque le paramètre $mV_z^{13/5}$ augmente. Ceci est probablement dû au fait que davantage d'énergie est perdue dans de la fracturation du sol ou du bloc lorsque la vitesse d'impact V_z du bloc augmente, ce qui diminuerait par conséquent la proportion d'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques. Nous observons un meilleur accord entre l'énergie rayonnée W_{el} et le paramètre empirique $mV_z^{1/2}$, c'est-à-dire avec une dépendance moins forte à la vitesse d'impact V_z (avec un exposant 1/2) que celle prédite par la théorie (avec un exposant 13/5) (Figure 91d).

Comme il a été observé précédemment par [Deparis et al. \[2008\]](#) et [Hibert et al. \[2011\]](#), les rapports de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie cinétique E_c et sur l'énergie perdue lors de la chute ΔE_c varient sur plusieurs ordres de grandeur, de 4.10^{-5} à 2.10^{-2} (Figure 91e) et de 10^{-4} à 10^{-1} (Figure 91), respectivement. Une partie de cette dispersion peut être expliquée par la nature du contact. En effet, le transfert d'énergie cinétique en énergie sismique est plus important, i.e. les rapports W_{el}/E_c et $W_{el}/\Delta E_c$ sont en moyenne un ordre de grandeur plus grands, pour les impacts “durs” que pour les impacts “mous”. La théorie prédit que le rapport W_{el}/E_c est indépendant de la masse m du bloc lâché (Tableau 8, p.135), ce qui semble être confirmé ici car aucune tendance ne se dégage dans les données en fonction de la masse m (Figures 91c et 91d).

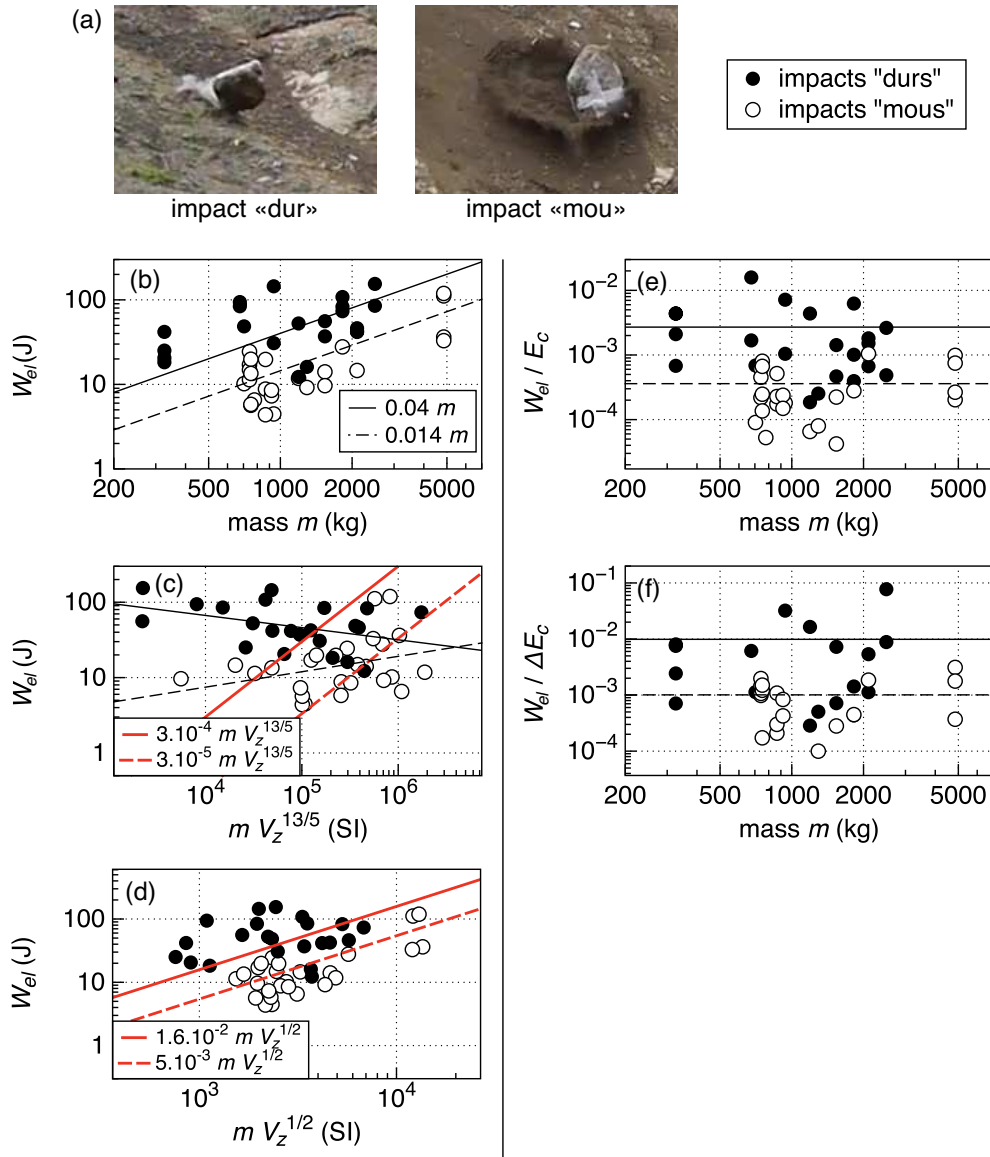


FIGURE 91 : (a) Photographies d'impacts sur de la roche affleurante et sur de la terre meuble répertoriés comme "dur" et "mou" respectivement. (b) et (c) Énergie élastique rayonnée W_{el} en fonction (b) de la masse m du bloc pour $V_z \approx 5 \pm 2 \text{ m s}^{-1}$, (c) du paramètre $mV_z^{13/5}$ et (d) du paramètre $mV_z^{1/2}$ (en unités du système international SI). Les lignes rouges représentent des ajustements avec les lois $mV_z^{13/5}$ et $mV_z^{1/2}$, pour les impacts "durs" (ligne pleine) et "mous" (tirets). (e) et (f) Rapport de l'énergie élastique rayonnée W_{el} sur (e) l'énergie cinétique totale avant l'impact E_c et sur (f) l'énergie cinétique perdue pendant l'impact ΔE_c en fonction de la masse m du bloc pour $V_z \approx 5 \pm 2 \text{ m s}^{-1}$. Les lignes pleines et en tirets sont des ajustements des données pour les impacts "durs" et "mous", respectivement.

5.2. Fréquences caractéristiques

La fréquence f_{peak} du maximum d'énergie dans le spectre d'amplitude est en moyenne de 18 ± 8 Hz (Figure 92a), la fréquence moyenne f_{mean} est 20 ± 5 Hz (Figure 92b) et la largeur de bande Δf est 18 ± 4 Hz (Figure 92c).

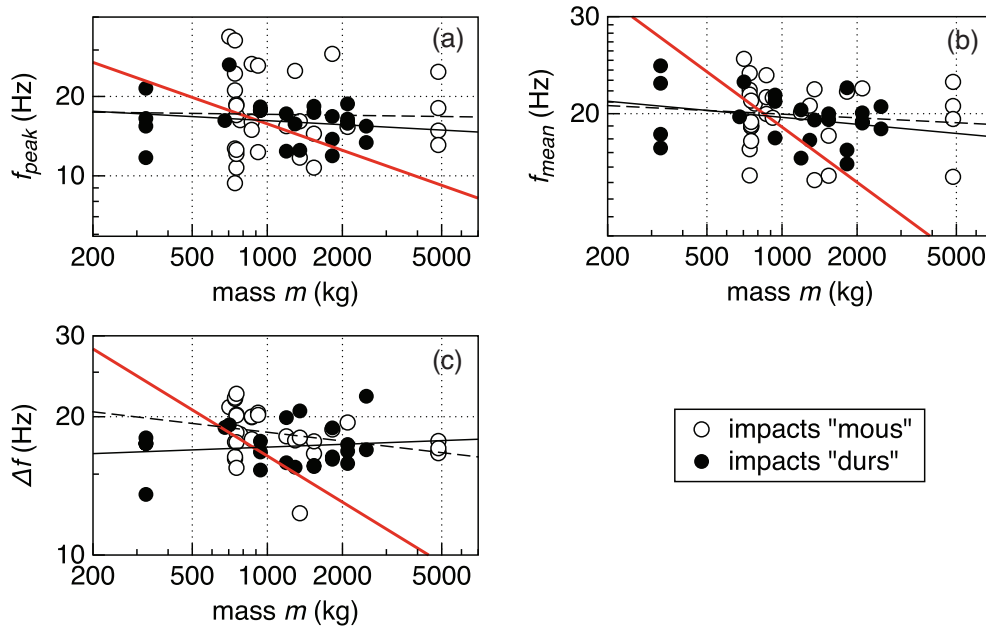


FIGURE 92 : (a) Fréquence pic f_{peak} , (b) fréquence moyenne f_{mean} et (c) largeur de bande Δf en fonction de la masse m du bloc. Les lignes pleines et en tirets sont des ajustements des données pour les impacts “durs” et “mous”, respectivement. Les lignes rouges représentent un ajustement avec une loi de puissance en $m^{-1/3}$.

Il est intéressant de remarquer que, contrairement à l'énergie élastique rayonnée W_{el} , les fréquences caractéristiques f_{peak} , f_{mean} et Δf des signaux émis semblent indépendantes de la nature du contact (Figure 92). On n'observe pas non plus de dépendance claire des fréquences avec la masse m du bloc lâché alors que la théorie de [Hertz](#) et les expériences de laboratoire du chapitre précédent montrent qu'elles devraient décroître en $m^{-1/3}$ (Tableau 7, p.133 et Figure 68, p.145).

6. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons analysé des données de terrain d'impacts de blocs individuels dans un contexte naturel. L'objectif était de comparer les propriétés des impacts (masse, vitesse d'impact, énergie potentielle perdue) estimées à partir des trajectoires des blocs, aux caractéristiques du signal sismique émis (énergie élastique, fréquences).

L'absence de synchronisation entre les vidéos des éboulements et le signal sismique a été une difficulté majeure dans ce travail. Cependant, quelques conclusions se dégagent :

- L'énergie élastique rayonnée et les fréquences du signal sont inférieures de plusieurs ordres de grandeur à celles attendues théoriquement pour un impact élastique. Même en considérant une atténuation forte des hautes fréquences avec la distance à l'impact dans le modèle théorique, avec un facteur de qualité $Q = 5$, nous ne parvenons pas à reproduire les basses fréquences observées sur le terrain. Par conséquent, les données exploitées ici ne permettent pas d'appliquer les lois d'échelle établies au laboratoire pour retrouver les propriétés de l'impact à partir du signal.
- Nous observons cependant que l'énergie élastique rayonnée lors des impacts varie avec la masse m et la vitesse d'impact verticale V_z comme $mV_z^{1/2}$. La dépendance de l'énergie rayonnée à la masse m est donc en accord avec celle prédite à l'aide de la théorie d'impact de [Hertz \[1882\]](#) au chapitre précédent (où $W_{el} \propto mV_z^{13/5}$). La dépendance à la vitesse d'impact V_z semble par contre être moins forte qu'en théorie.
- Nous montrons que la nature du contact entre le bloc et la surface joue un rôle important sur le transfert de l'énergie du bloc sous forme d'ondes élastiques lors de l'impact : le rapport de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie potentielle perdue pendant l'impact est en moyenne un ordre de grandeur plus important pour des impacts sur de la roche affleurante ($\sim 10^{-2}$) que pour des impacts sur de l'herbe ($\sim 10^{-3}$). Ceci peut expliquer en partie la dispersion de ce rapport sur plusieurs ordres de grandeur dans la littérature (entre 10^{-3} et 10^{-5} , [Hibert et al. \[2011, 2014b\]](#)). En revanche, les fréquences du signal émis ne semblent pas dépendre de la nature du contact.
- La différence observée entre mesure et théorie semble principalement due au fait que les sismomètres larges bandes classiquement utilisés sur le terrain ne sont pas adaptés pour surveiller les éboulements car leur fréquence d'échantillonnage est trop faible pour être sensible à toute l'énergie élastique rayonnée. Il faudrait par exemple mettre en place des accéléromètres sensibles aux fréquences jusqu'à 500 Hz. De telles expériences n'ont encore jamais été menées dans un contexte naturel. En particulier, il faudrait installer plusieurs stations pour pouvoir mieux contraindre les paramètres élastiques et l'atténuation de l'énergie avec la distance. Cela permettrait également de voir les différences entre les signaux sismiques enregistrés en champ proche et ceux enregistrés en champ lointain.

TABLE 14 : Notations du chapitre

c_R	Vitesse des ondes de Rayleigh (m s^{-1})
E_c, E_ω	Énergies cinétiques de translation et de rotation avant l'impact (J)
E'_c, E'_ω	Énergies cinétiques de translation et de rotation après l'impact (J)
E_{tot}	Énergie cinétique totale (translation + rotation) avant l'impact (J)
f	Fréquence (Hz)
$f_{mean}, \Delta f$	Fréquence moyenne et largeur de bande (Hz)
h	Épaisseur (m)
I	Moment d'inertie (kg m^{-2})
m	Masse (kg)
Q	Facteur de qualité (—)
R	Position horizontale du bloc dans le repère de la pente (m)
r	Distance entre la station et l'impact (m)
t	Temps (s)
\mathbf{u}_i	Vecteur normalisé de la direction i
V	Volume (m^3)
v_i	Vitesse de vibration dans la direction \mathbf{u}_i (m s^{-1})
\tilde{V}_i	Transformée de Fourier temporelle de v_i (m)
V_z, V_h	Vitesse d'impact dans les directions verticale et horizontale (m s^{-1})
$W_{el}, \Delta E_c$	Énergie élastique rayonnée et énergie potentielle perdue pendant l'impact (J)
x, y, z	Coordonnées cartésiennes (m)
γ	Coefficient d'atténuation de l'énergie avec la distance (m^{-1})
ρ	Densité (kg m^{-3})
λ	Longueur d'onde (m)
ω_r	Vitesse de rotation (rad s^{-1})
θ	Angle d'impact par rapport à la normale à la pente ($^\circ$)

Chapitre 5 : Caractérisation sismique d'un écoulement granulaire

Résumé du chapitre

Ces dix dernières années, les chercheurs ont établi des relations empiriques entre les caractéristiques des instabilités gravitaires et celles du signal sismique généré. Ce travail est rendu difficile à cause du manque de données disponibles et parce que la physique des écoulements granulaires est encore mal comprise. Par ailleurs, de nombreuses expériences d'écoulements granulaires ont été réalisées à l'échelle du laboratoire pour mieux comprendre les processus physiques qui contrôlent l'initiation, la dynamique et la déposition des instabilités gravitaires. Cependant, les études de la vibration acoustique générée par ces écoulements sont très rares.

Dans ce chapitre, des expériences d'étalements de colonnes granulaires sont réalisées à l'horizontale et sur une surface rugueuse inclinée. Les expériences sont filmées par une caméra rapide. En parallèle, les signaux sismiques émis par écoulements sont mesurés avec des accéléromètres piézoélectriques.

Nous montrons dans un premier temps que les phases d'accélération et de décélération du front d'un écoulement granulaire à l'horizontale peuvent être identifiées dans le signal sismique généré. En effet, la durée de l'écoulement est égale à la durée du signal. De plus, la durée de l'accélération correspond à la durée pour atteindre le maximum d'amplitude du signal. Ceci n'est plus vrai lorsque l'angle de la pente augmente car la durée de l'accélération du front augmente mais la phase de montée de l'amplitude du signal sismique reste inchangée. Nous montrons que l'amplitude maximale du signal émis par un écoulement granulaire ne dépend pas de la vitesse maximale du front de l'écoulement dans la direction de la pente. Elle semble plutôt contrôlée par la vitesse d'aplatissement de la colonne dans la direction perpendiculaire à la pente, i.e. par la dérivée temporelle de l'épaisseur maximale de la colonne. Lorsque l'angle de la pente dépasse une valeur critique entre 10° et 15° , l'enveloppe du signal s'allonge significativement pendant la décélération du front de l'écoulement et son amplitude décroît exponentiellement à la fin de la décélération. Ce changement peut être dû à l'apparition d'une phase de propagation lente de l'écoulement à fortes pentes.

Dans un second temps, nous observons les relations empiriques qui se dégagent entre, d'une part, l'énergie élastique rayonnée W_{el} et les fréquences du signal émis et, d'autre part, l'énergie potentielle totale ΔE_p perdue lors de l'écoulement, le diamètre d des billes constituant l'écoulement granulaire, la masse totale M et le rapport d'aspect a initial, i.e. le rapport de la hauteur sur l'étendue, de la colonne granulaire relâchée et l'angle θ de la pente.

Nos observations révèlent que l'énergie élastique W_{el} rayonnée par un écoulement granulaire varie comme d^3 , M et $a^{1.1}$. Le rapport $W_{el}/\Delta E_p$ varie entre 10^{-3} et 10^{-5} et augmente avec le diamètre comme $d^{3.3}$ et décroît la masse comme $M^{-0.4}$ mais est indépendant du rapport d'aspect initial a . De plus, les fréquences du signal décroissent quand d , M et a augmentent. Nous constatons que la dépendance de l'énergie élastique rayonnée W_{el} et de la fréquence moyenne f_{mean} du signal au diamètre d des grains est différente pour un impact individuel ($W_{el} \propto d^5$, $f_{mean} \propto d^{-1}$) et pour un écoulement granulaire ($W_{el} \propto d^3$, $f_{mean} \propto d^{-0.3}$). Cela suggère que la génération d'ondes élastiques par un écoulement granulaire est plus complexe que la somme des contributions d'impacts individuels.

Les exposants des lois de puissance de l'énergie élastique rayonnée W_{el} et des fréquences avec la masse M restent inchangés quand l'angle de la pente augmente mais leur dépendance au rapport d'aspect a est moins forte. Enfin, nous montrons que l'énergie élastique rayonnée W_{el} par un écoulement granulaire augmente significativement lorsque l'angle de pente θ se rapproche de l'angle de friction δ du matériau granulaire. Nous proposons une loi d'échelle empirique pour décrire cette variation. L'ajustement de cette loi aux données nous permet de retrouver l'angle de friction δ du matériau granulaire.

1. Introduction

Depuis les années 90, de nombreuses études ont tenté d'interpréter les différentes phases des glissements de terrain, du détachement de la masse, sa propagation jusqu'à son dépôt à partir des signaux sismiques générés [e.g. [Suriñach et al., 2005](#); [Deparis et al., 2008](#); [Favreau et al., 2010](#); [Dammeier et al., 2011](#); [Hibert et al., 2011](#); [Moretti et al., 2012](#); [Hibert et al., 2014a](#); [Moretti et al., 2015](#)]. Le signal sismique émis par un glissement de terrain a une forme allongée avec une arrivée émergente [[Schneider et al., 2010](#); [Dammeier et al., 2011](#); [Hibert et al., 2011](#); [Moretti et al., 2012](#); [Hibert et al., 2014b](#)] (voir la Figure 4, p.7). [Suriñach et al. \[2005\]](#) ont suggéré que la forme du signal peut être due au fait que la masse se rapproche puis s'éloigne de la station sismique car l'amplitude du signal s'atténue rapidement avec la distance. Par ailleurs, [Schneider et al. \[2010\]](#) et [Hibert et al. \[2011\]](#) ont observé que cette forme caractéristique est visible sur les enregistrements sismiques de plusieurs stations situées à différentes distances de l'événement, ce qui laisse penser que l'amplitude du signal est directement liée à la dynamique du glissement.

Il est important de caractériser les signaux sismiques générés par des instabilités gravitaires, en termes d'énergie élastique rayonnée, d'enveloppe, de contenu fréquentiel et de durée pour les différencier des signaux émis par des séismes ou des tremors volcaniques [[Dammeier et al., 2011](#); [Hibert et al., 2014b](#)]. Par exemple, en mesurant les signaux sismiques générés par les éboulements dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise, sur l'île de la Réunion, [Hibert et al. \[2011\]](#) ont mis en évidence une relation en loi de puissance entre l'énergie W_{el} rayonnée sous forme d'ondes élastiques et la durée t_s du signal : $W_{el} \propto t_s^\beta$ avec β entre 1.3 et 2. La même loi d'échelle a été observée par [Lévy et al. \[2015\]](#) pour des avalanches de débris sur la Soufrière Hills de l'île de Montserrat aux Antilles. Pour ces événements, l'exposant β varie entre 2.3 et 2.7. Il a été montré que l'exposant β dépend de la topographie [[Hibert et al., 2011](#)].

Les signaux sismiques peuvent également fournir des informations quantitatives sur les caractéristiques physiques d'un événement gravitaire, comme nous l'avons démontré pour des impacts individuels au chapitre 3. Des relations empiriques ont été mises en évidence entre les caractéristiques du signal émis et celles de l'événement [e.g. [Norris, 1994](#); [Deparis et al., 2008](#); [Vilajosana et al., 2008](#); [Dammeier et al., 2011](#); [Hibert et al., 2011, 2014b](#); [Yamada et al., 2012](#)]. En particulier, il a été observé que les durées de l'événement et du signal sismique émis sont similaires [[Hibert et al., 2011](#)]. L'amplitude du signal sismique mesuré à une distance constante d'éboulements observés par [Norris \[1994\]](#) au Mont St Helens augmente linéairement avec le volume de l'éboulement. Les travaux de [Yamada et al. \[2012\]](#) sur des glissements de terrain au Japon montrent que l'intégrale du carré du signal mesuré à 1 km du glissement varie comme le carré du volume en mouvement. Pour des éboulements dans les Alpes centrales, [Dammeier et al. \[2011\]](#) ont obtenu une relation empirique entre le volume de l'éboulement et la durée t_s , l'aire de l'enveloppe EA et l'amplitude maximale A_{max} du signal sismique : $V \propto t_s^{1.0368} EA^{-0.1248} A_{max}^{1.1446}$. Enfin, [Hibert et al. \[2011, 2014b\]](#) ont estimé le volume de dizaines d'éboulements dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise à la Réunion à partir d'une loi d'échelle empirique qui montre que l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques par un éboulement est proportionnelle à son volume. Pour obtenir cette loi d'échelle, [Hibert et al. \[2011\]](#) se sont intéressés au rapport de l'énergie élastique W_{el} rayonnée sur l'énergie potentielle ΔE_p perdue pendant l'éboulement de son initiation à son dépôt. Les rapports $W_{el}/\Delta E_p$ varient entre $5 \cdot 10^{-5}$ et $2 \cdot 10^{-3}$ pour des éboulements de volume entre 1 m^3 et $60 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise à la Réunion [[Hibert et al., 2011, 2014b](#)]. [Lévy et al. \[2015\]](#) ont obtenu des valeurs de $W_{el}/\Delta E_p$ plus faibles, entre $1.1 \cdot 10^{-5}$ et $2.8 \cdot 10^{-5}$, pour des avalanches de débris et des écoulements pyroclastiques sur le volcan de la Soufrière Hills sur l'île de Montserrat dans les Petites Antilles. Ces événements ont un volume entre 500 m^3 et 10^6 m^3 et sont en moyenne plus volumineux que les éboulements du cratère de Dolomieu [[Hibert et al., 2011, 2014b](#)]. Cela suggère que la transmission d'énergie potentielle perdue en énergie élastique rayonnée décroît quand le volume du

glissement augmente. Établir des lois d'échelle reste néanmoins un travail difficile sur le terrain en raison du manque de données disponibles mais aussi parce que la physique des écoulements granulaires et la génération acoustique par ces événements sont encore mal comprises.

De nombreuses expériences d'écoulements granulaires secs ont été réalisées à l'échelle du laboratoire depuis les années 80 pour mieux comprendre la dynamique et la formation du dépôt des glissements de terrain [e.g. GdR Midi, 2004; Andreotti et al., 2013]. Ces expériences incluent en particulier des étalements axisymétriques de colonnes granulaires cylindriques à l'horizontale [Lajeunesse et al., 2004, 2005; Lube et al., 2004; Roche et al., 2011] et des effondrements à 2 dimensions d'une colonne granulaire dans un canal horizontal [Balmforth and Kerswell, 2005; Lube et al., 2005; Siavoshi and Kudrolli, 2005; Roche et al., 2008; Lacaze and Kerswell, 2009; Roche et al., 2013] ou incliné [Hogg, 2007; Mangeney et al., 2010; Lube et al., 2011; Farin et al., 2014]. Des lois d'échelle empiriques et semi-empiriques ont été établies entre les conditions initiales (le volume, la hauteur initiale et le rapport d'aspect initial, i.e. le rapport de la hauteur sur l'étendue, de la colonne granulaire et l'angle de la pente,...) et les caractéristiques du dépôt (distance parcourue, profil d'épaisseur, forme du front, etc...) [Balmforth and Kerswell, 2005; Lajeunesse et al., 2004, 2005; Lube et al., 2004, 2005; Siavoshi and Kudrolli, 2005; Lacaze and Kerswell, 2009]. Nous avons vu au chapitre 2 que ces lois d'échelles ne sont plus valides au-delà d'un angle de pente critique lorsque la pente augmente car une phase de propagation lente apparaît à la fin de la décélération et change fondamentalement la dynamique de l'écoulement [Farin et al., 2014]. D'autre part, nous avons constaté que lorsque la phase de propagation lente se développe, la distance parcourue par un écoulement granulaire sur un lit érodable augmente par rapport au même écoulement sur un lit rigide. Il serait intéressant de voir s'il est possible de distinguer les différentes phases de la propagation – accélération, décélération et phase de propagation lente – en regardant l'enveloppe du signal sismique généré par les écoulements granulaires. Cela pourrait nous renseigner sur leur dynamique et leur capacité potentielle à mettre en mouvement des dépôts sous-jacents, sans avoir besoin d'observations visuelles.

La démarche d'“écouter” les écoulements granulaires avec des capteurs de vibration pour caractériser leur signature acoustique est nouvelle. Par exemple, Huang et al. [2004] ont utilisé un hydrophone piézo-électrique pour étudier l'influence de la taille des grains sur le contenu fréquentiel du signal émis par un impact individuel ou par un écoulement granulaire sur un lit granulaire saturé en eau. Les auteurs ont observé qualitativement que le signal émis par un impact contient de plus hautes fréquences que celui émis par un écoulement granulaire et que la fréquence moyenne du signal diminue lorsque le diamètre des grains augmente. Plus récemment, Hsu et al. [2014] ont mesuré avec des capteurs de force la distribution statistique de forces générées à la base d'écoulements granulaires secs et saturés dans un tambour en rotation. Les auteurs ont montré que la valeur moyenne de la distribution de forces est proportionnelle à la masse totale du matériau granulaire impliqué mais est indépendante de la taille des grains et de la vitesse de l'écoulement. Au contraire, les fluctuations hautes fréquences de la distribution de forces sont contrôlées par les collisions des grains individuels et leur écart-type augmente linéairement avec le diamètre des grains. L'écart-type des fluctuations de force augmente aussi lorsque la vitesse moyenne de l'écoulement granulaire augmente, linéairement pour les écoulements granulaires secs et en loi de puissance avec un exposant entre 0.4 et 0.9 lorsque l'écoulement est saturé.

À notre connaissance, aucune étude de laboratoire n'a, à ce jour, relié la dynamique de l'écoulement granulaire au signal sismique généré ni testé de façon systématique l'influence du diamètre des grains, de la masse totale et du rapport d'aspect initial de la colonne granulaire et de l'angle de la pente sur les caractéristiques du signal sismique émis.

Dans ce chapitre, après avoir décrit le dispositif expérimental, nous verrons s'il est possible d'identifier dans le signal sismique les différentes phases de la propagation d'un écoulement

granulaire : l'accélération, la décélération et la phase de propagation lente observée à fortes pentes au chapitre 2. Nous mettrons ensuite en évidence des lois d'échelle empiriques simples pour relier les caractéristiques de l'écoulement granulaire et celles du signal sismique émis.

2. Dispositif expérimental

Des expériences d'étalements de colonnes granulaires cylindriques sont réalisées (Figure 93). Les colonnes granulaires sont constituées de billes de diamètre d unique, entre 1 mm et 3.175 mm. Nous avons choisi des billes d'acier, de forte densité ($\rho_b = 7800 \text{ kg m}^{-3}$), pour générer davantage de signal sismique.

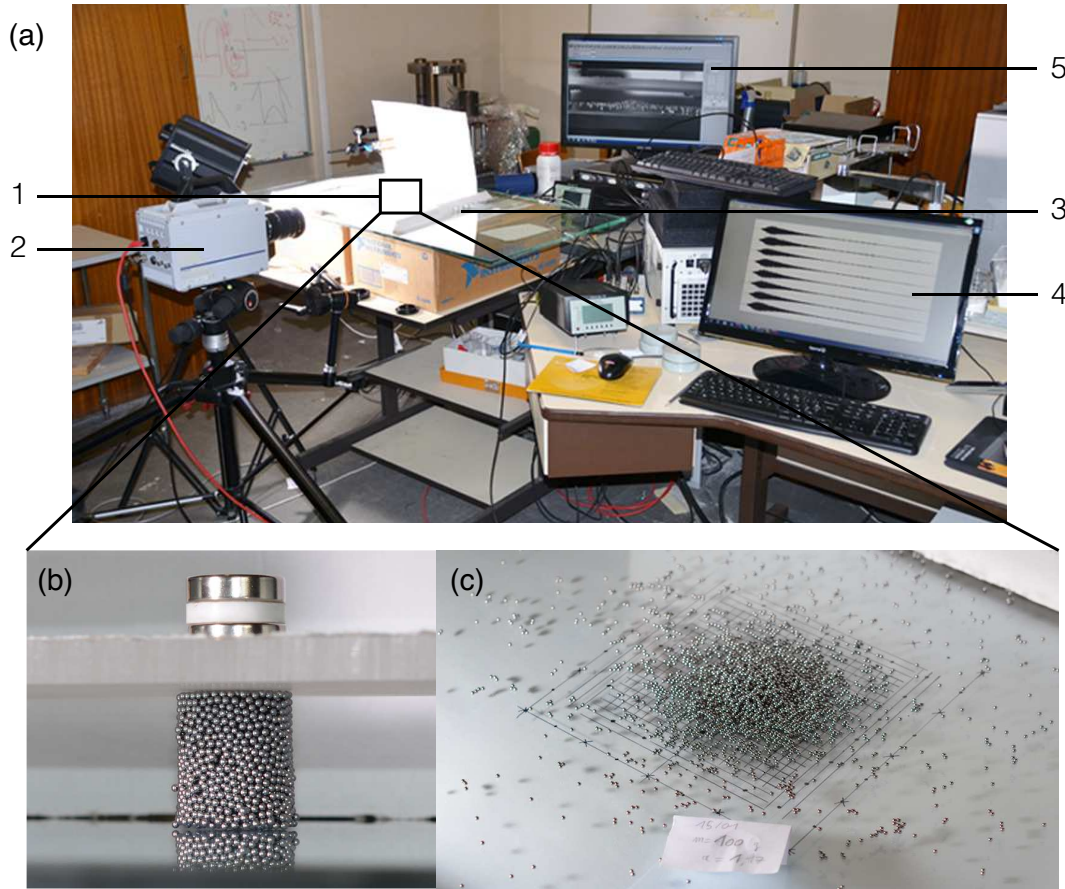


FIGURE 93 : (a) Photographie de la réalisation des expériences d'étalements de colonnes. L'expérience (1) est filmée à 500 images par seconde avec une caméra rapide (2). En parallèle, le signal sismique généré par l'étalement est enregistré par des accéléromètres piézoélectriques fixés sur la plaque (3). Le signal sismique (4) et le film de l'expérience (5) sont comparés. (b) Colonne granulaire initialement maintenue par un aimant. (c) Dépôt de l'étalement de la colonne granulaire.

La masse totale M des colonnes granulaires varie entre 11 g et 308 g et leur rapport d'aspect initial a , i.e. le rapport de la hauteur h_0 sur l'étendue D_0 initiales, varie entre 0.2 et 1.8. La vibration sismique générée par les étalements de colonnes granulaires est mesurée avec les accéléromètres piézoélectriques type 8309 de *Brüel & Kjaer* présentés précédemment. Deux séries d'étalements de colonnes granulaires ont été réalisées.

2.1. Colonnes granulaires maintenues par un aimant

La première série d'expériences est inspirée des étalements de colonnes de [Siavoshi and Kudrolli \[2005\]](#). La colonne granulaire est initialement maintenue à l'aide d'un aimant sur une plaque de verre (Figure 93b). Lorsque l'aimant est retiré, la cohésion entre les grains est subitement supprimée et la colonne s'effondre (Figures 94a à 94h). L'avantage de cette méthode est de s'affranchir des effets de bords que nous pourrions avoir si la colonne s'effondrait dans un canal bordé de murs latéraux, comme dans les expériences menées au chapitre 2 [voir aussi [Jop et al., 2005](#)], ou si les billes étaient contenues dans un récipient retourné [e.g. [Lube et al., 2004](#)]. Cependant, l'aimantation des billes devient rapidement rémanente et dépend de leur diamètre. Cette aimantation a une influence difficile à quantifier sur la dynamique de l'écoulement granulaire.

2.2. Colonnes granulaires contenues dans un réservoir

Dans la seconde série d'expériences, la colonne granulaire est initialement contenue dans un réservoir cylindrique qui est rapidement retiré à la main (Figures 95a à 95h). L'avantage de cette méthode par rapport à la première est d'éviter l'aimantation des billes. En revanche, les billes en contact avec la paroi du réservoir sont entraînées vers le haut lorsque le réservoir est soulevé (Figures 95b à 95f). Cela peut avoir une influence non négligeable sur la dynamique de l'écoulement granulaire [[Ionescu et al., 2015](#)]. Ces expériences sont réalisées sur une plaque de PMMA rugueuse. La rugosité permet d'obtenir un dépôt de dimensions finies et d'observer l'influence de l'angle d'inclinaison de la plaque sur l'étalement. Nous avons utilisé 5 angles de pente au cours des expériences : 0° (horizontale), 5° , 10° , 15° et 20° .

Différentes approches ont été testées pour rendre la surface de la plaque rugueuse :

- Une technique classiquement utilisée dans la littérature pour réaliser des écoulements granulaires inclinés est de coller une feuille de papier de verre sur la surface [e.g. [Lube et al., 2005](#); [Hogg, 2007](#); [Lube et al., 2011](#)]. Cependant, le papier de verre atténue complètement la transmission de la vibration sismique générée par l'écoulement dans la plaque et aucun signal n'est mesuré.
- Nous avons alors tenté de rendre rugueuse la surface à l'aide d'un jet de particules sous pression. Cependant, la rugosité obtenue avec cette méthode était trop irrégulière et insuffisante pour stopper le roulement d'une bille de diamètre de l'ordre du millimètre lorsque la plaque est inclinée.
- Une rugosité satisfaisante a été obtenue en collant une couche de billes d'acier de 2 mm de diamètre sur la surface de la plaque à l'aide de scotch double face. La même technique avait été utilisée pour les expériences du chapitre 2 [[Farin et al., 2014](#)]. Le scotch est suffisamment fin pour que le signal sismique émis par l'effondrement granulaire ne soit pas complètement atténué (Figure 96).

En comparant les intégrales des carrés des signaux mesurés lors de l'impact d'une bille sur la surface rugueuse et sur la surface lisse de la plaque de PMMA, nous estimons que l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact sur la surface rugueuse est 14 ± 4 fois plus faible que pour l'impact sur la surface lisse (Figure 96a). Les plus hautes fréquences du signal émis sont perdues lors d'un impact sur la surface rugueuse (Figure 96b). Ces fréquences peuvent être amorties par la bande de scotch. En entrant en collision avec le lit rugueux, la bille perd quasiment toute son énergie initiale sous forme inélastique. Par exemple, le coefficient de restitution d'une bille d'acier de diamètre $d = 5$ mm lâchée de $H = 15$ cm sur une plaque lisse de PMMA d'épaisseur 1 cm est $e \approx 0.82$. Sur la surface rugueuse, le coefficient de restitution devient $e = 0.14 \pm 0.1$.

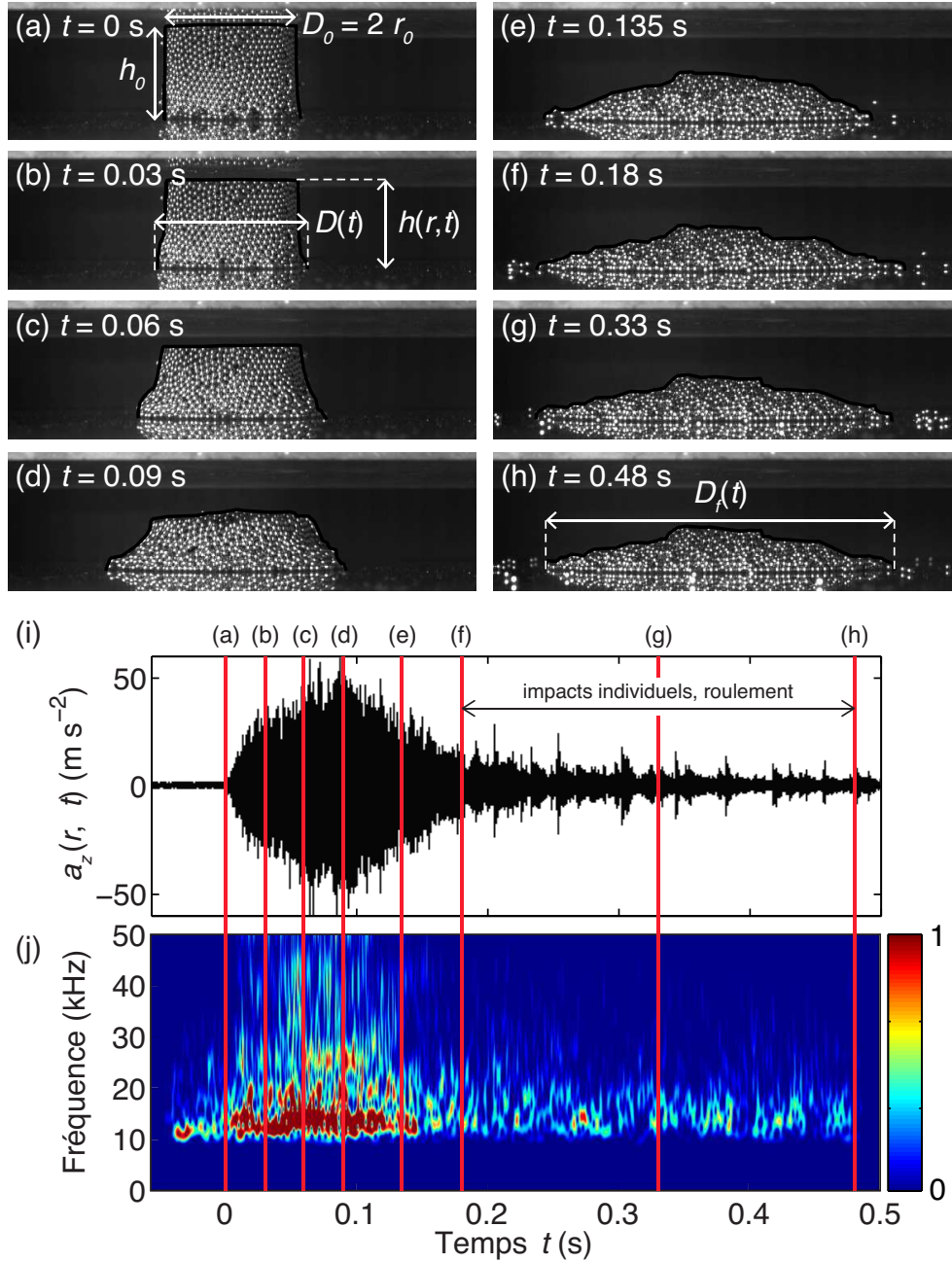


FIGURE 94 : (a) à (h) Images successives de l'écoulement sur la plaque de verre d'une colonne granulaire de masse $M = 83.5$ g, de hauteur initiale $h_0 = 2.25$ cm, de diamètre initial $D_0 = 3.3$ cm et de rapport d'aspect $a = 0.68$, constituée de billes d'acier de 1.5 mm de diamètre. La colonne granulaire est initialement maintenue par un aimant (a) et s'effondre lorsque que l'aimant est retiré (b) à (h). L'étendue $D(t)$ et le profil d'épaisseur $h(r, t)$ de la colonne sont mesurés au cours du temps à partir des vidéos. (i) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration générée par l'effondrement de la colonne. (j) Spectrogramme du signal (échelle d'énergie normalisée). Les lignes rouges indiquent les instants des images.

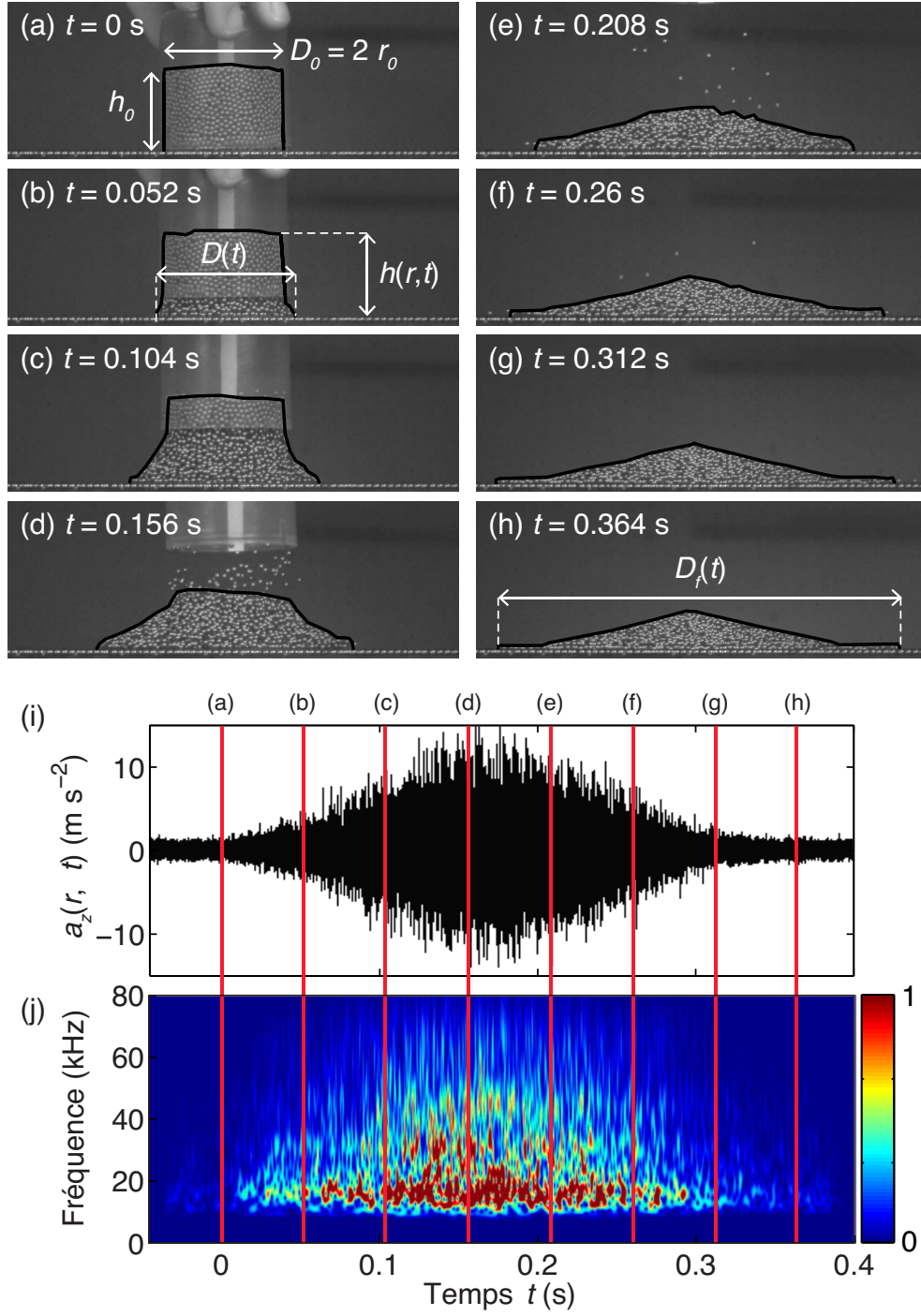


FIGURE 95 : (a) à (h) Images successives de l'écoulement sur la plaque de PMMA rugueuse d'une colonne granulaire de masse $M = 189$ g, de hauteur initiale $h_0 = 3$ cm, de diamètre initial $D_0 = 5$ cm et de rapport d'aspect $a = 0.6$, constituée de billes d'acier de 1.58 mm de diamètre. La colonne granulaire est initialement contenue dans un cylindre (a) et s'effondre lorsque que le cylindre est retiré (b) à (h). L'étendue $D(t)$ et le profil d'épaisseur $h(r, t)$ de la colonne sont mesurés au cours du temps à partir des vidéos. (i) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration générée par l'effondrement de la colonne. (j) Spectrogramme du signal (échelle d'énergie normalisée). Les lignes rouges indiquent les instants des images.

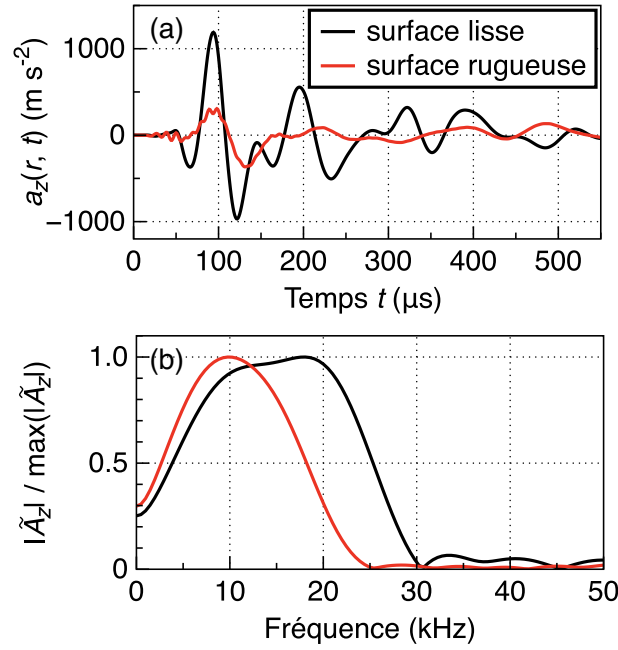


FIGURE 96 : (a) Accélération de la vibration $a_z(r, t)$ et (b) Module normalisé du spectre de fréquences $\tilde{A}_z(r, f)$ à $r = 10$ cm de l'impact d'une bille d'acier de diamètre $d = 5$ mm lâchée de $H = 15$ cm sur la surface lisse d'une plaque de PMMA (ligne noire) et sur la même plaque sur laquelle une couche de billes d'acier de diamètre $d = 2$ mm a été collée (ligne rouge).

3. Estimation des paramètres dynamiques et sismiques

Au cours de ces expériences, nous allons comparer les caractéristiques des écoulements granulaires à celles du signal sismique émis. Nous allons maintenant voir quels sont les paramètres pertinents et comment les quantifier.

3.1. Paramètres dynamiques

Les paramètres dynamiques mesurés au cours de l'étalement granulaire sont (Figures 94a-h et 95a-h) :

- l'étendue $D(t)$ de l'écoulement et la vitesse du front $v_f(t) = \frac{dD(t)}{dt}$,
- la durée t_f de l'écoulement granulaire et l'étendue $D_f = D(t_f)$ du dépôt. Il est difficile d'estimer précisément ces paramètres pour les étalements granulaires sur une plaque lisse – ou à fortes pentes sur une plaque rugueuse – car des billes se détachent du reste de la masse granulaire à la fin de l'écoulement et rebondissent ou roulent jusqu'à sortir de la plaque (Figure 93c).
- le profil d'épaisseur $h(r, t)$ de l'écoulement et la vitesse d'aplatissement de la colonne granulaire $\frac{dh_{max}}{dt}$, où $h_{max} = \max(h(r, t))$.
- l'énergie potentielle $E_p(t)$ et la perte totale d'énergie potentielle ΔE_p par l'écoulement granulaire de son initiation jusqu'à son dépôt.

3.1.1. Energie potentielle perdue

L'énergie potentielle $E_p(t)$ d'un écoulement granulaire à l'instant t s'obtient en intégrant l'énergie potentielle par unité de volume $\rho g z$ sur le volume de l'écoulement, où g est l'accélération de la gravité et z est l'altitude. Nous supposons pour le calcul que la densité moyenne ρ de la colonne granulaire est constante pendant l'étalement. Comme les étalements de colonnes à l'horizontale sont axisymétriques, nous intégrons $\rho g z$ en coordonnées cylindriques (r, ϕ, z) :

$$E_p(t) = \int_0^{D(t)/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{h(r,t)} \rho g z r dr d\phi dz, \quad (151)$$

$$= \pi \rho g \int_0^{D(t)/2} (h(r,t))^2 r dr. \quad (152)$$

À l'instant initial, l'épaisseur de la colonne est constante, $h(r,t) = h_0$, donc :

$$E_p(0) = \frac{1}{2} M g h_0, \quad (153)$$

car $M = \rho \pi (D_0/2)^2 h_0$. Cela revient à considérer l'énergie potentielle d'une particule de masse M au centre de masse de la colonne.

L'énergie potentielle perdue par l'écoulement à l'instant t est alors donnée par :

$$\Delta E_p(t) = \frac{1}{2} M g h_0 - E_p(t), \quad (154)$$

et l'énergie potentielle totale perdue de l'initiation au dépôt est :

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} M g h_0 - E_p(t_f), \quad (155)$$

où t_f est l'instant d'arrêt de la masse.

Le calcul de l'énergie potentielle pour les écoulements non axisymétriques sur une pente est bien plus complexe. Nous ne nous intéresserons pas à l'énergie potentielle de ces écoulements ici.

3.2. Paramètres sismiques

Nos expériences montrent que les signaux sismiques générés par les effondrements de colonnes granulaires et leurs spectrogrammes associés sont semblables à ceux observés pour des glissements de terrain naturels, avec un début émergent et une forme allongée [Schneider et al., 2010; Dammeier et al., 2011; Hibert et al., 2011; Moretti et al., 2012; Hibert et al., 2014b] (Figures 94i, 94j, 95i et 95j). Remarquons que lorsque l'étalement de la colonne granulaire est terminé sur la plaque lisse (à $t \simeq 0.18$ s, Figures 94), du signal est généré par des impacts et le roulement de billes individuelles jusqu'à ce qu'elles sortent de la plaque. Les impacts et le roulement des billes émettent des vibrations de moins forte amplitude que l'étalement de la masse (entre $t = 0$ et $t \approx 0.18$ s).

Pour caractériser les signaux émis par les étalements de colonnes, nous définissons les paramètres suivants (Figure 97) :

- la durée t_s du signal,
- l'enveloppe de Hilbert du signal, notée $Env(t)$,

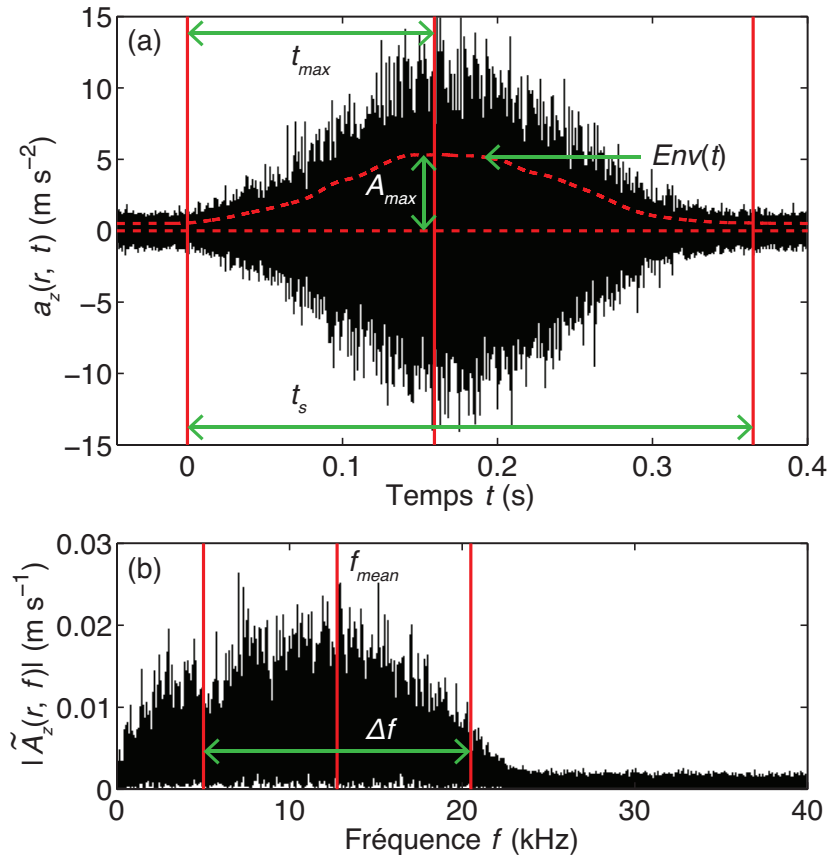


FIGURE 97 : Représentation des paramètres sismiques mesurés (voir texte). (a) Signal sismique $a_z(r, t)$. (b) Module du spectre de fréquences $\tilde{A}_z(r, f)$.

- l'amplitude maximale A_{max} de l'enveloppe,
- la durée t_{max} pour atteindre le maximum A_{max} ,
- la fréquence moyenne

$$f_{mean} = \frac{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}_z(r, f)| f df}{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}_z(r, f)| df}, \quad (156)$$

où $|\tilde{A}_z(r, f)|$ est le module de la transformée de Fourier temporelle du signal d'accélération $a_z(r, t)$,

- la largeur de bande

$$\Delta f = 2 \sqrt{\frac{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}_z(r, f)| f^2 df}{\int_0^{+\infty} |\tilde{A}_z(r, f)| df} - f_{mean}^2}, \quad (157)$$

- l'énergie W_{el} rayonnée sous forme d'ondes élastiques.

3.2.1. Énergie élastique rayonnée

Pour estimer l'énergie élastique W_{el} rayonnée lors d'un impact individuel, nous nous basions soit sur l'onde directe émise entre l'impact et le capteur soit sur le champ d'ondes devenu équité-réparti dans la structure impactée à cause des nombreuses réflexions d'ondes sur les parois latérales (voir le chapitre 3).

Dans le cas d'un étalement granulaire, il n'est pas possible de discerner la première arrivée d'ondes de ses réflexions sur les parois latérales de la plaque. En effet, le temps caractéristique τ pour qu'une onde soit réverbérée de nombreuses fois dans la plaque est bien inférieur à la durée de l'étalement. En revanche, nous pouvons tirer parti du champ d'ondes diffus établi dans la plaque lors de l'étalement de la masse. La présence du champ diffus se vérifie aisément. En effet, à un instant donné, l'amplitude moyenne de l'enveloppe du signal est identique en tout point de la plaque (Figure 98).

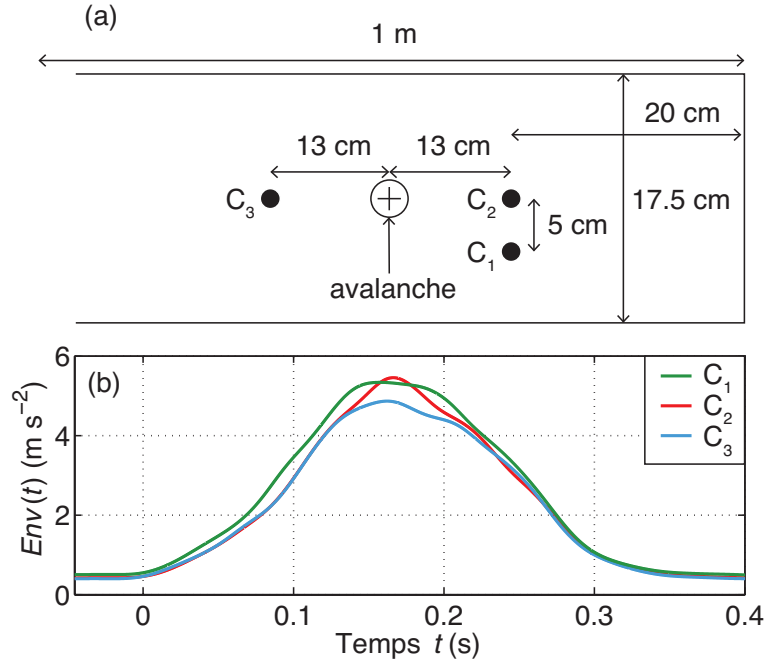


FIGURE 98 : (a) Dispositif expérimental pour les expériences d'étalements granulaires sur la plaque rugueuse avec la position des accéléromètres C_1 , C_2 and C_3 . (b) L'amplitude de l'enveloppe du signal ne dépend pas de la position de la mesure, ce qui montre que le champ d'ondes est diffus dans la plaque.

Pour quantifier l'énergie élastique rayonnée lors de l'étalement, nous devons faire l'hypothèse (forte) que le signal de l'étalement est composé d'un très grand nombre d'impulsions décorréliées les unes des autres, générées par les impacts individuels des billes qui constituent l'écoulement. La durée caractéristique du signal émis par un impact est de l'ordre du temps caractéristique τ de l'atténuation de l'énergie dans la plaque. Les impulsions générées par les rebonds successifs d'une seule bille sont décorréliées car la durée entre deux rebonds (quelques dizaines de ms) est bien supérieure à la durée τ du signal émis par un impact (voir par exemple la Figure 66a, p.141 du chapitre 3). De plus, il y a peu d'impacts sur la surface dans la colonne granulaire pendant la durée τ^1 . Nous pouvons supposer que ces impacts sont décorréliés et que les énergies rayonnées par ces impacts se somment.

¹Un calcul simple permet d'estimer grossièrement le nombre d'impacts pendant la durée caractéristique τ . Dans les expériences, le diamètre moyen de la colonne granulaire est $r_0 = 15$ mm et le rayon des billes est en moyenne $R = 1$ mm. Le nombre approximatif de billes dans une section horizontale de la colonne est donc de $r_0^2/R^2 \approx 230$ billes. En supposant que la colonne s'effondre avec une vitesse verticale $\frac{dh_{max}}{dt} = 200$ mm s^{-1} sans s'élargir, il y a, en une seconde, $200/2 = 100$ couches de billes qui entrent en collision avec la surface, soit $100 \times 230 = 23000$ impacts de billes. Pour le PMMA, $\tau \approx 2.10^{-4}$ s pour la fréquence moyenne du signal, $f_{mean} \approx 20$ kHz (voir Figure 95j et Tableau 5, p.89). Pendant la durée τ , il y a donc environ $23000 \times 2.10^{-4} \approx 5$ impacts.

En champ diffus, nous avons montré précédemment que l'énergie élastique rayonnée par un impact i est (voir section 2.1.3, p.100) :

$$W_i \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_{\text{diffuse}}^2 \right) \rho_p V \overline{v_{zi}^2}, \quad (158)$$

où $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_{\text{diffuse}} = 0$ pour un impact sur une plaque et $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_{\text{diffuse}} \approx 1.245 + 0.348\nu$ pour un impact sur un bloc [Sánchez-Sesma et al., 2011]. ρ_p est la densité du support et V est son volume. $\overline{v_{zi}^2}$ est la vitesse de vibration du support à l'instant de l'impact, qu'il est possible d'extrapoler en mesurant le temps caractéristique τ .

Pour estimer l'énergie élastique W_{el} rayonnée par un étalement de colonne granulaire, il faut alors sommer les énergies W_i rayonnées par tous les impacts individuels sur la durée t_s du signal. Nous pouvons montrer que (voir Annexe F) :

$$W_{el} \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}} \right)_{\text{diffuse}}^2 \right) \frac{\rho_p V}{\tau} \int_0^{t_s} v_z(t)^2 dt, \quad (159)$$

où $v_z(t)$ est la vitesse de vibration émise par l'étalement de colonne. Diviser par le temps caractéristique τ permet de s'affranchir de la contribution des réflexions des ondes sur les parois latérales dans la valeur de l'énergie rayonnée. Ce temps dépend de la fréquence f du signal (Tableau 5, p.89). Nous prendrons pour les calculs la valeur de τ qui correspond à la fréquence moyenne du signal émis, i.e, $\tau \approx 2.10^{-4}$ s pour le PMMA et $\tau \approx 4.10^{-3}$ s pour le verre.

4. Résultats expérimentaux

4.1. Lien entre la dynamique et le signal sismique généré

Dans cette section, nous comparons la vitesse du front, la vitesse d'aplatissement, l'énergie potentielle perdue et la quantité de mouvement de l'écoulement granulaire à l'amplitude de l'enveloppe du signal généré et à l'énergie élastique rayonnée (Figures 99 et 100).

4.1.1. Étalements de colonnes granulaires à l'horizontale

À l'horizontale, l'amplitude du signal généré par un étalement de colonne granulaire est directement reliée à la vitesse du front de l'écoulement (Figures 99a et 99b). En effet, le profil temporel de vitesse $v_f(t)$ se superpose à l'enveloppe $Env(t)$ du signal (Figure 99b).

Lorsque la vitesse du front de l'écoulement décroît, l'amplitude de l'enveloppe décroît et la durée t_f de l'étalement correspond à la durée t_s du signal (Figure 99b). La durée t_{acc} de la phase d'accélération est très proche en moyenne de la durée t_{max} pour atteindre le maximum d'amplitude de l'enveloppe, pour des écoulements granulaires de masse M entre 11 g et 300 g et de rapport d'aspect a entre 0.3 et 1.37 sur les plaques lisse et rugueuse (Figure 99e). Il est donc possible, pour des écoulements granulaires à l'horizontale, d'identifier les phases d'accélération et de décélération du front de l'étalement à partir du signal sismique émis.

L'énergie élastique $W_{el}(t)$ rayonnée cumulée au cours de l'écoulement suit un profil similaire à celui de l'énergie potentielle perdue $\Delta E_p(t)$ (Figure 99c). Le taux de perte d'énergie potentielle et sous forme d'ondes élastiques est maximal, i.e. les dérivées temporelles de $\Delta E_p(t)$ et $W_{el}(t)$ sont

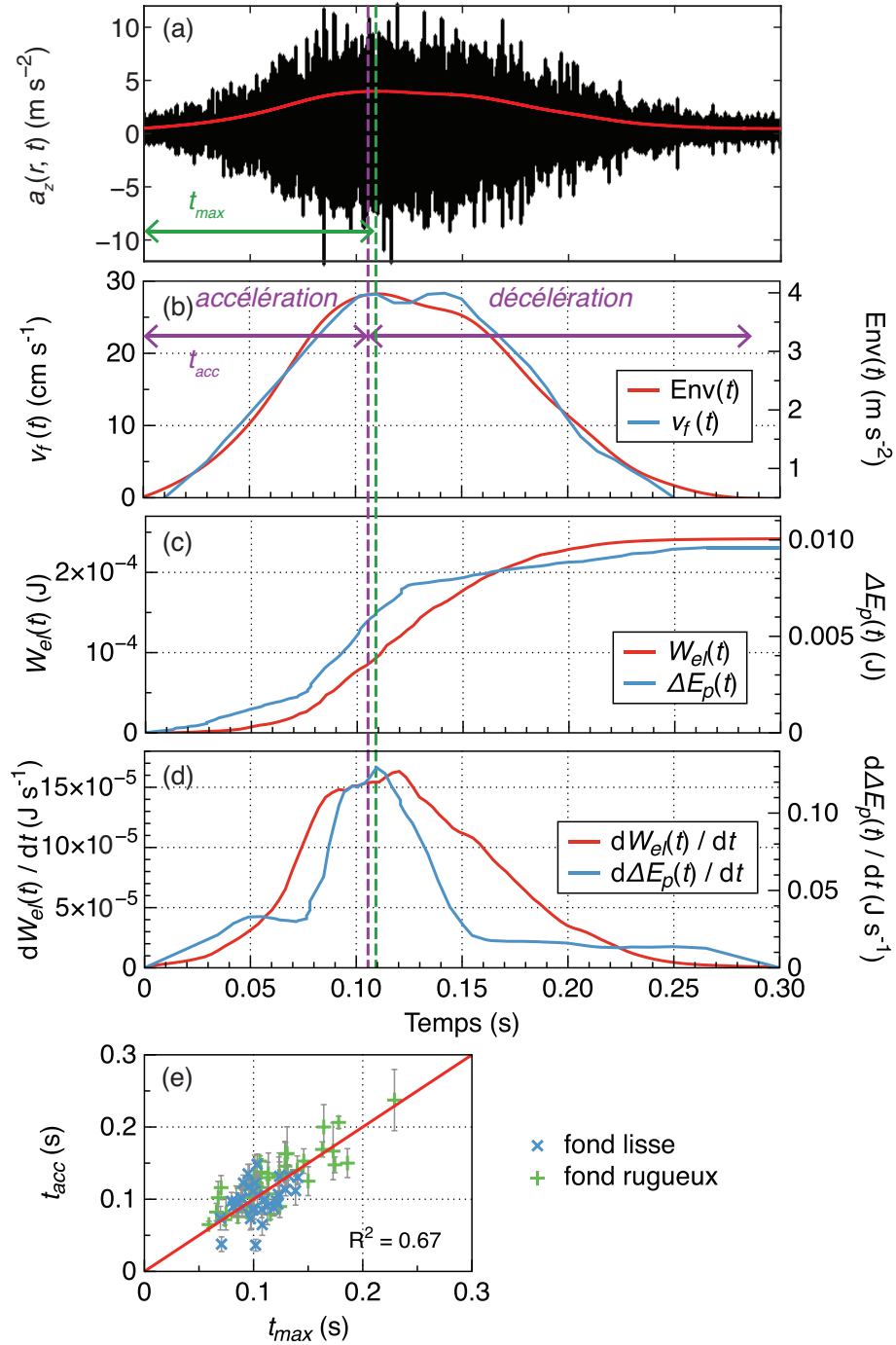


FIGURE 99 : (a) Accélération $a_z(r, t)$ de la vibration générée par l'étalement sur la plaque de PMMA rugueuse d'une colonne granulaire de masse $M = 70$ g, de hauteur initiale $h_0 = 2.2$ cm, d'étendue initiale $D_0 = 2.95$ cm et de rapport d'aspect initial $a = 0.74$, constituée de billes de diamètre $d = 2$ mm. La ligne rouge est l'enveloppe de Hilbert du signal. (b) Vitesse $v_f(t)$ du front de l'écoulement granulaire, superposé à l'enveloppe $Env(t)$ du signal de (a). (c) Énergie élastique rayonnée cumulée $W_{el}(t)$ et énergie potentielle perdue $\Delta E_p(t)$ en fonction du temps t pendant l'étalement. (d) Dérivées temporelles de $W_{el}(t)$ et de $\Delta E_p(t)$. (e) Durée t_{acc} de l'accélération du front de l'écoulement en fonction de la durée t_{max} pour atteindre le maximum de l'enveloppe pour des étalements de colonnes granulaires de masses M et de rapport d'aspect a différents sur les plaques lisse et rugueuse. La ligne rouge correspond à l'égalité entre les durées.

maximales, lorsque le front de l'écoulement atteint sa vitesse maximale (voir les tirets verticaux sur les Figures 99b et 99d).

L'amplitude maximale A_{max} de l'enveloppe du signal généré par les écoulements granulaires varie en loi de puissance du maximum de la quantité de mouvement horizontale $|p_{max}| = Mv_{fmax}$ avec un exposant ≈ 0.46 (Figure 100a). v_{fmax} est la vitesse maximale du front de l'écoulement granulaire. L'énergie élastique rayonnée W_{el} étant proportionnelle au carré de l'amplitude du signal, nous obtenons $W_{el} \propto |p_{max}|$ (Figure 100b). Le signal sismique peut donc fournir des informations quantitatives sur la quantité de mouvement du front d'un écoulement granulaire à l'horizontale.

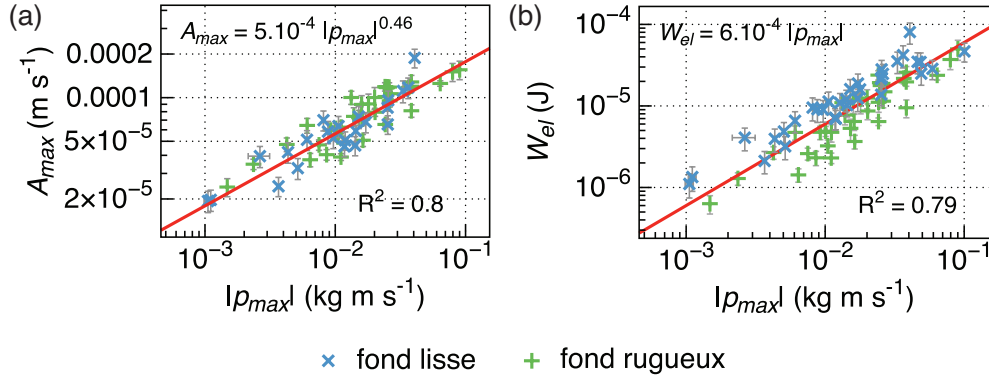


FIGURE 100 : (a) Amplitude maximale A_{max} de l'enveloppe du signal de vitesse de vibration $v_z(r,t)$ et (b) énergie élastique rayonnée W_{el} en fonction du maximum de quantité de mouvement horizontale $|p_{max}| = Mv_{fmax}(t)$ du front de l'écoulement granulaire pour des étalements de colonnes granulaires de masses M et de rapport d'aspect a différents sur les plaques lisse et rugueuse à l'horizontale. Les lignes rouges sont les ajustements aux données indiqués en haut à gauche des figures. Les coefficients de détermination R^2 des ajustements sont indiqués.

4.1.2. Écoulements granulaires sur plan incliné

Au début de l'accélération ($t < 0.1$ s), la vitesse $v_f(t)$ du front, la vitesse $\frac{dh_{max}}{dt}$ de décroissance de l'épaisseur maximale de la colonne et l'enveloppe $Env(t)$ du signal restent inchangées lorsque l'angle de pente θ augmente (Figure 101). De plus, l'accélération initiale du front de l'écoulement est environ égale à 300 cm s^{-2} , indépendamment de l'angle de la pente θ (Figure 101b). Cela peut s'expliquer par le fait que l'écoulement est alors gouverné par le gradient d'épaisseur de la masse, qui est indépendant de l'angle de la pente θ [voir l'équation (2) de Mangeney-Castelnau, 2003].

La vitesse maximale du front de l'écoulement augmente lorsque l'angle de la pente θ augmente (Figure 101a). En revanche, la vitesse maximale d'aplatissement de l'écoulement et l'amplitude maximale de l'enveloppe restent constantes (Figures 101c et 101d). De plus, le maximum d'amplitude de l'enveloppe du signal est atteint au même instant que le maximum de la vitesse d'aplatissement $\frac{dh_{max}}{dt}$ (pour $t \approx 0.15$ s). La vitesse maximale du front est atteinte un peu plus tard lorsque l'angle de pente θ augmente (Figure 101a). Lorsque l'angle de la pente θ augmente, la durée t_{acc} de l'accélération du front n'est donc plus égale à la durée t_{max} pour atteindre le maximum de l'enveloppe, contrairement à ce qui avait été observé à l'horizontale (Figure 99e). Ces observations suggèrent que l'amplitude maximale de l'enveloppe du signal est contrôlée par le mouvement de la masse dans la direction perpendiculaire à la pente (vers le bas) plutôt que dans la direction de la pente.

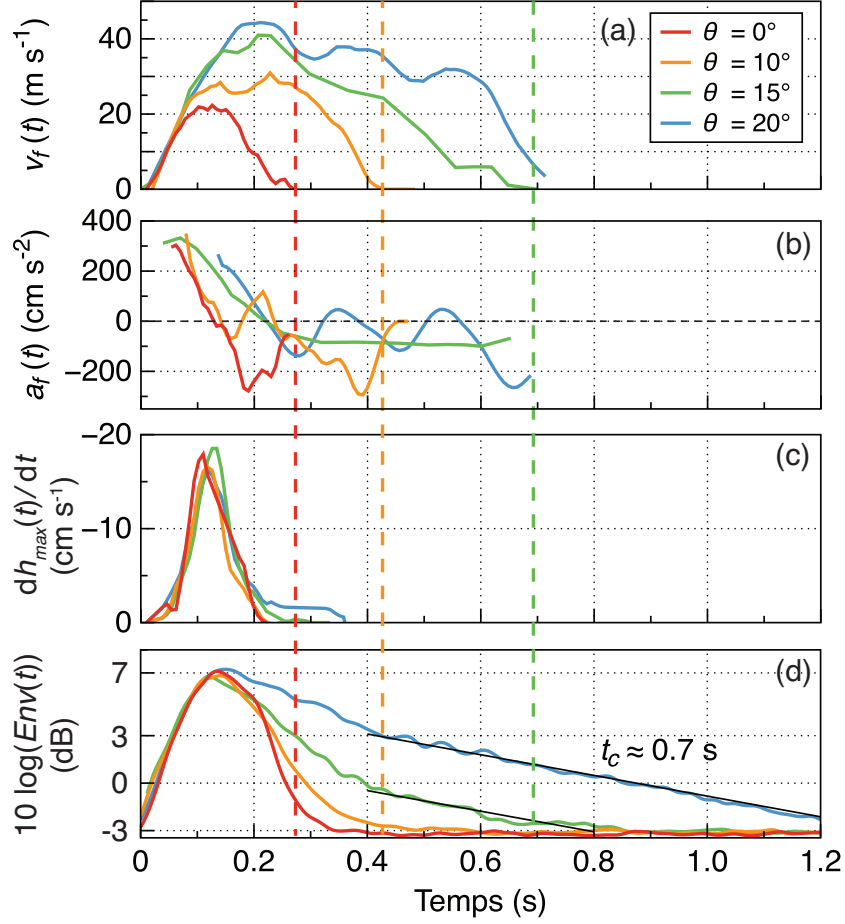


FIGURE 101 : (a) Vitesse $v_f(t)$ du front de l'écoulement d'une colonne granulaire de masse $M = 77$ g, de hauteur initiale $h_0 = 2.36$ cm, d'étendue initiale $D_0 = 2.95$ cm et de rapport d'aspect initial $a = 0.8$, constituée de billes de diamètre $d = 2$ mm sur la plaque rugueuse inclinée à différents angles de pente θ . (b) Accélération $a_f(t) = dv_f(t)/dt$ du front des écoulements de (a). (c) Vitesse de décroissance de la hauteur maximale $h_{max}(t)$, ou "vitesse d'aplatissement", des écoulements de (a). (d) Enveloppe $Env(t)$ du signal d'accélération $a_z(r,t)$ généré par les écoulements granulaires (échelle semi-log). Les lignes noires sur (d) sont des ajustements pour $\theta = 15^\circ$ et $\theta = 20^\circ$ de l'amplitude de l'enveloppe à la fin de la décélération avec une fonction exponentielle décroissante de temps caractéristique $t_c \approx 0.7$ s. Les tirets verticaux indiquent l'instant d'arrêt du mouvement de la masse granulaire pour $\theta = 0^\circ$, 10° et 15° . À $\theta = 20^\circ$, la position du front n'est pas discernable après $t = 0.7$ s.

À la fin de la décélération du front d'un écoulement, le mouvement de la masse granulaire dans la direction de la plaque est quasiment nul (Figures 101a à 101c). Le mouvement est majoritairement dans la direction de la pente, et ce d'autant plus que l'angle de la pente θ augmente. Par conséquent, seul le mouvement dans la direction de la pente contribue au signal sismique à la fin de la propagation (Figures 101a et 101d).

À l'horizontale, le profil de vitesse $v_f(t)$ du front de l'écoulement et l'enveloppe $Env(t)$ du signal sont symétriques par rapport à leur maximum et ont une forme similaire (Figures 99b, 101a et 101d). Cependant, ces profils perdent leur symétrie et s'allongent significativement pendant la phase de décélération du front lorsque l'angle de la pente θ augmente. À fortes pentes, pour $\theta = 15^\circ$ et $\theta = 20^\circ$, la forme de l'enveloppe du signal change et son amplitude décroît exponentiellement avec un temps caractéristique $t_c \approx 0.7$ s à la fin de la décélération (Figure 101d). Ce changement de la forme de l'enveloppe pourrait être lié au développement d'une phase de propagation lente à la fin de la décélération. La phase de propagation lente apparaît au-delà d'un angle de pente critique, entre 10° et 16° , et augmente significativement la durée de l'écoulement (voir la Figure 13c du chapitre 2). Cependant, l'apparition de la phase de propagation lente est difficile à identifier dans les profils de vitesse de la Figure 101a car la position du front de l'écoulement n'est pas clairement définie pendant cette phase. En effet, sur une pente raide, l'écoulement est très étalé à la fin de la propagation et son front n'est pas cohérent (Figure 102a). Le front de l'écoulement n'est alors composé que de quelques billes qui rebondissent le long de la pente à une vitesse plus importante que celle de l'arrière de la masse (Figure 102b). Pour vérifier si la décroissance exponentielle de l'amplitude de l'enveloppe du signal est vraiment liée au développement d'une phase de propagation lente, il faudrait réaliser des étalements de colonnes granulaires de plus grand volume, comme au chapitre 2. La position du front de l'écoulement sera alors plus facile à déterminer.

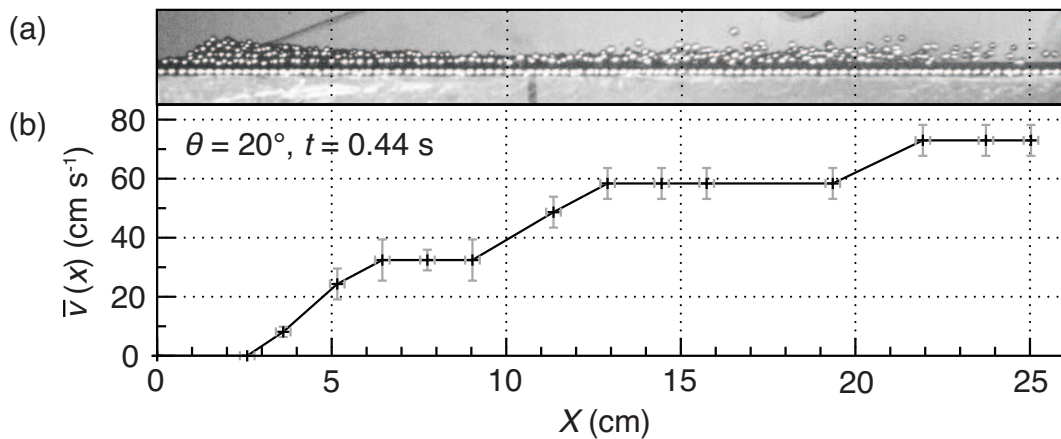


FIGURE 102 : (a) Image pendant la décélération, à l'instant $t = 0.44$ s, de l'écoulement granulaire de masse $M = 77$ g et de rapport d'aspect initial $a = 0.8$ sur la plaque rugueuse inclinée à $\theta = 20^\circ$. (b) Vitesse moyennée sur l'épaisseur $\bar{v}(X)$ le long de cet écoulement.

Pour résumer :

- La durée du signal sismique est égale à la durée de l'écoulement granulaire ;
- Pour les étalements de colonnes granulaires à l'horizontale, la durée pour atteindre le maximum d'amplitude de l'enveloppe du signal correspond en moyenne à la durée de l'accélération de l'écoulement. Cela n'est plus vrai lorsque l'angle de la pente augmente.
- L'amplitude maximale de l'enveloppe du signal généré par un écoulement granulaire dépend la vitesse d'aplatissement de la colonne dans la direction normale à la pente ;

- À fortes pentes, une phase de décroissance exponentielle de l'amplitude de enveloppe du signal apparaît à la fin de la décélération. Cela suggère que la dynamique de l'écoulement granulaire change. Il est possible que ce changement soit lié au développement d'une phase de propagation lente.

4.2. Lois d'échelle

4.2.1. Étalements granulaires à l'horizontale

Dans cette section, nous cherchons à établir des relations empiriques entre les caractéristiques du signal sismique généré par des écoulements granulaires sur la plaque rugueuse et les conditions initiales de l'expérience (diamètre d des grains, masse M , rapport d'aspect initial a et angle de pente θ). Nous préférons ne pas considérer ici les données d'étalements granulaires relâchés par un aimant. En effet, l'aimantation rémanente des billes semble jouer un rôle important sur l'étalement et il est difficile de quantifier l'influence de cette aimantation sur les lois d'échelle.

L'énergie élastique rayonnée W_{el} , le rapport de cette énergie sur l'énergie potentielle ΔE_p perdue de l'initiation au dépôt, la fréquence moyenne f_{mean} et la largeur de bande Δf sont ajustés par des lois de puissance dans les Figures 103 et 104. Les paramètres et les coefficients de détermination R^2 de ces ajustements sont précisés dans le Tableau 15. Le coefficient de détermination R^2 détermine à quel point l'ajustement est adapté pour décrire la distribution des données et vaut 1 si l'ajustement est parfait. Les barres d'erreurs dans les Figures 103 et 104 représentent ± 1 écart-type sur 4 expériences identiques.

TABLE 15 : Lois de puissance $Y = cX^b$ ajustées aux données des Figures 103 et 104. R^2 est le coefficient de détermination moyen de ces ajustements.

Y	X	c	b	R^2
W_{el}	d	$4.10^{-7} \pm 2.4.10^{-7}$	3.13 ± 0.13	0.99
	M	$-1.7.10^{-8} + 3.4.10^{-8}a$	1.03 ± 0.08	0.99
	a	$-1.34.10^{-7} + 1.55.10^{-5}M(\text{kg})$	1.14 ± 0.10	0.96
$W_{el}/\Delta E_p$	d	$1.57.10^{-5} \pm 0.33.10^{-5}$	3.22 ± 0.12	0.95
	M	$6.67.10^{-4} \pm 1.65.10^{-4}$	-0.40 ± 0.06	0.86
	a	$1.14.10^{-4} \pm 0.07.10^{-4}$	-0.015 ± 0.240	0.32
f_{mean}	d	23.9 ± 0.8	-0.30 ± 0.05	0.94
	M	$40.5 - 15.7a$	$-0.14 + 0.1a$	0.88
	a	20.7 ± 0.7	-0.085 ± 0.013	0.88
Δf	d	40 ± 1.3	-0.13 ± 0.04	0.88
	M	48.4 ± 1.4	-0.046 ± 0.004	0.92
	a	38.5 ± 1.3	-0.054 ± 0.015	0.84

L'énergie élastique rayonnée W_{el} semble être proportionnelle à la masse M de l'écoulement granulaire (Figure 103b et Tableau 15). Sachant que M est égale au produit de la masse m d'une bille par le nombre de billes dans l'écoulement et que $m \propto d^3$, la masse totale M est proportionnelle à d^3 . La dépendance de l'énergie W_{el} en d^3 est donc logique (Figure 103a et Tableau 15). Notons que cette dépendance est différente que pour un impact individuel sur une plaque, où $W_{el} \propto d^5$ (voir le Tableau 8, p.135 du chapitre 3). Cela suggère que la génération d'ondes par un écoulement granulaire est plus complexe que la somme des contributions d'impacts individuels.

Le rapport de l'énergie élastique rayonnée W_{el} sur l'énergie potentielle perdue ΔE_p varie entre 10^{-5} et 10^{-3} , ce qui est en accord avec les observations d'éboulements de Hibert et al. [2011]

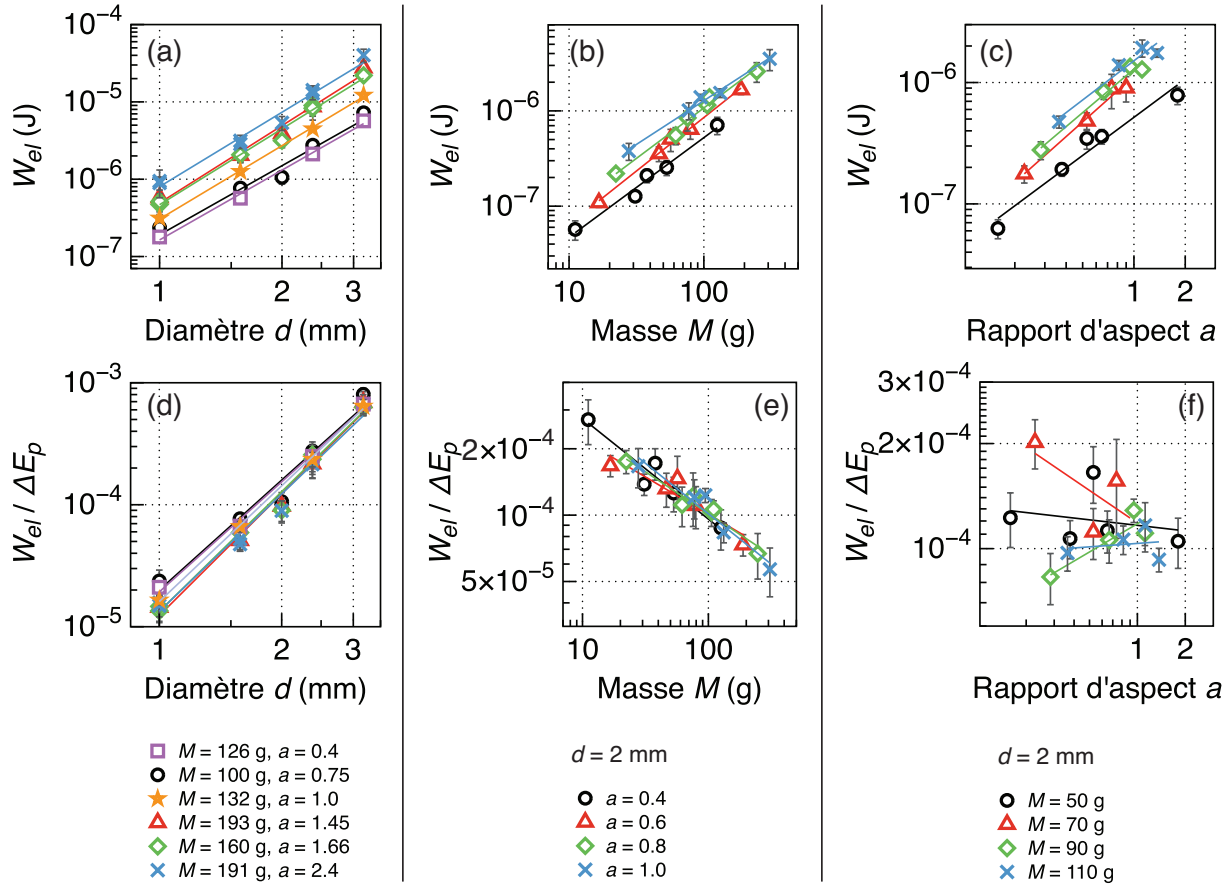


FIGURE 103 : (a), (b), (c) Énergie élastique rayonnée W_{el} et (d), (e), (f) rapport de l'énergie élastique rayonnée W_{el} sur l'énergie potentielle totale perdue ΔE_p pour un étalement de colonne à l'horizontale en fonction (a) et (d) du diamètre d des billes dans la colonne granulaire pour différentes masses M et rapports d'aspects a , (b) et (e) de la masse totale M de la colonne pour $d = 2$ mm et différents a et (c) et (f) du rapport d'aspect initial a de la colonne pour $d = 2$ mm et différents M .

dans le cratère Dolomieu à la Réunion. Ce rapport semble très faiblement dépendant du rapport d'aspect initial a de la colonne granulaire (Figure 103f). En revanche, il dépend fortement du diamètre d des billes qui constituent l'écoulement (à l'exposant 3.3, Figure 103d) et dans une moindre mesure de la masse M (à l'exposant -0.4 , Figure 103e). La forte dispersion du rapport $W_{el}/\Delta E_c$ dans les observations de terrain peut donc être en partie expliquée par une dispersion dans la taille des blocs dans l'écoulement ou dans les volumes impliqués. En effet, les rapports $W_{el}/\Delta E_c$ calculés par Lévy et al. [2015] pour les avalanches de débris et les écoulements pyroclastiques de volume entre 500 m^3 et 10^6 m^3 à la Soufrière Hills de Montserrat sont plus faibles ($W_{el}/\Delta E_c \approx 10^{-5}$) que ceux mesurés par Hibert et al. [2011] ($W_{el}/\Delta E_c \approx 5 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-3}$) pour des éboulements de plus petit volume en moyenne, entre 1 m^3 et $60 \cdot 10^3 \text{ m}^3$. Ces observations sont en accord avec nos résultats expérimentaux.

Comme pour l'énergie élastique W_{el} rayonnée, la fréquence moyenne f_{mean} et la largeur de bande Δf sont plus sensibles au diamètre d des billes qu'à la masse totale M ou qu'au rapport d'aspect a de la colonne granulaire (Figure 104 et Tableau 15). Pour un impact individuel, le modèle de Hertz [1882] montrait que les fréquences sont inversement proportionnelles à la durée de l'impact T_c , qui est elle-même proportionnelle au diamètre d de l'impacteur (ou à sa masse m à l'exposant $1/3$, voir l'équation 101 et le Tableau 7 du chapitre 3). Par conséquent, dans le cas d'un impact, les fréquences varient comme d^{-1} (ou comme $m^{-1/3}$). Cela peut expliquer la diminution des fréquences avec le diamètre d et la masse M dans un écoulement granulaire,

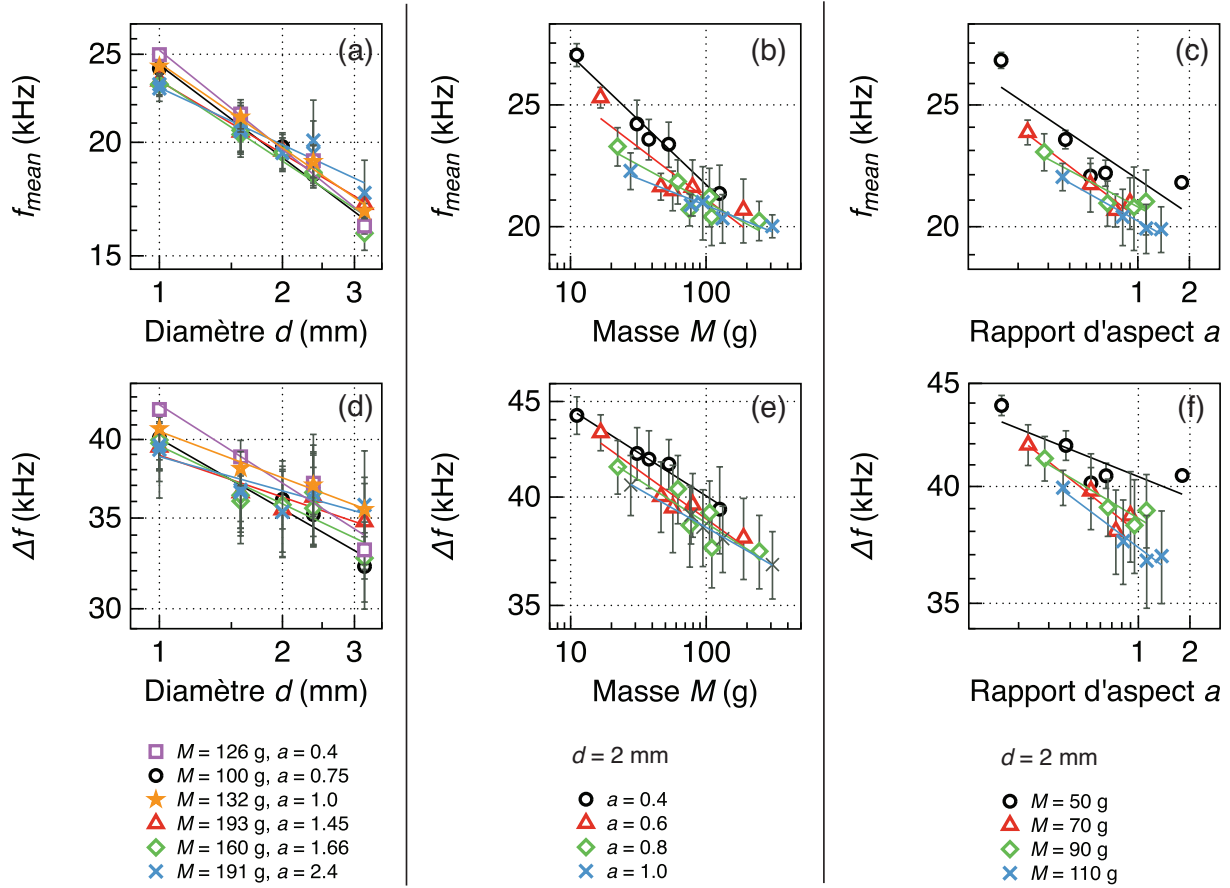


FIGURE 104 : (a), (b), (c) Fréquence moyenne f_{mean} et (d), (e), (f) largeur de bande Δf du signal généré par un étalement de colonne à l'horizontale en fonction (a) et (d) du diamètre d des billes dans la colonne granulaire pour différentes masses M et rapports d'aspects a , (b) et (e) de la masse totale M de la colonne pour $d = 2$ mm et différents a et (c) et (f) du rapport d'aspect initial a de la colonne pour $d = 2$ mm et différents M .

même si la dépendance est moindre dans ce cas que pour un impact individuel (Figures 104a, 104b, 104d et 104e et Tableau 15). Remarquons que la dépendance de la fréquence moyenne f_{mean} à la masse M est plus forte lorsque le rapport d'aspect a diminue (Figure 104b et Tableau 15).

4.2.2. Influence de l'angle de pente

Les exposants des lois d'échelle pour l'énergie élastique rayonnée W_{el} et les fréquences en fonction de la masse M ne semblent pas dépendre de l'angle de pente θ (Figures 105a et 105c). En revanche, la dépendance de ces variables au rapport d'aspect a est moins forte lorsque l'angle de pente θ augmente (Figures 105b et 105d).

Il est intéressant de remarquer que l'énergie élastique rayonnée W_{el} ne dépend pas de la pente lorsque l'angle de pente θ est inférieur à 10° (Figures 105a et 105c). En revanche, elle augmente significativement lorsque l'angle de pente θ se rapproche de l'angle de friction statique δ du matériau granulaire, formé par une pile de ce matériau au repos. Pour les billes d'acier de diamètre $d = 2$ mm, nous estimons que $\delta = 27^\circ$.

En réalité, l'énergie élastique rayonnée W_{el} dépend fortement de la durée t_f de l'écoulement, qui elle-même augmente fortement lorsque θ tend vers δ . Hibert et al. [2011] et Lévy et al.

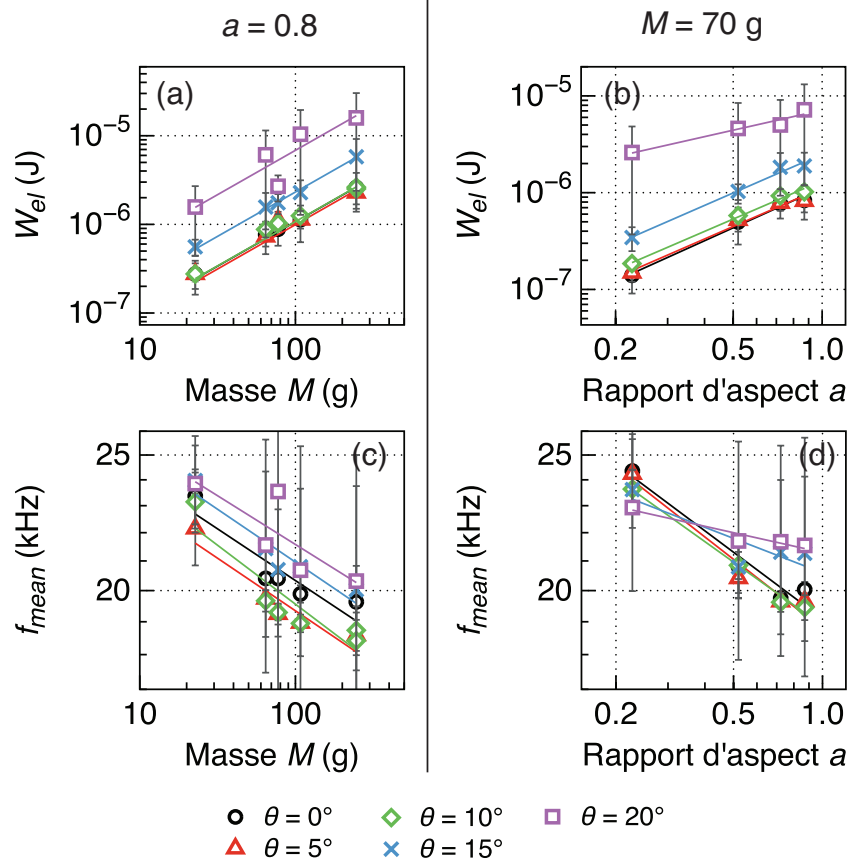


FIGURE 105 : (a), (b) Énergie élastique rayonnée W_{el} et (c), (d) fréquence moyenne f_{mean} du signal généré par un étalement de colonne sur la plaque rugueuse inclinée d'un angle de pente θ (différents symboles) en fonction (a) et (c) de la masse totale M de la colonne pour $d = 2$ mm, $a = 0.8$ et (b) et (d) du rapport d'aspect initial a de la colonne pour $d = 2$ mm et $M = 70$ g. Les barres d'erreurs sont \pm l'écart-type sur 4 expériences identiques.

[2015] ont observé une relation en loi de puissance entre l'énergie élastique W_{el} rayonnée par des éboulements et la durée t_s du signal, qui est égale à la durée t_f de l'événement. Pour les éboulements dans le cratère Dolomieu du Piton de la Fournaise, $W_{el} \propto t_s^\beta$ avec β entre 1.3 et 2 [Hibert et al., 2011]. À la Soufrière Hills de Montserrat, l'exposant β varie entre 2.3 et 2.7 [Lévy et al., 2015]. Le coefficient β dépend principalement de la topographie [Hibert et al., 2011]. Nous observons une loi de puissance de ce type dans nos expériences d'étalements de colonnes à l'horizontale (Figure 106). L'exposant β ne dépend pas beaucoup de la masse M ni du rapport d'aspect a de l'écoulement mais augmente de 3.2 à 4.6 lorsque le diamètre d des billes qui constituent l'écoulement granulaire augmente de 1 mm à 3 mm.

Mangeney et al. [2010] ont montré empiriquement que la durée t_f d'un écoulement granulaire augmente avec l'angle de pente θ comme :

$$t_f = 2\sqrt{\frac{kh_0}{g \cos \theta}} \frac{1}{\tan \delta - \tan \theta}, \quad (160)$$

où k est un coefficient égal à 0.5 et δ est l'angle de friction du matériau granulaire.

La durée t_s du signal généré par les écoulements granulaires réalisés ici suit bien la relation (160) avec $\delta = 27^\circ$ (Figures 107a et 107b). Nous devons cependant prendre k égal à 3 au lieu de 0.5 pour obtenir un meilleur accord quantitatif avec la durée prédite par l'équation (160).

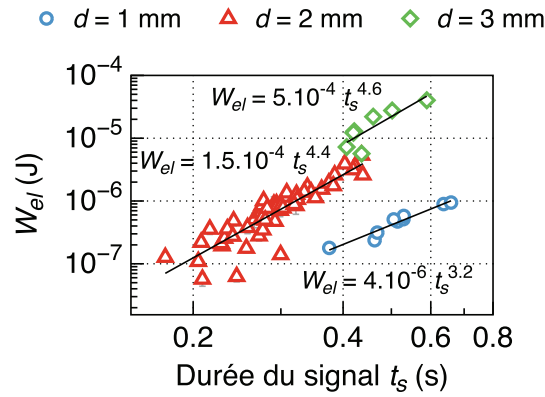


FIGURE 106 : Énergie élastique rayonnée W_{el} en fonction de la durée t_s du signal pour des étalements de colonnes granulaires de masses M et de rapport d'aspect a différents, constitués de billes de diamètre $d = 1$ mm, $d = 2$ mm et $d = 3$ mm sur la plaque rugueuse à l'horizontale. Les lignes noires sont des ajustements en loi de puissance aux données.

Nous nous attendons donc à ce que l'énergie élastique rayonnée W_{el} varie comme :

$$W_{el} = c_1 \left(2\sqrt{\frac{kh_0}{g \cos \theta}} \frac{1}{\tan \delta - \tan \theta} \right)^\beta, \quad (161)$$

avec c_1 , une constante et $\beta \approx 4.4$ si $d = 2$ mm d'après la Figure 106. Un bon accord est observé entre les données d'énergie élastique rayonnée et la relation (161) en ajoutant une constante c_2 à l'ajustement (Figures 107c et 107d). Les paramètres c_1 et c_2 utilisés pour les ajustements des Figures 107c et 107d sont donnés dans le Tableau 16. L'angle de friction δ pour lequel l'accord avec les données est le meilleur est 27° , c'est-à-dire l'angle de friction mesuré pour les billes d'acier. Ainsi, en ajustant la loi (161) à une mesure de l'énergie élastique rayonnée W_{el} pour différents angles de la pente θ , nous pouvons retrouver l'angle de friction δ du matériau granulaire.

TABLE 16 : Coefficients c_1 et c_2 de la loi de puissance $W_{el} = c_1 t_s^{4.4} + c_2$ ajustée aux données des Figures 107c et 107d. Le coefficient de détermination moyen de ces ajustements est $R^2 \approx 0.98$.

	c_1	c_2
$a = 0.8$	$3.14.10^{-6} \pm 1.4.10^{-6}$	$7.24.10^{-8} + 1.06.10^{-5} M(\text{kg})$
$M = 70\text{g}$	$2.28.10^{-6} \pm 0.7.10^{-6}$	$-1.56.10^{-7} + 1.33.10^{-6} a$

La fréquence moyenne f_{mean} du signal émis semble indépendante de l'angle de pente θ car aucune tendance d'amplitude supérieure aux barres d'erreur ne se dégage dans les données (Figures 107e et 107f).

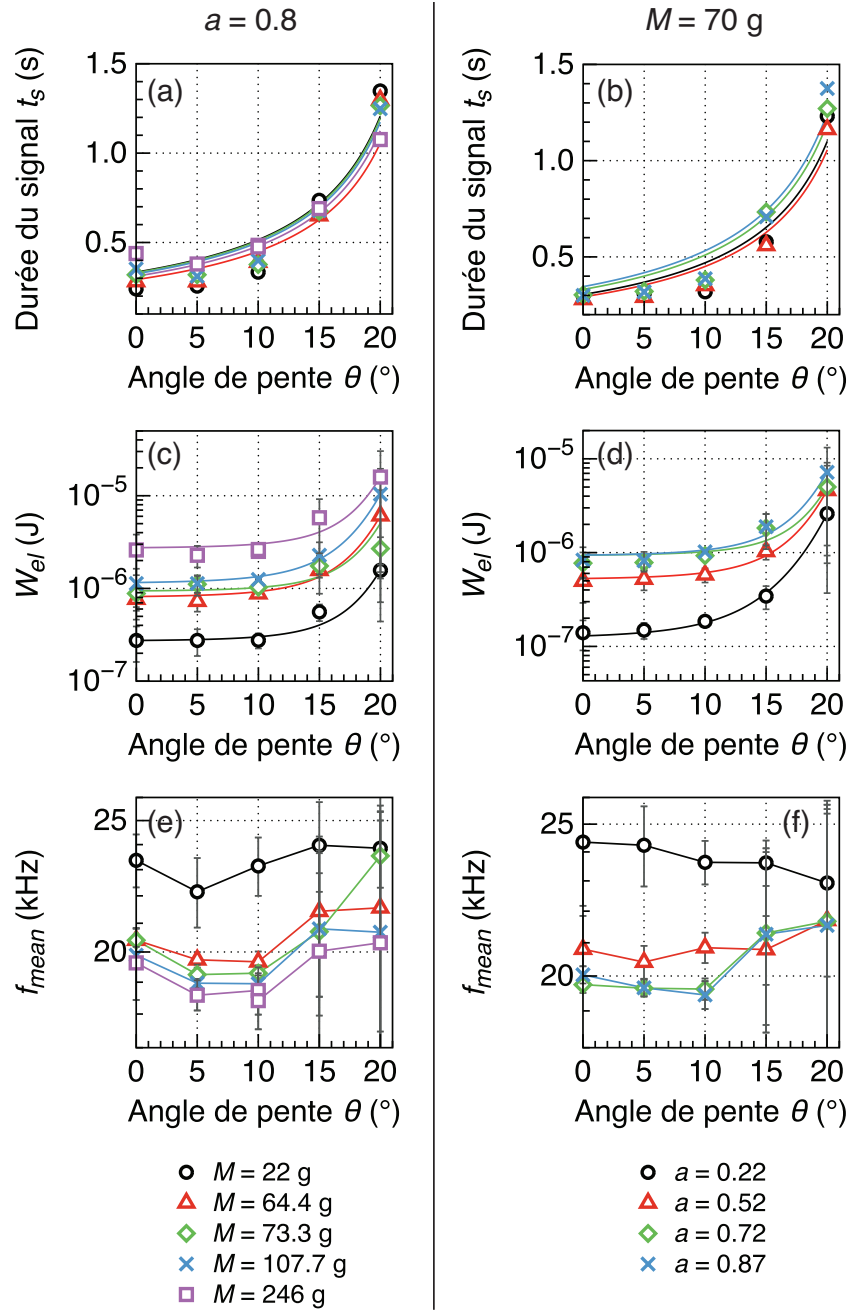


FIGURE 107 : (a), (b) Durée t_s , (c), (d) énergie élastique rayonnée W_{el} et (e), (f) fréquence moyenne f_{mean} du signal généré par un étalement de colonne granulaire sur la plaque rugueuse en fonction de l'angle de la pente θ pour (a), (c) et (e) $a = 0.8$, $d = 2$ mm et différentes masses M et pour (b), (d) et (f) $M = 70$ g, $d = 2$ mm et différents rapports d'aspect initiaux a de la colonne. Les barres d'erreurs sont \pm l'écart-type sur 4 expériences identiques. Dans les Figures (a) à (d), les données sont ajustées par les lois décrites dans le texte.

5. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons réalisé des expériences d'étalements de colonnes granulaires pour mieux comprendre le lien entre les caractéristiques d'un glissement de terrain et celles du signal sismique généré. Au cours de ces expériences, nous avons fait varier les conditions initiales : le diamètre des billes qui constituent la colonne granulaire, la masse totale et le rapport d'aspect initial (hauteur sur diamètre) de la colonne granulaire, ainsi que l'angle de la pente. Nous avons observé comment ces paramètres jouent sur l'énergie élastique rayonnée et les fréquences du signal sismique émis. Les principaux résultats sont résumés ci-dessous :

- Il est possible d'identifier les phases d'accélération et de décélération d'un étalement granulaire à l'horizontale en observant l'amplitude du signal sismique qu'il génère. Premièrement, la durée du signal est égale à la durée de l'étalement. Deuxièmement, la durée de l'accélération du front de l'étalement correspond à la durée pour atteindre le maximum d'amplitude de l'enveloppe. Cette dernière observation n'est cependant plus vraie lorsque l'angle de la pente augmente car la durée de la phase d'accélération augmente tandis que la durée pour atteindre le maximum de l'enveloppe reste constante.
- À faibles angles de pente, l'enveloppe du signal est symétrique par rapport à son maximum avec un temps de montée aussi long que le temps de décroissance de l'amplitude. Cependant, lorsque l'angle de la pente dépasse une valeur critique, l'enveloppe du signal perd sa symétrie et s'allonge considérablement pendant la phase de décélération. L'amplitude de l'enveloppe décroît alors exponentiellement à la fin de la propagation de l'écoulement. Ce changement de régime rappelle celui observé au chapitre 2 lorsqu'une phase de propagation lente apparaît à la fin des écoulements granulaires à fortes pentes.
- L'amplitude maximale du signal sismique émis par un écoulement granulaire ne dépend pas de la vitesse maximale du front de l'écoulement granulaire. Elle semble en revanche être contrôlée par le mouvement de masse dans la direction perpendiculaire à la pente sur laquelle la colonne granulaire s'effondre.
- L'énergie élastique W_{el} rayonnée lors d'un écoulement granulaire augmente avec le diamètre d des billes constituant l'écoulement comme d^3 . Elle est proportionnelle à la masse totale M de l'écoulement granulaire et augmente avec le rapport d'aspect initial a comme $a^{1.1}$. Le rapport de l'énergie élastique rayonnée W_{el} sur l'énergie potentielle ΔE_p perdue pendant l'écoulement granulaire augmente avec le diamètre comme $d^{3.3}$ mais décroît légèrement avec la masse comme $M^{-0.4}$. Le rapport $W_{el}/\Delta E_p$ semble cependant indépendant du rapport d'aspect a . La fréquence moyenne et la largeur de bande du signal émis décroissent toutes deux lorsque le diamètre d , la masse M et le rapport d'aspect a augmentent. Elles sont davantage sensibles à une variation du diamètre d des billes qu'à une variation de la masse M ou de rapport d'aspect a , avec un exposant environ 3 fois supérieur.
- La dépendance de l'énergie élastique rayonnée W_{el} et des fréquences du signal au diamètre d des billes est différente pour un écoulement granulaire et pour un impact individuel. Cela démontre que le signal sismique généré par un étalement granulaire est plus complexe que la simple somme des signaux émis par les impacts des billes de l'étalement.
- Les exposants des lois de puissance de l'énergie W_{el} et des fréquences en fonction de la masse M restent inchangés lorsque l'angle de pente θ augmente. Cependant, l'énergie élastique rayonnée W_{el} augmente significativement lorsque l'angle de pente θ se rapproche de l'angle de friction δ du matériau granulaire. Nous avons proposé une loi d'échelle pour décrire cette augmentation et nous avons montré que l'ajustement de cette loi aux données de W_{el} nous permet de retrouver l'angle de friction δ .

TABLE 17 : Notations du chapitre

a	Rapport d'aspect, i.e. hauteur sur étendue initiales de la colonne (-)
A_{max}	Amplitude maximale de l'enveloppe du signal (m s^{-2})
d	Diamètre d'une bille (m)
$D(t), D_0, D_f$	Étendue à l'instant t et étendues initiale et finale de la colonne granulaire (m)
e	Coefficient de restitution (-)
$Env(t)$	Enveloppe du signal (m s^{-2})
$E_p, \Delta E_p$	Énergie potentielle initiale et énergie potentielle perdue (J)
f	Fréquence (Hz)
$f_{mean}, \Delta f$	Fréquence moyenne et largeur de bande (Hz)
g	Accélération de la gravité (m s^{-2})
h, h_{max}	Épaisseur et épaisseur maximale (m)
h_0	Hauteur initiale de la colonne granulaire (m)
H	Hauteur de chute d'une bille (m)
m	Masse d'une bille (kg)
M	Masse totale de l'écoulement granulaire (kg)
p_{max}	Maximum de la quantité de mouvement du front de l'écoulement (kg m s^{-1})
r	Distance entre la station et l'impact (m)
t	Temps (s)
t_{acc}, t_{max}	Durée de l'accélération du front de l'écoulement et durée pour atteindre le maximum de l'enveloppe du signal (s)
t_f, t_s	Durée de l'écoulement et durée du signal (s)
\mathbf{u}_i	Vecteur normalisé dans la direction i
v_i, a_i	Vitesse et accélération de la vibration dans la direction \mathbf{u}_i (m s^{-1} , m s^{-2})
\tilde{V}_i, \tilde{A}_i	Transformées de Fourier temporelles de v_i et a_i (m, m s^{-1})
V	Volume (m^3)
$v_f(t), a_f(t)$	Vitesse et accélération du front de l'écoulement (m s^{-1} , m s^{-2})
W_{el}	Énergie élastique rayonnée (J)
r, ϕ, z	Coordonnées cylindriques (m, °, m)
β, c, c_1, c_2	Coefficients dans les lois d'échelle
δ	Angle de friction (°)
ν	Coefficient de Poisson (-)
ρ	Densité (kg m^{-3})
θ	Angle de la pente par rapport à l'horizontale (°)
τ	Temps caractéristique d'atténuation de l'énergie (s)

Conclusions et perspectives

Conclusions

Au cours de cette thèse, de nombreuses expériences de laboratoire ont été menées sur des étalements de colonnes granulaires et des impacts individuels. Ces expériences ont permis, d'une part, d'identifier des paramètres clés qui contrôlent la dynamique, le dépôt, les processus d'érosion des écoulements granulaires et, d'autre part, d'établir des lois d'échelles simples qui relient les caractéristiques d'un impact individuel et d'un écoulement granulaire à celles du signal sismique émis.

Dynamique des écoulements granulaires et processus d'érosion

Des étalements de colonnes granulaires ont été réalisés dans un canal incliné dont la base rugueuse était recouverte ou non d'un lit érodable constitué du même matériau. Ces expériences ont montré que lorsque l'angle de la pente dépasse une valeur critique, entre 10° et 16° , la dynamique et le dépôt des écoulements granulaires changent fondamentalement, que ce soit sur un lit rigide ou sur un lit érodable. À faibles pentes, la phase d'accélération d'un écoulement granulaire a une durée similaire à celle de la phase de décélération. La distance parcourue par l'écoulement ne dépend alors que de la hauteur initiale de la colonne relâchée et n'est pas affectée par la présence d'un lit érodable. En revanche, lorsque l'angle de la pente est supérieur à l'angle critique, une phase de propagation lente apparaît à la fin de la décélération et augmente significativement la durée de l'écoulement. Nos résultats suggèrent que les caractéristiques de la phase de propagation lente sont similaires à celles des écoulements stationnaires et uniformes observés par [Pouliquen \[1999\]](#) à fortes pentes. Nous avons observé que lorsque la phase de propagation lente se développe, la distance parcourue par un écoulement granulaire sur un lit rigide ne dépend plus uniquement de la hauteur initiale de la colonne relâchée mais aussi de son étendue initiale le long de la pente. De plus, la distance parcourue par un écoulement granulaire sur un lit érodable augmente par rapport au même écoulement sur un lit rigide (jusqu'à 50%). Cette augmentation est plus importante lorsque la durée de la phase de propagation lente augmente.

La durée de la phase de propagation lente est donc une observable clé pour nous renseigner sur la dynamique d'un écoulement granulaire et sur son potentiel érosif. Nous avons identifié les conditions initiales et aux limites qui contribuent à allonger la durée de cette phase. La durée de cette phase augmente (i) lorsque l'angle de la pente, le volume de la colonne, l'inclinaison de l'angle de la porte qui retient la colonne par rapport à la pente et la largeur du canal augmentent ; (ii) lorsque le rapport d'aspect (le rapport de la hauteur sur la largeur initiale) de la colonne diminue ; (iii) en présence d'un lit érodable et lorsque la compacité du lit érodable diminue.

Un suivi temporel de la position de l'interface entre les grains statiques et les grains mobiles à l'intérieur des écoulements granulaires sur un lit érodable nous a permis de montrer que l'augmentation de la distance parcourue sur un lit érodable est plus importante lorsque la durée de l'érosion du lit augmente. La durée d'érosion est donc un paramètre important à prendre en compte dans les modèles numériques d'écoulements granulaires sur un lit érodable. En revanche,

l'augmentation de la distance parcourue ne dépend pas de la profondeur maximale d'érosion ni de la vitesse maximale du front de l'écoulement.

Enfin, nous avons montré que les phases d'accélération et de décélération d'un écoulement granulaire à l'horizontale peuvent être identifiées dans le signal sismique émis. En effet, l'enveloppe du signal est alors symétrique par rapport à son maximum, qui sépare la phase d'accélération de la phase de décélération. Lorsque l'angle de la pente augmente, nous avons observé que l'enveloppe du signal perd sa symétrie : elle reste inchangée jusqu'à son maximum mais s'allonge considérablement pendant la phase de décélération. Lorsque l'angle de la pente dépasse une valeur critique, entre 10° et 15° par rapport à l'horizontale, l'amplitude de l'enveloppe décroît exponentiellement à la fin de la décélération. Nous attribuons cet effet au développement d'une phase de propagation lente, qui apparaît également au-delà de l'angle de pente critique. Nos résultats suggèrent également que le maximum de l'enveloppe du signal émis ne dépend pas de la vitesse maximale du front de l'écoulement granulaire mais de la vitesse du mouvement de la masse dans la direction perpendiculaire à la pente. D'autre part, nous avons observé que l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques par un écoulement granulaire augmente significativement lorsque l'angle de la pente tend vers l'angle de friction du matériau granulaire. Nous avons proposé une loi d'échelle empirique pour décrire cette augmentation. En ajustant cette loi aux données sismiques, nous avons pu retrouver l'angle de friction des grains de l'écoulement.

Détermination des propriétés d'un impact à partir du signal sismique

Nous avons montré qu'il est possible de retrouver la masse et la vitesse d'un objet entrant en collision avec le sol à partir d'une mesure du signal sismique émis lors de l'impact. Pour ce faire, nous avons développé des lois d'échelle analytiques à partir du modèle de [Hertz \[1882\]](#) d'impact élastique d'une sphère sur un plan. Ces lois d'échelle expriment l'énergie rayonnée sous forme d'ondes élastiques, la fréquence moyenne et la largeur de bande du signal émis en fonction de la masse et de la vitesse de l'impacteur et des propriétés élastiques des matériaux mis en jeu. À l'aide de ces lois, nous avons calculé la masse et la vitesse d'impacts de billes sphériques et de graviers de formes complexes sur des plaques et des blocs de matériaux différents (verre, PMMA, marbre et béton). Les valeurs obtenues sont de l'ordre de grandeur des valeurs réelles, avec une différence inférieure à un facteur 3, et ce même pour les impacts de graviers sur une surface rugueuse.

Nous avons ensuite cherché à savoir si notre approche est encore valable pour des éboulements naturels. Pour le vérifier, nous avons travaillé sur des données sismiques acquises lors des lâchers de blocs rocheux de [Dewez et al. \[2010\]](#) à Tahiti. Ces données n'avaient jamais été traitées auparavant. Nous n'avons pas été en mesure de retrouver les masses et les vitesses d'impacts des blocs à partir de ces données car les signaux sismiques ont été enregistrés avec une fréquence d'échantillonnage trop faible (100 Hz). Nous en avons conclu que les sismomètres large bande classiquement utilisés pour détecter les séismes ou les tremors volcaniques ne sont pas adaptés pour enregistrer le signal sismique émis par des impacts, qui génèrent de plus hautes fréquences (~ 200 Hz). Nous avons cependant pu observer que l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact est proportionnelle à la masse du bloc lâché. Cette tendance est en accord avec la loi d'échelle précédemment vérifiée en laboratoire pour des impacts de billes sur des blocs épais.

Efficacité sismique des instabilités gravitaires

Lors des glissements de terrain et des éboulements, le rapport de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie potentielle perdue lors de l'étalement, i.e. l'efficacité sismique, varie sur plusieurs

ordres de grandeur, de 10^{-5} à 10^{-3} [Deparis et al., 2008; Hibert et al., 2011; Lévy et al., 2015]. Nous avons observé une efficacité sismique du même ordre pour des écoulements granulaires en laboratoire et nous avons montré que sa dispersion sur le terrain peut être expliquée par une variation du diamètre des blocs qui constituent l'écoulement, de la masse totale de l'écoulement ou de la nature du contact avec le sol pendant des impacts individuels. En effet, lors de nos expériences d'écoulements granulaires, le rapport de l'énergie élastique rayonnée sur l'énergie potentielle totale perdue augmente lorsque le diamètre des grains augmente et lorsque la masse totale de l'écoulement diminue. De plus, notre analyse conjointe des vidéos des lâchers de blocs rocheux et du signal sismique associé à Tahiti révèle que l'efficacité sismique est en moyenne un ordre de grandeur plus élevée pour des impacts sur de la roche affleurante (10^{-2}) que pour des impacts sur de la terre meuble ou sur de l'herbe (10^{-3}).

Enfin, lors des expériences d'impacts en laboratoire, nous avons comparé l'énergie élastique rayonnée pendant l'impact à l'énergie totale perdue par l'impacteur, estimée à partir de son coefficient de restitution. Cela nous a permis de dresser un bilan énergétique quantitatif des impacts. Ce bilan est très différent pour des impacts sur des plaques fines ou sur des blocs épais.

- Sur les plaques, l'impacteur perd principalement de l'énergie sous forme d'ondes élastiques ou par dissipation visqueuse. La proportion de l'énergie perdue rayonnée par les ondes élastiques lors d'un impact augmente lorsque le diamètre de l'impacteur augmente. Lorsque le diamètre est supérieur ou égal à l'épaisseur de la plaque, quasiment toute l'énergie perdue est rayonnée sous forme d'ondes élastiques.
- Au contraire, sur les blocs, le rapport énergie élastique rayonnée sur l'énergie totale perdue est seulement de 0.03% à 0.5%, indépendamment du diamètre de l'impacteur. Le reste de l'énergie est perdu dans des processus inélastiques (dissipation visqueuse, déformation plastique,...) ou dans les modes de rotation de l'impacteur.

Perspectives

Plusieurs perspectives se dégagent de ce travail de thèse.

Les mécanismes physiques qui contrôlent l'érosion basale et la formation des dépôts des écoulements granulaires sont encore mal compris. Le défi actuel pour les modèles numériques est de reproduire ces phénomènes complexes pour en donner une description théorique. Récemment, un modèle d'écoulement viscoplastique de type Drucker-Prager à une dimension a été développé pour simuler l'évolution spatio-temporelle de l'interface entre les grains statiques et les grains mobiles et du profil de vitesse horizontale dans les écoulements granulaires [Bouchut et al., 2014; Lusso et al., 2014]. La comparaison des simulations de ce modèle avec nos mesures expérimentales est encourageante (voir chapitre 2, p.57). Ce modèle est actuellement étendu à des écoulements à 2 dimensions [Ionescu et al., 2015; Lusso et al., 2015].

Les étalements de colonnes granulaires de petites dimensions (< 10000 billes) peuvent être simulés numériquement avec des modèles aux éléments discrets, et ce avec un temps de calcul raisonnable (~ 5 h). Ces modèles consistent à résoudre les équations de la dynamique pour chaque bille constituant la colonne. Nous avons simulé un étalement de colonne granulaire avec les mêmes conditions initiales que dans une expérience de laboratoire avec le code MODY-GS de Patrick Richard (IFSTTAR) (Figure 108a). Le coefficient microscopique de frottement entre les billes peut être ajusté dans le modèle pour reproduire la forme du dépôt observé dans l'expérience (Figure 108b). L'étalement de la colonne granulaire est cependant plus rapide horizontalement et verticalement dans la simulation que dans la réalité (Figure 108c). En effet, le relâchement de la colonne granulaire dans l'expérience est perturbé par des effets de bords dû à la présence d'un réservoir qui maintient les billes initialement (Figure 108a) [Ionescu et al., 2015]. En reproduisant l'étalement de colonne granulaire, le code MODY-GS nous donne accès aux forces appliquées par les billes sur la surface au cours du temps. À partir de ces forces, nous pourrions calculer un signal sismique synthétique généré par l'étalement. Des lois d'échelles analytiques pourraient être déduites de ces simulations entre les caractéristiques de l'écoulement granulaire et celles du signal sismique généré. Il serait alors intéressant de comparer ces lois aux relations empiriques établies au chapitre 5. Enfin, nous pourrions comparer les forces simulées à des mesures expérimentales avec des capteurs de force tels que ceux utilisés par Hsu et al. [2014].

Des études de terrain ont montré l'importance de la topographie de la surface sur les signaux sismiques générés par les instabilités gravitaires [Favreau et al., 2010; Hibert et al., 2011; Allstadt, 2013; Hibert et al., 2014a; Moretti et al., 2015; Yamada et al., 2015]. Des expériences de laboratoire d'écoulements granulaires sur une topographie simple mais avec une particularité, comme une rupture de pente, un virage ou une bosse permettraient d'observer l'influence de ces particularités sur le signal sismique émis. D'autre part, nous avons vu que la présence d'un lit érodable, même très fin, augmente la distance parcourue par les écoulements granulaires à fortes pentes [Mangeney et al., 2010; Farin et al., 2014]. L'estimation à partir du signal sismique émis du volume entraîné et de l'augmentation de la distance parcourue par l'écoulement apporterait beaucoup à l'évaluation des risques liés aux glissements de terrain. Il serait donc intéressant de

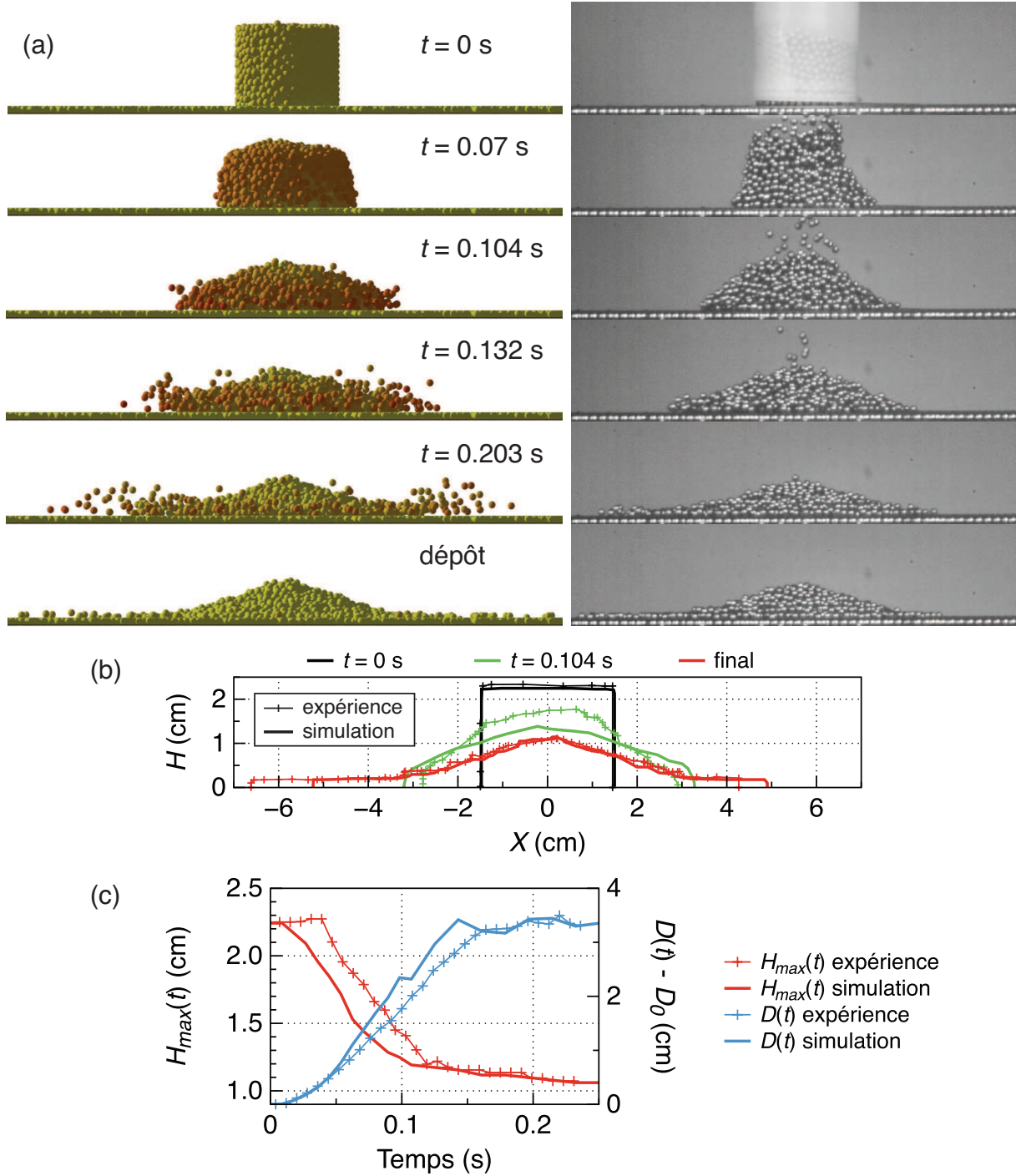


FIGURE 108 : (a) À gauche : différents instants t de la simulation numérique avec le code MODY-GS de Patrick Richard (IFSTTAR) d'un étalement d'une colonne granulaire de masse $M = 70$ g et de rapport d'aspect $a = 0.8$ constituée de billes de diamètre $d = 2$ mm sur une surface rugueuse horizontale. Le coefficient de friction microscopique dans la simulation est $MU = 0.15$. Les billes de couleur rouge sont plus rapides que les billes de couleur jaune. À droite : images successives de l'expérience de laboratoire correspondante à la simulation aux mêmes instants t . (b) Profils d'épaisseur $H(X)$ de l'écoulement granulaire dans l'expérience de laboratoire et dans la simulation numérique pour différents instants t . (c) Épaisseur maximale $H_{max}(t)$ et diamètre maximal $D(t) - D_0$ de l'écoulement en fonction du temps pour l'expérience et la simulation.

réaliser des expériences de laboratoire d'écoulements granulaires sur un lit érodable en mesurant le signal sismique émis. Les colonnes granulaires relâchées devront être de préférence de dimensions plus importantes que celles réalisées dans le dernier chapitre. En effet, le front de l'écoulement n'était alors composé que de quelques billes et n'avait pas un grand potentiel érosif. Ces expériences de laboratoire sont actuellement mises en place par Vincent Bachelet dans le cadre de sa thèse financée par l'ERC SLIDEQUAKES.

Enfin, nous avons montré que les stations sismiques large bande ne sont pas adaptées pour étudier des impacts de blocs. Dans un futur proche, nous espérons pouvoir réaliser des lâchers de blocs rocheux sur un site naturel en mesurant les signaux sismiques émis par les impacts avec des accéléromètres sensibles dans une large gamme de fréquences (par exemple jusqu'à 1000 Hz). Il sera important d'utiliser plusieurs stations pour estimer l'atténuation de l'énergie avec la distance et les vitesses des ondes sismiques dans le milieu de propagation. Cela permettra également comparer les spectres de fréquences des signaux sismiques enregistrés en champ proche et en champ lointain.

Pour conclure, il est à noter que l'on rencontre des écoulements granulaires et des problèmes d'impacts dans de nombreux autres domaines que la géophysique, comme dans l'industrie agro-alimentaire, la construction de bâtiments ou dans l'armement. Les lois d'échelles analytiques et empiriques développées au cours de cette thèse pourraient également être appliquées dans ces domaines, par exemple pour évaluer le volume ou l'énergie cinétique d'un écoulement de grains dans un silo ou d'une balle entrant en collision avec une paroi à partir d'une mesure de la vibration générée.

Annexes

A. Étude dimensionnelle pour l'impact de Hertz

Dans cette annexe, nous utilisons une approche dimensionnelle pour exprimer la profondeur de pénétration maximale δ_{z0} et la durée T_c de l'impact d'une sphère sur un plan en fonction des paramètres de l'impact, i.e. la masse m et la vitesse d'impact V_z de la sphère et les propriétés élastiques.

L'équation qui régit l'évolution temporelle de la profondeur de pénétration $\delta_z(t)$ pendant l'impact est [Johnson, 1985] :

$$m \frac{d^2 \delta_z(t)}{dt^2} = -K \delta_z^{3/2}(t), \quad (\text{A1})$$

où

$$K = \frac{4}{3} R^{1/2} E^*, \quad (\text{A2})$$

avec R , le rayon de la sphère et E^* est un module d'Young équivalent qui vérifie $1/E^* = (1 - \nu_s^2)/E_s + (1 - \nu_p^2)/E_p$, avec ν_s , ν_p , E_s , E_p les coefficients de Poisson et modules d'Young des matériaux constituant la sphère et le plan, respectivement.

Nous définissons D et T une distance et un temps caractéristiques du problème. Nous pouvons alors adimensionner l'équation (A1) avec les variables $\delta^* = \delta_z/D$ et $t^* = t/T$:

$$\frac{d^2 \delta^*(t^*)}{dt^{*2}} = -\frac{K D^{1/2} T^2}{m} \delta^{*3/2}(t^*), \quad (\text{A3})$$

Les conditions initiales à $t = 0$, i.e. quand la sphère entre en contact avec le plan, sont $\delta_z(0) = 0$ et $d\delta_z(0)/dt = V_z$, la vitesse d'approche de la sphère. Les conditions adimensionnées sont donc $\delta^*(0) = 0$ et $d\delta^*(0)/dt^* = V_z T/D$.

Prenons $K D^{1/2} T^2/m = 1$ et $V_z T/D = 1$. Dans ces conditions, l'équation (A3) devient

$$\frac{d^2 \delta^*(t^*)}{dt^{*2}} = -\delta^{*3/2}(t^*), \quad (\text{A4})$$

ce qui peut être résolu numériquement avec $\delta^*(0) = 0$ et $d\delta^*(0)/dt^* = 1$ (Figure A1).

En normalisant δ^* et t^* par leurs valeurs maximales calculées numériquement $\delta_{max} \approx 1.09$ et $t_{max} \approx 3.22$, respectivement, nous obtenons la fonction d'échelle $g(t'')$ dont la valeur maximale et la durée valent 1 (Figure A1).

Ainsi, la profondeur de pénétration $\delta_z(t)$ et le temps t s'écrivent :

$$\delta_z(t) = \delta_{max} D g(t''), \quad (\text{A5})$$

$$t = t_{max} T t''. \quad (\text{A6})$$

donc la profondeur maximale δ_{z0} et la durée de l'impact T_c sont :

$$\delta_{z0} = \delta_{max} D, \quad (\text{A7})$$

$$T_c = t_{max} T. \quad (\text{A8})$$

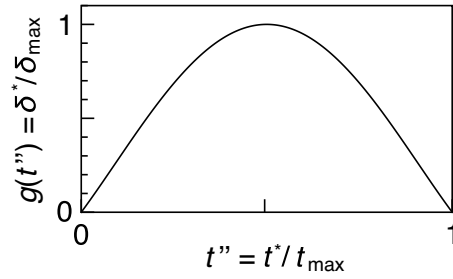


FIGURE **A1** : Profondeur de pénétration normalisée $g(t'') = \delta^*/\delta_{max}$ en fonction du temps normalisé $t'' = t^*/t_{max}$.

Il reste à déterminer D et T en fonction des paramètres du problème. Nous avons :

$$\begin{cases} \frac{KD^{1/2}T^2}{m} = 1 \\ \frac{V_z T}{D} = 1 \end{cases} \quad (\text{A9})$$

donc

$$\begin{cases} D = \frac{m^{2/5}V_z^{4/5}}{K^{2/5}} \\ T = \frac{m^{2/5}}{V_z^{1/5}K^{2/5}} \end{cases} \quad (\text{A10})$$

Finalement, en développant K [équation (A2)], nous obtenons :

$$\delta_{z0} = 0.97 \left(\frac{mV_z^2}{R^{1/2}E^*} \right)^{2/5}, \quad (\text{A11})$$

$$T_c = 2.87 \left(\frac{m^2}{RE^{*2}V_z} \right)^{1/5}. \quad (\text{A12})$$

B. Comment mesurer l'énergie totale perdue lors d'un impact ?

L'énergie totale perdue lors de l'impact d'une sphère de masse m et de vitesse V_z est donnée par :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m V_z^2 (1 - e^2), \quad (\text{B1})$$

où e est le coefficient de restitution

$$e \hat{=} \frac{V'_z}{V_z} = \sqrt{\frac{H'}{H}}, \quad (\text{B2})$$

avec V'_z le vitesse de la sphère après l'impact, H la hauteur de lâcher et H' la hauteur de rebond.

L'énergie totale ΔE_c perdue par une bille lors d'un impact peut être facilement estimée en mesurant la hauteur de rebond H' , par exemple à partir d'un enregistrement vidéo (Figure B1a).

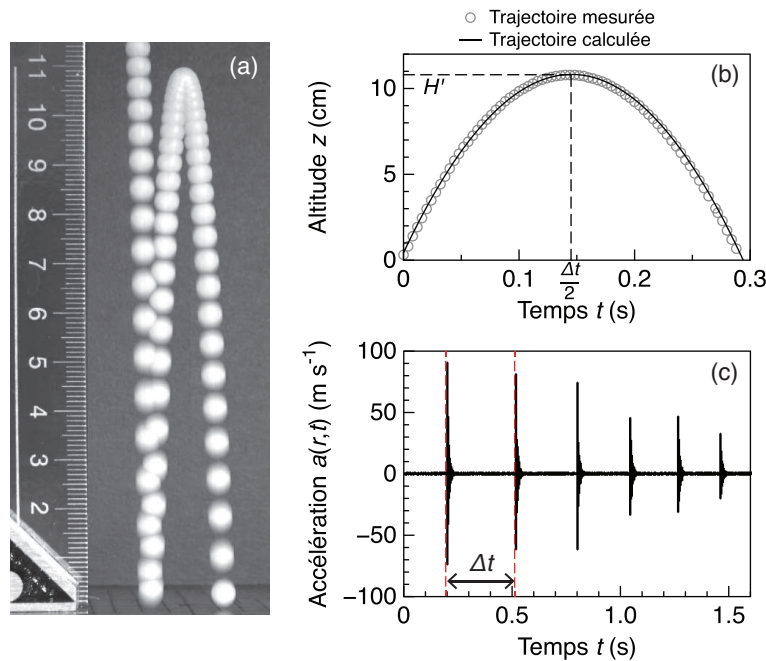


FIGURE B1 : (a) Positions successives, par pas de temps de 6 ms, d'une bille de polyamide de 5 mm de diamètre rebondissant sur une plaque de verre. (b) La trajectoire parabolique de la bille dans le temps peut être prédite en connaissant le temps de vol Δt [équation (B3)]. (c) Accélération de la vibration sismique $a(r, t)$ mesurée à $r = 10$ cm de l'impact. Le temps de vol entre deux impacts est égal à la durée Δt entre les impulsions générées.

Cependant, nous pouvons avoir davantage de précision sur cette hauteur si nous l'estimons à partir du temps de vol Δt . En effet, en rebondissant la bille suit une trajectoire parabolique

dans le temps et dans l'espace (Figures B1a et B1b). En négligeant les frottements de l'air, sa position verticale $z(t)$ lors du rebond vérifie donc :

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V't \quad (\text{B3})$$

avec g , l'accélération de la gravitation et V' , la vitesse verticale de la bille après l'impact. Au sommet de sa trajectoire, à l'instant $t = \Delta t/2$, la vitesse de la bille s'annule : $dz(\Delta t)/dt = 0$ donc, d'après l'équation (B3), la vitesse de rebond V' est égale à $\frac{1}{2}g\Delta t$. Ainsi, comme la hauteur de rebond H' est atteinte à la moitié du temps de vol, i.e. $z(\Delta t/2) = H'$ (Figure B1b), elle vérifie :

$$H' = \frac{1}{8}g\Delta t^2 \quad (\text{B4})$$

En pratique, le temps de vol Δt est égal à la durée entre les impulsions acoustiques générées par les impacts successifs de la bille (Figure B1c). Dans les expériences de laboratoire, la fréquence d'acquisition des signaux acoustiques est généralement de 500 000 échantillons par secondes. Le temps Δt peut donc être connu avec une précision de $2 \mu\text{s}$, ce qui est bien supérieur à la précision obtenue avec la caméra qui enregistre 500 images par secondes, soit 2 ms.

Finalement l'énergie totale perdue pendant un impact est :

$$\Delta E_c = mgH\left(1 - \frac{g\Delta t^2}{8H}\right) \quad (\text{B5})$$

C. Introduction of an attenuation factor to model viscoelastic dissipation

In this Appendix, we show that the viscoelastic dissipation of energy with distance r can be modeled by a factor $\exp(-\gamma r)$ where $1/\gamma$ is a characteristic length of energy viscoelastic dissipation. If v_g is the group velocity, i.e. the energy speed [Royer and Dieulesaint, 2000], we can write a characteristic time τ of energy dissipation as :

$$\tau = \frac{1}{\gamma v_g}. \quad (\text{C1})$$

During propagation, when the source force is no longer acting on the structure surface, energy conservation states that :

$$\frac{\partial E_t(t)}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla E_t(t) = -\frac{E_t(t)}{\tau} \quad (\text{C2})$$

where $E_t(t)$ is the total energy per unit surface within the plate and $-E_t(t)/\tau$ is a term representing energy dissipation with time [e.g. Bouthier and Bernhard, 1995]. Multiplying this equation by $\exp(t/\tau)$ gives :

$$\left[\frac{\partial E_t(t)}{\partial t} + \frac{E_t(t)}{\tau} \right] \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) + \mathbf{v}_g \cdot \nabla E_t(t) \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) = 0. \quad (\text{C3})$$

Writing $E'_t = E_t \exp(t/\tau)$ leads to :

$$\frac{\partial E'_t(t)}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla E'_t(t) = 0 \quad (\text{C4})$$

Thus energy $E'_t = E_t \exp(t/\tau) = E_t \exp(\gamma r)$ is conserved. Therefore, multiplying the energy by the factor $\exp(\gamma r)$ compensates the viscoelastic dissipation of energy with distance.

D. Detailed calculation of coefficient β

We detail here the calculation of the coefficient β that appears in the expression of [Miller and Pursey \[1955\]](#) for the elastic energy W radiated in a block [equation (93), p.106]. β is defined as the imaginary part of

$$\int_0^X \frac{x\sqrt{x^2-1}}{f_0(x)} dx, \quad (\text{D1})$$

where $f_0(x) = (2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2\sqrt{(x^2-1)(x^2-\eta^2)}$, $\eta = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)}$ and ν the Poisson ratio of the block. X is a number greater than the real root x_0 of f_0 , which is represented in Figure D1.

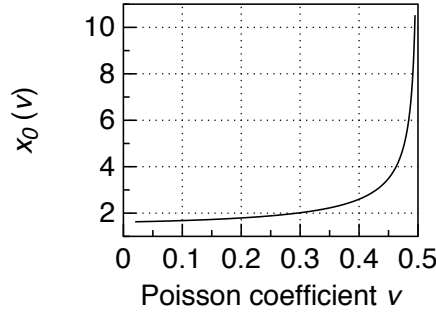


FIGURE D1 : Value of the real solution x_0 of $f_0(x) = 0$ as a function of Poisson's ratio ν .

Let the function f be :

$$f : x \longrightarrow \frac{x\sqrt{x^2-1}}{(2x^2 - \eta^2)^2 - 4x^2\sqrt{(x^2-1)(x^2-\eta^2)}}. \quad (\text{D2})$$

For most materials, the Poisson ratio ν is between 0 and 0.5, corresponding to values of η from 1.4 to 10. To calculate β we have to look at the definition of f over the intervals $[0,1[$, $[1,\eta[$ and $x \geq \eta$:

- For $x \in [0,1[$, $x^2 - 1 < 0$ and $x^2 - \eta^2 < 0$, then we can then write $\sqrt{x^2-1} = i\sqrt{1-x^2}$ and $\sqrt{x^2-\eta^2} = i\sqrt{\eta^2-x^2}$ where i is the complex number $\sqrt{-1}$. Over this interval, $f(x)$ is a pure imaginary number :

$$f(x) = \frac{ix\sqrt{1-x^2}}{(2x^2 - \eta^2)^2 + 4x^2\sqrt{(1-x^2)(\eta^2-x^2)}} \quad (\text{D3})$$

and

$$\text{Im}(f(x)) = f_1(x) = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{(2x^2 - \eta^2)^2 + 4x^2\sqrt{(1-x^2)(\eta^2-x^2)}}. \quad (\text{D4})$$

Regardless of the value of η , f_1 is continuous over $[0,1]$ with $f_1(0) = f_1(1) = 0$ and f_1 is C^∞ over $[0,1[$.

- For $x \in [1, \eta[$, $x^2 - 1 > 0$ and $x^2 - \eta^2 < 0$, therefore $\sqrt{x^2 - \eta^2} = i\sqrt{\eta^2 - x^2}$. Over this interval :

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x^2 - 1}}{(2x^2 - \eta^2)^2 - 4ix^2\sqrt{(x^2 - 1)(\eta^2 - x^2)}}. \quad (\text{D5})$$

Multiplying the numerator and the denominator by the complex conjugate of the denominator leads to :

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x^2 - 1} \left[(2x^2 - \eta^2)^2 + 4ix^2\sqrt{(x^2 - 1)(\eta^2 - x^2)} \right]}{(2x^2 - \eta^2)^4 + 16x^4(x^2 - 1)(\eta^2 - x^2)} \quad (\text{D6})$$

and

$$\text{Im}(f(x)) = f_2(x) = \frac{4x^3(x^2 - 1)\sqrt{\eta^2 - x^2}}{(2x^2 - \eta^2)^4 + 16x^4(x^2 - 1)(\eta^2 - x^2)}. \quad (\text{D7})$$

Regardless of the value of η , f_2 is continuous over $[1, \eta]$ with $f_2(1) = f_2(\eta) = 0$ and f_2 is C^∞ function over $[1, \eta[$.

- For $x \geq \eta$, $x^2 - 1 > 0$ and $x^2 - \eta^2 > 0$, therefore f is a real function over this interval and its imaginary part is null, except for the contribution of the pole x_0 of f_0 , which is always greater than η (Figure D1). The integral of f over this interval is due to half of its residue in x_0 :

$$\int_{\eta}^X f(x)dx = -i\pi \frac{x_0\sqrt{x_0^2 - 1}}{f'_0(x_0)}. \quad (\text{D8})$$

Finally, $\beta = \int_0^1 f_1(x)dx + \int_1^{\eta} f_2(x)dx - \pi \frac{x_0\sqrt{x_0^2 - 1}}{f'_0(x_0)}$. β is represented as a function of the Poisson ratio ν in Figure D2.

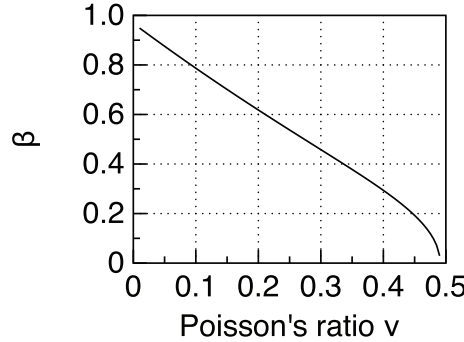


FIGURE D2 : Coefficient β defined by equation (D1) as a function of the Poisson ratio ν .

E. Cumulative distribution of energy

In this Appendix, we show how the elastic energy radiated by impacts is distributed over the frequencies.

The cumulative distribution of the radiated elastic energy shows that impacts generate signals with higher frequencies as the bead diameter d decreases, regardless of the structure (Figure E1). It is clear that the sensors used in our experiments do not measure energy for frequencies higher than 50 kHz.

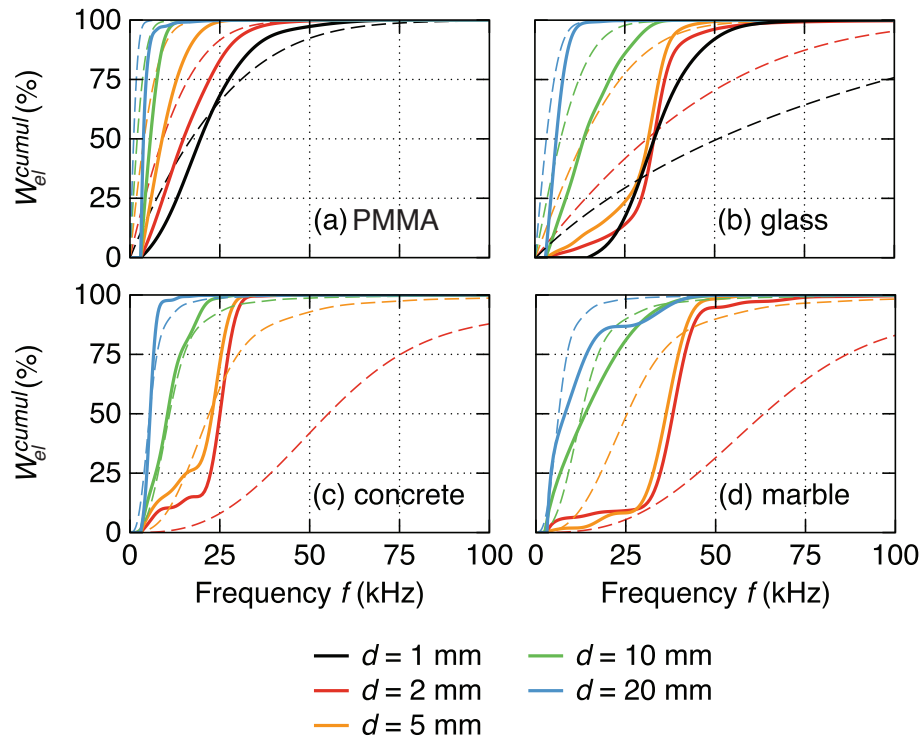


FIGURE E1 : Cumulated radiated elastic energy W_{el}^{cumul} for the impact of steel beads of different diameters d (different colors) on (a) the PMMA plate, (b) the glass plate, (c) the concrete block and (d) the marble block, as a function of frequency f . Full line : experiments, dashed line : synthetics obtained with the convolution of the Green function with Hertz's force of elastic impact.

This is not a problem for impacts on the PMMA plate and for beads of diameter d larger than 5 mm because all of the radiated elastic energy is in theory below 50 kHz (Figure E1a). However, for impacts of beads of 1 mm in diameter on glass, concrete and marble, more than 50% of the energy is for frequencies higher than 50 kHz (Figures E1b to E1d). Some of the radiated energy may not be measured for the smallest beads investigated. Note that for experiments on the glass plate and on the concrete and marble blocks, the profile of the cumulative energy is steep and saturates to a given frequency $f \approx 38$ kHz, $f \approx 30$ kHz and $f \approx 40$ kHz, respectively, as the bead diameter d decreases (Figures E1b to E1d).

F. Énergie élastique rayonnée lors d'un étalement de colonne granulaire

Dans cette annexe, nous montrons comment obtenir l'expression de l'énergie élastique W_{el} rayonnée lors d'un étalement de colonne granulaire à partir de l'énergie élastique rayonnée lors d'un impact individuel en champ diffus.

Dans la section 3.2.1, p.201, nous avons fait l'hypothèse que les impacts individuels qui se produisent pendant l'étalement de colonne sont décorrélés, et que l'énergie élastique W_{el} rayonnée par l'étalement est la somme des énergies W_i rayonnées par les impacts i . Or, nous avons montré que pour un impact individuel (voir section 2.1.3, p.100) :

$$W_i \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}}^2\right) \rho_p V \overline{v_{zi}^2}, \quad (\text{F1})$$

où $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}} = 0$ pour un impact sur une plaque et $\left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}} \approx 1.245 + 0.348\nu$ pour un impact sur un bloc [Sánchez-Sesma et al., 2011]. ρ_p est la densité du support et V est son volume. $\overline{v_{zi}^2}$ est la vitesse de vibration du support à l'instant de l'impact.

L'énergie élastique rayonnée par l'étalement de colonne est donc :

$$W_{el} \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}}^2\right) \rho_p V \sum_i \overline{v_{zi}^2}. \quad (\text{F2})$$

Il n'est pas possible de déterminer le $\overline{v_{zi}^2}$ de chaque impact i dans le signal sismique émis par un étalement de colonne granulaire. Nous cherchons donc ici à exprimer la somme des $\overline{v_{zi}^2}$ en fonction de la vitesse de vibration $v_z(t)$ émise par l'étalement.

La vitesse de vibration $v_z(t)$ générée par l'étalement de colonne granulaire est la somme des vibrations $v_i(t - t_i)$ émises par chaque impact i aux instants t_i :

$$v_z(t) = \sum_i v_i(t - t_i). \quad (\text{F3})$$

L'intégrale du carré de cette vibration est donc donnée par :

$$\int_0^{+\infty} v_z^2(t) dt = \sum_{i,j} \int_0^{+\infty} v_i(t - t_i) v_j(t - t_j) dt \quad (\text{F4})$$

$$= \sum_i \int_0^{+\infty} v_i^2(t - t_i) dt + \sum_{i \neq j} \int_0^{+\infty} v_i(t - t_i) v_j(t - t_j) dt. \quad (\text{F5})$$

Il peut être montré que l'amplitude du premier terme dans l'équation (F5) varie comme $\tau \Delta f$, tandis que celle du second terme, dans le cas d'impacts décorrélés, varie comme $\sqrt{\tau \Delta f}$, où τ est la durée caractéristique et Δf est la largeur de bande du signal émis [Goodman, 2000].

L'amplitude du rapport du second terme sur le premier terme varie donc comme $1/\sqrt{\tau\Delta f}$. Pour un étalement de colonne de billes d'acier sur une plaque de PMMA, $1/\sqrt{\tau\Delta f} \approx 0.35$. De plus, nous avons estimé avec un calcul simple qu'il y a seulement 5 impacts décorrélés pendant la durée τ (voir p.201). Nous pouvons donc négliger le terme des impacts décorrélés.

Ainsi :

$$\int_0^{+\infty} v_z^2(t)dt \approx \sum_i \int_0^{+\infty} v_i^2(t - t_i)dt. \quad (\text{F6})$$

Nous savons que pour un impact individuel, lorsque le champ d'ondes est diffus (voir section 2.1.3, p.100),

$$v_i^2(t - t_i) = \overline{v_{zi}^2} \exp\left(-\frac{t - t_i}{\tau}\right), \quad (\text{F7})$$

où $\overline{v_{zi}^2}$ est l'amplitude du carré de la vibration à l'instant de l'impact t_i . En intégrant $v_i^2(t - t_i)$ dans l'équation (F6), nous obtenons alors :

$$\int_0^{+\infty} v_z^2(t)dt \approx \tau \sum_i \overline{v_{zi}^2}. \quad (\text{F8})$$

Pour conclure, d'après les équations (F2) et (F8), l'énergie élastique W_{el} rayonnée lors d'un étalement de colonne granulaire est donnée par :

$$W_{el} \approx \left(1 + \left(\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{V}}\right)_{\text{diffuse}}^2\right) \frac{\rho_p V}{\tau} \int_0^{+\infty} v_z^2(t)dt. \quad (\text{F9})$$

Bibliographie

- Aki, K. and Richards, P. (1980). *Quantitative Seismology : Theory and Methods*, volume 1. W.H. Freeman.
- Allstadt, K. (2013). Extracting source characteristics and dynamics of the August 2010 Mount Meager landslide from broadband seismograms. *J. Geophys. Res.*, 118(3).
- Andreotti, B., Forterre, Y., and Pouliquen, O. (2013). *Granular Media : Between Fluid and Solid, vol. 1*. Cambridge Univ. Press.
- Balmforth, N. J. and Kerswell, R. R. (2005). Granular collapse in two dimensions. *J. Fluid Mech.*, 538(1) :399–428.
- Berger, C., McArdell, B. W., and Schlunegger, F. (2011). Direct measurement of channel erosion by debris flows, Illgraben, Switzerland. *J. Geophys. Res.*, 116(F1) :F01002.
- Bernard, K. and Van Wyk de Vries, B. (2011). Characterization of breccia structure at the base of large landslides : a necessary step for modeling. *European Geophysical Union Meeting, Vienna*, EGU2011-6310.
- Bouchut, F., Fernández-Nieto, E., Mangeney, A., and Lagrée, P.-Y. (2008). On new erosion models of Savage–Hutter type for avalanches. *Acta Mech.*, 199(1–4) :181–208.
- Bouchut, F., Ionescu, I., and Mangeney, A. (2014). A shallow model including static-flowing transition for viscoplastic Drucker–Prager materials. (*submitted*).
- Bouchut, F., Mangeney-Castelnau, A., Perthame, B., and Vilotte, J. (2003). A new model of Saint Venant and Savage-Hutter type for gravity driven shallow water flows. *Comptes Rendus Mathématique*, 336(6) :531–536.
- Bouchut, F. and Westdickenberg, M. (2004). Gravity driven shallow water models for arbitrary topography. *Commun. Math. Sci.*, 2(3) :359–389.
- Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J. (1995). Simple models of the energetics of transversely vibrating plates. *J. Sound Vib.*, 182(1) :149–164.
- Brilliantov, N. V., Spahn, F., Hertzsch, J.-M., and Pöschel, T. (1996). Model for collisions in granular gases. *Phys. Rev. E*, 53 :5382–5392.
- Brodsky, E. E. (2003). Landslide basal friction as measured by seismic waves. *Geophys. Res. Lett.*, 30(24) :2236.
- Burtin, A., Bollinger, L., Vergne, J., Cattin, R., and Nábělek, J. L. (2008). Spectral analysis of seismic noise induced by rivers : A new tool to monitor spatiotemporal changes in stream hydrodynamics. *J. Geophys. Res.*, 113(B5) :B05301.
- Burtin, A., Cattin, R., Bollinger, L., Vergne, J., Steer, P., Robert, A., Findling, N., and Tiberi, C. (2011). Towards the hydrologic and bed load monitoring from high-frequency seismic noise in a braided river : The “torrent de St Pierre”, French Alps. *J. Hydrol.*, 408(1–2) :43–53.

- Buttle, D. J., Martin, S. R., and Scruby, C. B. (1991). Particle sizing by quantitative acoustic emission. *Res. Nondestruct. Eval.*, 3(1) :1–26.
- Buttle, D. J. and Scruby, C. B. (1990). Characterization of particle impact by quantitative acoustic emission. *Wear*, 137(1) :63–90.
- Conway, S., Decaulne, A., Balme, M., Murray, J., and Towner, M. (2010). A new approach to estimating hazard posed by debris flows in the westfjords of iceland. *Geomorphology*, 114(4) :556–572.
- Crampin, S. (1965). Higher modes of seismic surface waves : Second Rayleigh mode energy. *J. Geophys. Res.*, 70(20) :5135–5143.
- Crook, A. W. (1952). A study of some impacts between metal bodies by a piezo–lectric method. *Philos. T. Roy. Soc. A*, 212(1110) :377–390.
- Crosta, G., Imposimato, S., and Roddeman, D. (2009a). Numerical modelling of entrainment / deposition in rock and debris-avalanches. *Eng. Geol.*, 109(1–2) :135 –145.
- Crosta, G. B., Imposimato, S., and Roddeman, D. (2009b). Numerical modeling of 2-d granular step collapse on erodible and nonerodible surface. *J. Geophys. Res.*, 114 :F03020.
- Dammeier, F., Moore, J. R., Haslinger, F., and Loew, S. (2011). Characterization of alpine rockslides using statistical analysis of seismic signals. *J. Geophys. Res.*, 116(F4).
- Davies, R. M. (1949). The determination of static and dynamic yield stresses using a steel ball. *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.*, 197(1050) :416–432.
- Denlinger, R. P. and Iverson, R. M. (2001). Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain : 2. Numerical predictions and experimental tests. *J. Geophys. Res.*, 106(B1) :553–566.
- Denlinger, R. P. and Iverson, R. M. (2004). Granular avalanches across irregular three-dimensional terrain : 1. Theory and computation. *J. Geophys. Res.*, 109(F1) :F01014.
- Deparis, J., Jongmans, D., Cotton, F., Baillet, L., Thouvenot, F., and Hantz, D. (2008). Analysis of rock-fall and rock-fall avalanche seismograms in the French Alps. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 98(4) :1781–1796.
- Dewez, T. J. B., Nachbaur, A., Mathon, C., Sedan, O., Kobayashi, H., Rivière, C., Berger, F., Des Garets, E., and Nowak, E. (2010). OFAI : 3D block tracking in a real-size rockfall experiment on a weathered volcanic rocks slope of Tahiti, French Polynesia. *Conf. Proceedings, Rock Slope Stability 2010, 24–25 nov. 2010, Paris, France*, pages 1–13.
- Dufresne, A. (2012). Granular flow experiments on the interaction with stationary runout path materials and comparison to rock avalanche events. *Earth Surf. Proc. Land.*, 37(14) :1527–1541.
- Duran, J. (2010). *Sands, powders and grains : an introduction to the physics of granular materials*. Boston Academic Press.
- Ekström, G. and Stark, C. P. (2013). Simple Scaling of Catastrophic Landslide Dynamics. *Science*, 339(6126) :1416–1419.
- Elert, G. (1999). The physics factbook. <http://hypertextbook.com/facts/1999/KatrinaJones.shtml>. Accessed : 2014-10-06.

- Estep, J. and Dufek, J. (2012). Substrate effects from force chain dynamics in dense granular flows. *J. Geophys. Res.*, 117(F1) :F01028.
- Falcon, E., Laroche, C., Fauve, S., and Coste, C. (1998). Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *Eur. Phys. J. B*, 3(1) :45–57.
- Farin, M., Mangeney, A., de Rosny, J., Toussaint, R., Sainte-Marie, J., and Shapiro, N. (2015). Experimental estimation of the elastic energy radiated during an impact. (*submitted*).
- Farin, M., Mangeney, A., and Roche, O. (2014). Fundamental changes of granular flow dynamics, deposition, and erosion processes at high slope angles : Insights from laboratory experiments. *J. Geophys. Res.*
- Favreau, P., Mangeney, A., Lucas, A., Crosta, G., and Bouchut, F. (2010). Numerical modeling of landquakes. *Geophys. Res. Lett.*, 37.
- Ferrazzini, V. and Aki, K. (1992). *Volcanic Seismology : Preliminary Results from a Field Experiment on Volcanic Events at Kilauea Using an Array of Digital Seismographs*. Springer-Verlag Berlin.
- Fletcher, J. B. and McGarr, A. (2011). Moments, magnitudes, and radiated energies of non-volcanic tremor near Cholame, CA, from ground motion spectra at UPSAR. *Geophys. Res. Lett.*, 38(16) :L16314.
- Forterre, Y. and Pouliquen, O. (2008). Flows of Dense Granular Media. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40(1) :1–24.
- Fuegel, A. (2007). Statistical calculation and development of glass properties. <http://glassproperties.com/>. Accessed : 2014-10-06.
- GdR Midi (2004). On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14(4) :341–365.
- Goodman, J. (2000). *Statistical Optics*. Wiley Classics Library.
- Goyder, H. and White, R. G. (1980). Vibrational power flow from machines into built-up structures, part I : introduction and approximate analyses of beam and plate-like foundations. *J. Sound Vib.*, 68(1) :59–75.
- Helmstetter, A. and Garambois, S. (2010). Seismic monitoring of S  chilienne rockslide (French Alps) : Analysis of seismic signals and their correlation with rainfalls. *J. Geophys. Res.*, 115(F3) :F03016.
- Hertz, H. (1882).   ber die Ber  hrung fester elastischer K  rper (On the vibration of solid elastic bodies). *J. Reine Angew. Math.*, 92 :156–171.
- Hertzsch, J., Spahn, F., and Brilliantov, N. V. (1995). On low-velocity collisions of viscoelastic particles. *J. Phys. II France*, 5(11) :1725–1738.
- Hibert, C., Ekstr  m, G., and Stark, C. (2014a). Dynamics of the Bingham Canyon Mine landslides from seismic signal analysis. *Geophys. Res. Lett.*, 41.
- Hibert, C., Mangeney, A., Grandjean, G., Baillard, C., Rivet, D., Shapiro, N. M., Satriano, C., Maggi, A., Boissier, P., Ferrazzini, V., and Crawford, W. (2014b). Automated identification, location, and volume estimation of rockfalls at piton de la fournaise volcano. *J. Geophys. Res.*, 119(5) :1082–1105.

- Hibert, C., Mangeney, A., Grandjean, G., and Shapiro, N. M. (2011). Slope instabilities in Dolomieu crater, Réunion Island : From seismic signals to rockfall characteristics. *J. Geophys. Res.*, 116(F4) :F04032.
- Hogg, A. J. (2007). Two-dimensional granular slumps down slopes. *Phys. Fluids*, 19 :093301.
- Houle, P. A. and Sethna, J. P. (1995). Acoustic Emission from crumpling paper. *Phys. Rev. E*, 54(1).
- Hsu, L., Dietrich, W. E., and Sklar, L. S. (2014). Mean and fluctuating basal forces generated by granular flows : Laboratory observations in a large vertically rotating drum. *J. Geophys. Res.*, 119(6) :1283–1309.
- Huang, C.-J., Shieh, C.-L., and Yin, H.-Y. (2004). Laboratory study of the underground sound generated by debris flows. *J. Geophys. Res.*, 109(F1).
- Hungr, O., Corominas, J., and Eberhardt, E. (2005). *Landslide Risk Management - Estimating landslide motion mechanism, travel distance and velocity*. Taylor & Francis : London.
- Hungr, O. and Evans, S. G. (2004). Entrainment of debris in rock avalanches : An analysis of a long run-out mechanism. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 116 :1240–1252.
- Hunter, S. C. (1957). Energy absorbed by elastic waves during impact. *J. Mech. Phys. Solids*, 5(3) :162–171.
- Hutchings, I. M. (1979). Energy absorbed by elastic waves during plastic impact. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 12(11) :1819.
- Ionescu, I., Mangeney, A., Bouchut, F., and Roche, O. (2015). Viscoplastic modelling of granular column collapse with pressure dependent rheology. *HAL Archives Ouvertes*.
- Israelachvili, J. (2002). *Intermolecular and surface forces : third edition*. Springer Verlag, New York.
- Iverson, R. M. (2012). Elementary theory of bed-sediment entrainment by debris flows and avalanches. *J. Geophys. Res.*, 117(F3).
- Iverson, R. M., Reid, M. E., Logan, M., LaHusen, R. G., Godt, J. W., and Griswold, J. P. (2010). Positive feedback and momentum growth during debris-flow entrainment of wet bed sediment. *Nature Publishing Group*, 4(2) :116–121.
- Johnson, K. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press.
- Jolly, A., Thompson, G., and Norton, G. (2002). Locating pyroclastic flows on soufriere hills volcano, montserrat, west indies, using amplitude signals from high dynamic range instruments. *J. Volcanol. Geoth. Res.*, 118(3–4) :299–317.
- Jop, P., Forterre, Y., and Pouliquen, O. (2005). Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology. *J. Fluid Mech.*, 541 :167–192.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 82(20) :2981–2987.
- Kanamori, H. and Given, J. W. (1982). Analysis of long-period seismic waves excited by the May 18, 1980, eruption of Mount St. Helens – A terrestrial monopole. *J. Geophys. Res.*, 87 :5422–5432.
- Kausel, E. (2013). Lamb’s problem at its simplest. *Proc. R. Soc. Lond. A. Mat.*, 469(2149).

- Kerswell, R. R. (2005). Dam break with Coulomb friction : A model for granular slumping? *Phys. Fluids*, 17 :057101.
- Kharaz, A., Gorham, D., and Salman, A. (2001). An experimental study of the elastic rebound of spheres. *Powder Technol.*, 120(3) :281 – 291.
- Koller, M. G. and Kolsky, H. (1987). Waves produced by the elastic impact of spheres on thick plates. *Int. J. Solids Struct.*, 23(10) :1387–1400.
- Kuwabara, G. and Kono, K. (1987). Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 26(8R) :1230.
- Lacaze, L. and Kerswell, R. R. (2009). Axisymmetric granular collapse : A transient 3D flow test of viscoplasticity. *Phys. Rev. Lett.*, 102(10) :108305.
- Lacaze, L., Phillips, J. C., and Kerswell, R. R. (2008). Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Phys. Fluids*, 20 :063302.
- Lajeunesse, E., Mangeney-Castelnau, A., and Vilotte, J. P. (2004). Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Phys. Fluids*, 16(7) :2371–2381.
- Lajeunesse, E., Monnier, J. B., and Homsy, G. M. (2005). Granular slumping on a horizontal surface. *Phys. Fluids*, 17 :103302.
- Lamb, H. (1904). On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philos. T Roy. Soc. A*, 203(359-371) :1–42.
- Lancieri, M., Madariaga, R., and Bonilla, F. (2012). Spectral scaling of the aftershocks of the Tocopilla 2007 earthquake in northern Chile. *Geophys. J. Int.*, 189(1) :469–480.
- Lengliné, O., Elkhoury, J. E., Daniel, G., Schmittbuhl, J., Toussaint, R., Ampuero, J. P., and Bouchon, M. (2012). Interplay of seismic and aseismic deformations during earthquake swarms : An experimental approach. *Earth Planet. Sc. Lett.*, 331-332 :215–223.
- Leprettre, B., Martin, N., Glangeaud, F., and Navarre, J. P. (1998). Three-component signal recognition using time, time-frequency, and polarization information-application to seismic detection of avalanches. *IEEE T. Signal Proces.*, 46(1) :83–102.
- Lifshitz, J. M. and Kolsky, H. (1964). Some experiments on anelastic rebound. *J. Mech. Phys. Solids*, 12(1) :35–43.
- Lipman, P. and Mullineaux, D. (1981). *The 1980 eruptions of Mount St. Helens, Washington*. U.S. G.P.O.
- Love, A. (1906). *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge University Press.
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S. J., and Freundt, A. (2005). Collapses of two-dimensional granular columns. *Phys. Rev. E*, 72(4) :041301.
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S. J., and Freundt, A. (2007). Static and flowing regions in granular collapses down channels. *Phys. Fluids*, 19 :043301.
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S. J., and Freundt, A. (2011). Granular column collapses down rough, inclined channels. *J. Fluid Mech.*, 675 :347–368.
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S. J., and Hallworth, M. A. (2004). Axisymmetric collapses of granular columns. *J. Fluid Mech.*, 508(1) :175–199.

- Lucas, A., Mangeney, A., and Ampuero, J. P. (2014). Frictional velocity-weakening in landslides on Earth and on other planetary bodies. *Nature Comm.*, 5.
- Lucas, A., Mangeney, A., Mège, D., and Bouchut, F. (2011). Influence of the scar geometry on landslide dynamics and deposits : Application to Martian landslides. *J. Geophys. Res.*, 116(E10) :E10001.
- Lusso, C., Bouchut, F., Ern, A., and Mangeney, A. (2014). A simplified model of thin layer static/flowing dynamics for granular materials with yield. *submitted*.
- Lusso, C., Ern, A., Bouchut, F., Mangeney, A., Farin, M., and Roche, O. (2015). Two-dimensional simulation of viscoplastic Drucker-Prager flows by regularization : application to granular collapse. *in prep*.
- Lévy, C., Mangeney, A., Bonilla, F., Hibert, C., Calder, E., Smith, P., and Cole, P. (2015). Friction weakening in granular flows deduced from seismic records at the Souffrière Hills Volcano, Montserrat. (*submitted*).
- Mangeney, A. (2011). Geomorphology : Landslide boost from entrainment. *Nature Publishing Group*, 4(2) :77–78.
- Mangeney, A., Bouchut, F., Thomas, N., Vilotte, J. P., and Bristeau, M. O. (2007a). Numerical modeling of self-channeling granular flows and of their levee-channel deposits. *J. Geophys. Res.*, 112(F2).
- Mangeney, A., Heinrich, P., and Roche, R. (2000). Analytical solution for testing debris avalanche numerical models. *Pure Appl. Geophys.*, 157(6–8) :1081–1096.
- Mangeney, A., Lucas, A., and Ampuero, J.-P. (2012). Volume dependence of landslide effective friction on earth and beyond. *AGU Fall Meeting, San Francisco, Calif., 3-7 Dec.*, EP13B-0839.
- Mangeney, A., Roche, O., Hungr, O., Mangold, N., Faccanoni, G., and Lucas, A. (2010). Erosion and mobility in granular collapse over sloping beds. *J. Geophys. Res.*, 115(F3) :F03040.
- Mangeney, A., Tsimring, L. S., Volfson, D., Aranson, I. S., and Bouchut, F. (2007b). Avalanche mobility induced by the presence of an erodible bed and associated entrainment. *Geophys. Res. Lett.*, 34(10.1029).
- Mangeney-Castelnau, A. (2003). Numerical modeling of avalanches based on Saint Venant equations using a kinetic scheme. *J. Geophys. Res.*, 108(B11) :2527.
- Mangeney-Castelnau, A., Bouchut, F., Vilotte, J. P., Lajeunesse, E., Aubertin, A., and Pirulli, M. (2005). On the use of Saint Venant equations to simulate the spreading of a granular mass. *J. Geophys. Res.*, 110(B9) :B09103.
- Mayeda, K. and Malagnini, L. (2010). Source radiation invariant property of local and near-regional shear-wave coda : Application to source scaling for the Mw 5.9 Wells, Nevada sequence. *Geophys. Res. Lett.*, 37(7).
- McCoy, S. W., Tucker, G. E., Kean, J. W., and Coe, J. A. (2013). Field measurement of basal forces generated by erosive debris flows. *J. Geophys. Res. : Earth Surface*, 118(2) :589–602.
- McLaskey, G. C. and Glaser, S. D. (2010). Hertzian impact : Experimental study of the force pulse and resulting stress waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(3) :1087.
- Michaels, J., Michaels, T. E., and Sachse, W. (1981). Applications of deconvolution to acoustic emission signal analysis. *Mater. Eval.*, 39 :1032–1036.

- Michlmayr, G., Cohen, D., and Or, D. (2012). Sources and characteristics of acoustic emissions from mechanically stressed geologic granular media – A review. *Earth Sc. Rev.*, 112(3–4) :97–114.
- Miller, G. F. and Pursey, H. (1954). The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid. *Proc. R. Soc. Lond. A. Mat.*, 223(1155) :521–541.
- Miller, G. F. and Pursey, H. (1955). On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid. *Proc. R. Soc. Lond. A. Mat.*, 233(1192) :55–69.
- MIT (2014). Material properties database. <http://www.mit.edu/~6.777/matprops/pmma.htm>. Accessed : 2014-10-06.
- Moretti, L., Allstadt, K., Mangeney, A., Capdeville, Y., Stutzmann, E., and Bouchut, F. (2015). Numerical modeling of the Mount Meager landslide constrained by its force history derived from seismic data. *submitted*.
- Moretti, L., Mangeney, A., Capdeville, Y., Stutzmann, E., Huggel, C., Schneider, D., and Bouchut, F. (2012). Numerical modeling of the Mount Steller landslide flow history and of the generated long period seismic waves. *Geophys. Res. Lett.*, 39(16).
- Noiseux, D. U. (1970). Measurement of power flow in uniform beams and plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 47(1B) :238–247.
- Norris, R. D. (1994). Seismicity of rockfalls and avalanches at three cascade range volcanoes : Implications for seismic detection of hazardous mass movements. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 84(6) :1925–1939.
- Pérez-Campos, X. and Beroza, G. C. (2001). An apparent mechanism dependence of radiated seismic energy. *J. Geophys. Res.*, 106(B6) :11127–11136.
- Pirulli, M. and Mangeney, A. (2007). Results of Back-Analysis of the Propagation of Rock Avalanches as a Function of the Assumed Rheology. *Rock Mech. Rock Eng.*, 41(1) :59–84.
- Pouliquen, O. (1999). Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, 11 :542.
- Pouliquen, O. and Forterre, Y. (2002). Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *J. Fluid Mech.*, 453 :133–151.
- Ramírez, R., Pöschel, T., Brilliantov, N. V., and Schwager, T. (1999). Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres. *Phys. Rev. E*, 60(4) :4465–4472.
- Reed, J. (1985). Energy losses due to elastic wave propagation during an elastic impact. *J. Phys. D Appl. Phys.*, 18(12) :2329.
- Roche, O., Attali, M., Mangeney, A., and Lucas, A. (2011). On the run-out distance of geophysical gravitational flows : Insight from fluidized granular collapse experiments. *Earth Planet. Sc. Lett.*, 311(3–4) :375 – 385.
- Roche, O., Montserrat, S., Niño, Y., and Tamburrino, A. (2008). Experimental observations of water-like behavior of initially fluidized, dam break granular flows and their relevance for the propagation of ash-rich pyroclastic flows. *J. Geophys. Res.*, 113(B12) :B12203.
- Roche, O., Niño, Y., Mangeney, A., Brand, B., Pollock, N., and Valentine, G. A. (2013). Dynamic pore-pressure variations induce substrate erosion by pyroclastic flows. *Geol.*

- Rousseau, N. (1999). *Study of seismic signal associated with rockfalls at 2 sites on the Réunion Island (Indian Ocean) : Mahavel Cascade and Soufrière cavity*. PhD thesis, IGP, Paris.
- Rowley, P. J., Kokelaar, B. P., Menzies, M., and Waltham, D. (2011). Shear-Derived Mixing In Dense Granular Flows. *J. Sediment. Res.*, 81(12) :874–884.
- Royer, D. and Dieulesaint, E. (2000). *Elastic Waves in Solids I : Free and Guided Propagation*. Springer.
- Sánchez-Sesma, F. J., Weaver, R. L., Kawase, H., Matsushima, S., Luzon, F., and Campillo, M. (2011). Energy Partitions among Elastic Waves for Dynamic Surface Loads in a Semi-Infinite Solid. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 101(4) :1704–1709.
- Savage, S. B. and Hutter, K. (1989). The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, 199 :177–215.
- Schneider, D., Bartelt, P., Caplan-Auerbach, J., Christen, M., Huggel, C., and McArdell, B. W. (2010). Insights into rock-ice avalanche dynamics by combined analysis of seismic recordings and a numerical avalanche model. *J. Geophys. Res.*, 115(F4) :F04026.
- Schurch, P., Densmore, A. L., Rosser, N. J., and McArdell, B. W. (2011). Dynamic controls on erosion and deposition on debris-flow fans. *Geol.*, 39(9) :827–830.
- Sethna, J. P., Dahmen, K. A., and Myers, C. R. (2001). Crackling Noise. *Nature*, 410 :242–250.
- Siavoshi, S. and Kudrolli, A. (2005). Failure of a granular step. *Phys. Rev. E*, 71(5) :051302.
- Sovilla, B., Burlando, P., and Bartelt, P. (2006). Field experiments and numerical modeling of mass entrainment in snow avalanches. *J. Geophys. Res.*, 111(F3) :F03007.
- Staron, L. and Hinch, E. J. (2005). Study of the collapse of granular columns using two-dimensional discrete-grain simulation. *J. Fluid Mech.*, 545(1) :1–27.
- Stojanova, M., Santucci, S., Vanel, L., and Ramos, O. (2014). High frequency monitoring reveals aftershocks in subcritical crack growth. *Phys. Rev. Lett.*, 112(11) :115502.
- Suriñach, E., Vilajosana, I., Khazaradze, G., Biescas, B., Furdada, G., and Vilaplana, J. M. (2005). Seismic detection and characterization of landslides and other mass movements. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 5(6) :791–798.
- The Engineering Toolbox (2014). Concrete properties. http://www.engineeringtoolbox.com/concrete-properties-d_1223.html. Accessed : 11-20-14.
- Tillett, J. (1954). A study of the impact of spheres on plates. *Proc. Phys. Soc. B*, 67(9) :677.
- Troccaz, P., Woodcock, R., and Laville, F. (2000). Acoustic radiation due to the inelastic impact of a sphere on a rectangular plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108 :2197.
- Tsai, V. C., Minchew, B., Lamb, M. P., and Ampuero, J.-P. (2012). A physical model for seismic noise generation from sediment transport in rivers. *Geophys. Res. Lett.*, 39(2).
- Vilajosana, I., Suriñach, E., Abellan, A., Khazaradze, G., Garcia, D., and Llosa, J. (2008). Rockfall induced seismic signals : case study in Montserrat, Catalonia. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 8(4) :805–812.
- Vilajosana, I., Suriñach, E., Khazaradze, G., and Gauer, P. (2007). Snow avalanche energy estimation from seismic signal analysis. *Cold. Reg. Sci. Technol.*, 50(1-3) :72–85.

- Vinningland, J. L., Johnsen, O., Flekkøy, E. G., Toussaint, R., and Måløy, K. J. (2007a). Experiments and simulations of a gravitational granular flow instability. *Phys. Rev. E*, 76 :051306.
- Vinningland, J. L., Johnsen, O., Flekkøy, E. G., Toussaint, R., and Måløy, K. J. (2007b). Granular rayleigh-taylor instability : Experiments and simulations. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :048001.
- Weaver, R. L. (1982). On diffuse waves in solid media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 71.
- Weaver, R. L. (1984). Diffuse waves in finite plates. *J. Sound Vib.*, 94(3) :319–335.
- Weaver, R. L. (1985). Diffuse elastic waves at a free surface. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78.
- Yamada, M., Kumagai, H., Matsushi, Y., and Matsuzawa, T. (2013). Dynamic landslide processes revealed by broadband seismic records. *Geophys. Res. Lett.*, 40 :2998–3002.
- Yamada, M., Mangeney, A., Matsushi, Y., and Moretti, L. (2015). Estimation of dynamic friction process of the Akatani landslide based on the waveform inversion and numerical simulation. *submitted*.
- Yamada, M., Matsushi, Y., Chigira, M., and Mori, J. (2012). Seismic recordings of landslides caused by Typhoon Talas (2011), Japan. *Geophys. Res. Lett.*, 39(13).
- Zener, C. (1941). The intrinsic inelasticity of large plates. *Phys. Rev.*, 59 :669–673.
- Zenit, R. (2005). Computer simulations of the collapse of a granular column. *Phys. Fluids*, 17(3).
- Zhao, J., Moretti, L., Mangeney, A., Stutzmann, E., Kanamori, H., Capdeville, Y., Calder, E., Hibert, C., Smith, P.J and Cole, P., and LeFriant, A. (2014). Model space exploration for determining landslide source history from long-period seismic data. *Pure Appl. Geophys.*